

# 多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络权值与结构确定法

张雨浓 刘锦荣 殷勇华 肖 林

(中山大学信息科学与技术学院 广州 510006)

**摘 要** 为克服 BP 神经网络模型及其学习算法中的固有缺陷,根据多项式插值和逼近理论,构造出一种以 Laguerre 正交多项式作为隐层神经元激励函数的多输入前向神经网络模型。针对该网络模型,提出了权值与结构确定法,以便快速、自动地确定该网络的最优权值和最优结构。计算机仿真与实验结果显示:该算法是有效的,并且通过该算法所得到的网络具有较优的逼近性能和良好的去噪能力。

**关键词** 多输入,神经网络,Laguerre 正交多项式,权值与结构确定法,最优结构

**中图法分类号** TP183 **文献标识码** A

## Weights and Structure Determination of Multi-input Laguerre-orthogonal-polynomial Feed-forward Neural Network

ZHANG Yu-nong LIU Jin-rong YIN Yong-hua XIAO Lin

(School of Information Science and Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract** In order to remedy the inherent weaknesses of the back-propagation (BP) neural-network model and its learning algorithm, a multi-input Laguerre-orthogonal-polynomial feed-forward neural network (MILOPNN) was constructed, which is based on the theory of polynomial interpolation and approximation. Then, a new kind of weights-and-structure-determination (WASD) algorithm was proposed to determine the optimal weights and structure of the MILOPNN quickly and automatically. Computer simulation and experiment results further substantiate the efficacy of the WASD algorithm, as well as the relatively good abilities of approximation and denoising of the MILOPNN model equipped with the WASD algorithm.

**Keywords** Multi-input, Neural network, Laguerre-orthogonal-polynomial, Weights and structure determination, Optimal structure

### 1 引言

近几十年来,人工神经网络技术取得很大的发展,其由于具有并行计算、分布式存储、高度容错、非线性自适应处理能力等显著特点,在模式识别、信号处理、机器人及非线性控制等领域得到广泛的应用<sup>[1-4]</sup>。由 Rumelhart 和 McClelland 提出的 BP 神经网络模型是目前最重要的神经网络模型之一<sup>[1,2,5]</sup>,但是传统的 BP 神经网络及其学习算法在实际应用时仍存在着一些缺陷:迭代学习过程冗长;易陷入局部极小点;网络结构难以确定等<sup>[6,7]</sup>。对此,学者们提出了一些改进算法,如附加动量项的 BP 学习算法、Levenberg-Marquardt 法和共轭梯度法等,它们改善了 BP 神经网络的性能<sup>[1,2,6,8]</sup>,但并没有从根本上克服 BP 神经网络的上述缺陷<sup>[6,8]</sup>。BP 神经网络及其学习算法存在的上述缺陷是其自身所固有的,一般而言,难以找到有效、彻底的解决办法<sup>[6,9]</sup>。

为克服 BP 神经网络模型及其学习算法中的固有缺陷,根据多项式插值和逼近理论<sup>[10-12]</sup>,本文构造了一种以 Laguerre 正交多项式作为隐层神经元激励函数的多输入前向神经网络模型,称为多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络。在权值直接确定法的基础上<sup>[6,7,10,11]</sup>研究隐神经元数目

与逼近误差的关系<sup>[10,11]</sup>,进而提出了相对应的神经网络的权值与结构确定法。与传统 BP 学习算法获取神经网络权值的思路不同,权值与结构确定法能直接计算出网络的最优权值,避免了冗长的 BP 迭代学习过程,极大缩短了网络的权值确定时间;与此同时,权值与结构确定法也进一步克服了传统迭代学习算法易受动态学习过程影响而难以确定神经网络最优结构的内在缺陷,能有效地快速确定出使网络达到最佳逼近性能的隐神经元数,即实现网络结构的最优化。计算机仿真与实验结果表明,所提出的权值与结构确定法是可行和高效的。

### 2 模型与算法

本节首先给出以 Laguerre 正交多项式作为隐层神经元激励函数的多输入前向神经网络模型,然后给出相对应的神经网络的权值与结构确定法。

#### 2.1 神经网络模型

**定义 1**<sup>[7]</sup> Laguerre 正交多项式的递推关系式为:

$$\begin{cases} \varphi_0(x) = 1, \varphi_1(x) = 1 - x \\ \varphi_{n-1}(x) = (2n-3-x)\varphi_{n-2}(x) - (n-2)^2\varphi_{n-3}(x) \end{cases}$$

式中,  $0 \leq x < +\infty, n = 3, 4, \dots$ 。因此, Laguerre 正交多项式的

前  $n$  项可列写如下:

$$\begin{aligned} \varphi_0(\chi) &= 1 \\ \varphi_1(\chi) &= 1 - \chi \\ \varphi_2(\chi) &= \chi^2 - 4\chi + 2 \\ \varphi_3(\chi) &= -\chi^3 + 9\chi^2 - 18\chi + 6 \\ &\vdots \\ \varphi_{n-1}(\chi) &= (2n-3-\chi)\varphi_{n-2}(\chi) - (n-2)^2\varphi_{n-3}(\chi) \end{aligned}$$

构造的多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络的模型如图 1 所示,其采用三层结构,分别是输入层、隐层和输出层。输入层到隐层的连接权值随机选取(范围从 0 到 1)。所有神经元的阈值都恒设为 0。输入层神经元和输出层神经元都将线性恒等函数  $f(x)=x$  作为激励函数,隐层神经元则将一组阶次逐渐增高的 Laguerre 正交多项式作为激励函数。

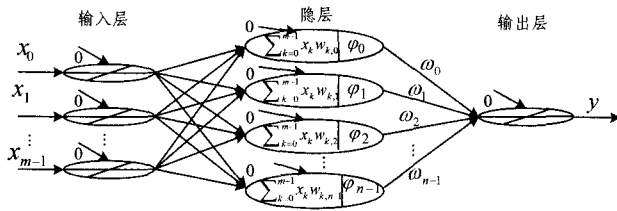


图 1 多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络的模型

## 2.2 权值与结构确定法

假设网络的输入层神经元数目为  $m$ ,隐层神经元数目为  $n$ ,学习样本个数为  $N$ ,记学习样本集为  $\{(X_i, \gamma_i)\}_{i=0}^{N-1}$ ,其中  $X_i = [x_{0,i}, x_{1,i}, \dots, x_{m-1,i}]^T \in R^m$  为第  $i+1$  个样本输入列向量,  $\gamma_i$  为第  $i+1$  个样本的目标输出值;记输入层神经元到第  $j+1$  个隐层神经元的连接权值列向量为  $W_j = [\omega_{0,j}, \omega_{1,j}, \dots, \omega_{m-1,j}]^T \in R^m$ ,第  $j+1$  个隐层神经元到输出层神经元的连接权值记为  $\omega_j$ ,其中  $j=0, 1, \dots, n-1$ 。多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络的批处理输出误差  $E$  定义为:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (\gamma_i - \sum_{j=0}^{n-1} \omega_j \varphi_j(\sum_{k=0}^{m-1} x_{k,i} \omega_{k,j}))^2 \quad (1)$$

为了方便下文的叙述,记  $\chi_{i,j} = \sum_{k=0}^{m-1} x_{k,i} \omega_{k,j} = X_i^T W_j$ 。对于所构造的神经网络模型,隐层到输出层的最优权值可以通过权值直接确定法一步算出<sup>[6,7,10,11]</sup>,如定理 1。

**定理 1**<sup>[6,7,10,11]</sup> 隐层到输出层的连接权值列向量  $\omega$ 、输入受激励矩阵  $\Phi$  和目标输出列向量  $\gamma$  可分别定义为:

$$\begin{aligned} \omega &= [\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{n-1}]^T \in R^n \\ \Phi &= \begin{bmatrix} \varphi_0(\chi^{0,0}) & \varphi_1(\chi^{0,1}) & \dots & \varphi_{n-1}(\chi^{0,n-1}) \\ \varphi_0(\chi^{1,0}) & \varphi_1(\chi^{1,1}) & \dots & \varphi_{n-1}(\chi^{1,n-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_0(\chi^{N-1,0}) & \varphi_1(\chi^{N-1,1}) & \dots & \varphi_{n-1}(\chi^{N-1,n-1}) \end{bmatrix} \\ &\in R^{N \times n} \end{aligned}$$

$$\gamma = [\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{N-1}]^T \in R^N$$

则多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络模型的最优权值可直接确定为:

$$\omega = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \gamma = \Phi^+ \gamma \quad (2)$$

式中,  $(\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T = \Phi^+$  为矩阵  $\Phi$  的伪逆。

为了快速、自动地确定出使网络具有最佳逼近性能的隐层神经元数,基于定理 1,本文提出了一种新的有效方法,称为权值与结构确定法。权值与结构确定法的算法流程图如图

2 所示,具体描述如下,其中  $s$  表示当前筛选次数,  $E$  和  $n$  分别表示网络的逼近误差和隐层神经元数,  $E_{\min}$  和  $n_{\min}$  分别表示当前筛选次数下网络所能达到的最小逼近误差和相对应的隐层神经元数,而  $E_{opt}$  和  $n_{opt}$  分别表示经  $s$  次筛选后网络达到的最小逼近误差和相对应的隐层神经元数。

步骤 1 获取学习样本集  $\{(X_i, \gamma_i)\}_{i=0}^{N-1}$ ; 设  $s$  为 1 并设  $E_{opt}$  为足够大的值(如 10);

步骤 2 随机选取输入层到隐层的连接权值(范围从 0 到 1); 设定  $E$  与  $E_{\min}$  相等; 设定  $n$  和  $n_{\min}$  为 1;

步骤 3 若满足  $E \leq E_{\min}$  或  $n_{\min} \geq n-2$ (前瞻 2 个神经元的逼近情况),则进入步骤 4,否则跳入步骤 7;

步骤 4 构造输入受激励矩阵  $\Phi$ ,由权值直接确定法(2)一步算出隐层到输出层的最优权值,然后计算  $E$ ;

步骤 5 若满足  $E \leq E_{\min}$ ,则  $E_{\min} \leftarrow E$  和  $n_{\min} \leftarrow n$ ,进入步骤 6; 否则不需上述赋值,直接进入步骤 6;

步骤 6  $n \leftarrow n+1$ (增加 1 个隐神经元),跳至步骤 3;

步骤 7 若满足  $E_{\min} \leq E_{opt}$ ,则  $E_{opt} \leftarrow E_{\min}$  和  $n_{opt} \leftarrow n_{\min}$ ,并进入步骤 8; 否则不需上述赋值,直接进入步骤 8;

步骤 8  $s \leftarrow s+1$ ,进入步骤 9;

步骤 9 若满足  $s > 4$ (筛选 4 次),则进入步骤 10; 否则跳至步骤 2;

步骤 10 输出运算时间、 $E_{opt}$  和  $n_{opt}$ ,然后退出。

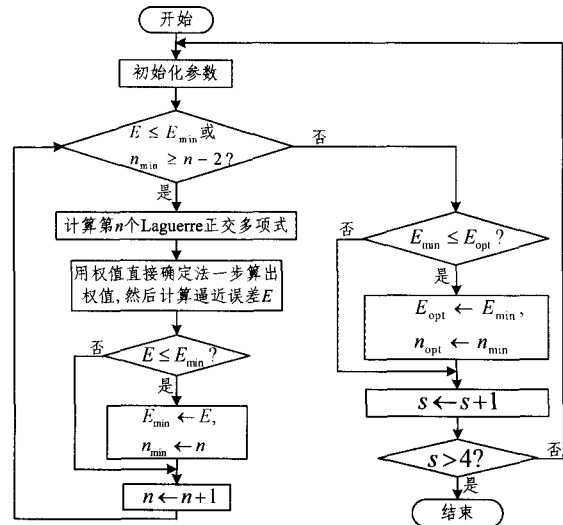


图 2 Laguerre 神经网络权值与结构确定法的算法流程图

## 3 计算机仿真与实验

为了验证权值与结构确定法获取网络最优权值和最优结构的有效性,以及通过该算法所得到的网络的优越逼近与校验性能和良好的去除噪声能力,本节选取如下 5 个目标函数进行仿真实验。

$$\gamma = \frac{\sin(0.2x_0 + 3x_1)}{21x_0 + 49x_1} + 20 \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{x_0 x_1}{e^{2x_1} + 50x_0} + 10 \quad (4)$$

$$\gamma = -5 \sqrt{10 + (x_0 - 1.5)^2 + (x_1 - 1.5)^2} + 60 \quad (5)$$

$$\gamma = \frac{e^{(x_0 x_1)}}{5 \sqrt{x_0^3 + x_1^3}} \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{x_1 \cos(0.2x_0 + x_1)}{e^{(x_0 + x_1 + 10)}} + 18 \quad (7)$$

特别指出,计算机仿真与实验的硬件配置为 AMD Athlon II X2 240 CPU(主频 2.81GHz)和 1.75GB 内存;操作系统为 Windows XP。

### 3.1 算法有效性

在区间 $[1.0, 2.0]^2$ 分别沿着 $x_0$ 和 $x_1$ 坐标轴方向以0.05的间隔对目标函数均匀采样后,可得到学习样本集 $\{(X_i = [x_{0,i}, x_{1,i}]^T, \gamma_i)\}_{i=1}^N (N=441)$ ;把学习样本集中的 $X_i$ 和 $\gamma_i$ 分别作为神经网络的输入和目标输出,使用权值与结构确定法来获得神经网络的最优权值及最优结构。

值得指出的是, Laguerre 正交多项式前向神经网络的输入层到隐层的连接权值是随机选取的,因而在网络结构确定过程中可能会出现差异,而本文提出的权值与结构确定法通过多次筛选的方法来获得使网络具有最佳逼近性能的隐层神经元数。以目标函数(3)为例,仿真和实验结果如图3所示。图3记录了使用权值与结构确定法获取神经网络的最优权值及最优结构过程中4次筛选的逼近误差与隐层神经元数的关系曲线。图3(a)~图3(d)分别表示第1、2、3和4次筛选过程中网络的逼近误差与隐层神经元数的关系曲线。通过比较可以看出,4次筛选下网络达到的最小逼近误差是不同的,而具有最佳逼近性能的网络,即图3(b)对应的神经网络就可以被最终筛选出来。

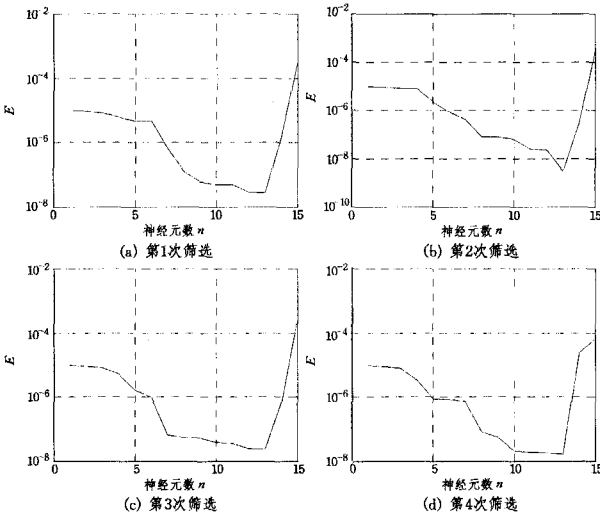


图3 目标函数(3)的4次筛选逼近误差与隐层神经元数的关系曲线

### 3.2 逼近与校验

为了进一步验证通过权值与结构确定法所得到的神经网络的优越的逼近与校验性能,学习样本集保持不变。另外,选取区间 $[1.005, 1.995]^2$ 上间隔为0.03的点进行校验,目标函数(4)~(7)的逼近结果如表1和图4所示,其校验误差如表1最后一列所示。

表1 神经网络对目标函数(4)~(7)的逼近仿真结果与校验误差

目标函数	算法运行时间/s	最优隐层神经元数	逼近误差	校验误差
(4)	0.0479	13	$3.3325 \times 10^{-10}$	$1.8001 \times 10^{-10}$
(5)	0.0412	13	$1.8353 \times 10^{-7}$	$8.3033 \times 10^{-8}$
(6)	0.0443	14	$3.0030 \times 10^{-8}$	$3.5529 \times 10^{-4}$
(7)	0.0821	13	$1.3678 \times 10^{-17}$	$6.6269 \times 10^{-18}$

由图4和表1可以看到,权值与结构确定法成功获取了神经网络的最优结构(即最优隐层神经元数),并且网络的学习和结构确定过程是自动的,这样可以减少对神经网络的人

工干涉,从而实现更完全的计算机化和自动化。由表1可以看到,通过该算法得到的网络的逼近误差相对较小,数量级达到 $10^{-7}$ ,甚至 $10^{-18}$ ,并且网络的校验误差的数量级也达到 $10^{-4}$ ,甚至 $10^{-18}$ ,这说明使用该算法得到的网络具有较优的逼近和校验性能。图5是在最优结构下的神经网络对目标函数(5)的逼近和校验情况,更为直观地显示了神经网络较优的逼近和校验性能。另外,由表1还可以看到,算法的运行时间非常短,这从一定程度上说明了算法的高效性。

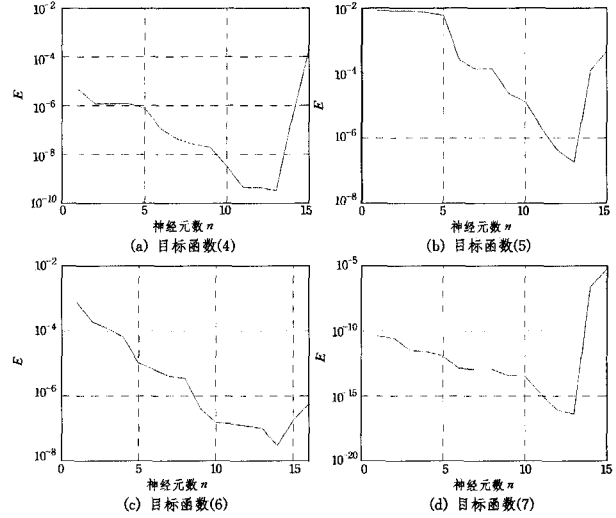


图4 用权值与结构确定法获取 Laguerre 神经网络的最优结构

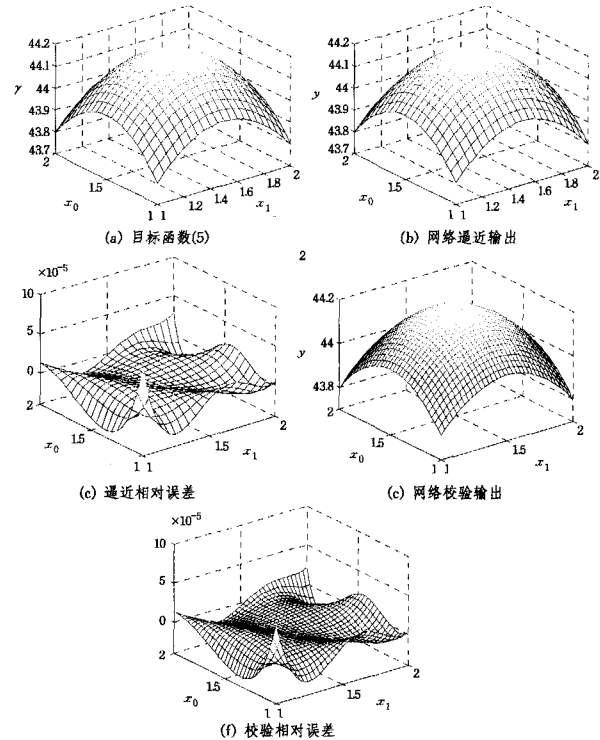


图5 最优结构下 Laguerre 神经网络对目标函数(5)的逼近与校验情况

### 3.3 去除噪声

为了验证神经网络去除噪声的能力,给目标函数(4)~(7)的学习样本集的目标输出值分别添加信噪比为40dB和50dB的高斯白噪声,把有噪声的数据作为网络的学习样本集,并使用权值与结构确定法来获取网络的最优权值及最优

(下转第277页)

[13] Liu Z, Sarkar S. Outdoor recognition at a distance by fusing gait and face[J]. Image and Vision Computing, 2007, 25: 817-832

[14] Geng X, et al. Adaptive fusion of gait and face for human identification in video[C]//IEEE Workshop on Applications of Computer Vision. 2008; 1-6

[15] Li Qi-shen, Lu Zhi-tian, Zhang Dan-dan. Integration of Gait and Side Face for Human Recognition in Video[C]//Proceedings of 2009 Second International Symposium on Electronic Commerce and Security. May 2009

[16] 李轶, 明东, 等. 融合步态和人脸特征的远距离身份识别研究[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(2): 264-270

[17] Zhang T, Li X, Tao D, et al. Multimodal biometrics using geometry preserving projections[J]. Pattern Recognition, 2008, 41(3): 805-813

[18] Cohen I, Li Hong-xia. Inference of human postures by classification of 3D human body shape[C]//Proceedings of AMFG'03. 2003; 74-81

[19] Tyagi A, Davis J, Keck M. Multi-view fusion for canonical view generation based on homography constraints[C]//Workshop on Video Surveillance and Sensor Networks. 2006; 61-69

[20] Wang Y, Yu S, Wang Y, et al. Gait recognition based on fusion of multi-view gait sequences[C]//Conf. on Biometrics. 2006;

[21] Huang G, Wang Y. Gender classification based on fusion of multi-view gait sequences[C]//Asian Conf. on Computer Vision. Tokyo, Japan; Springer, 2007; 462-471

[22] Ming Dong, Zhang Cong, Bai Yan-ru. Gait recognition based on multiple views fusion of wavelet descriptor and human skeleton model[C]//Proceedings of IEEE International Conference on VECIMS '09. 2009; 246-249

[23] Liu Ni-ni, Lu Ji-wen, Tan Yap-peng. Joint Subspace Learning for View-Invariant Gait Recognition [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(7): 431-434

[24] Kusakunniran W, et al. Cross-view and multi-view gait recognitions based on view transformation model using multi-layer perceptron[J]. Pattern Recognition Letters, 2011

[25] Yoo J H, Nixon M S. On Laboratory Gait Analysis via Computer Vision[C]//Proc. of AISB'03 Symposium on Biologically-Inspired Machine Vision, Theory and Application. Aberystwyth, UK, 2003; 109-113

[26] Sonka M, Hlavac V, Boyle R. Image processing, analysis and machine vision (Second edition)[M]. Brooks/cole, a division of Thomson Asia Pte Led, United States of America, 2002

[27] 刘玉栋, 苏开娜, 马丽. 一种基于模型的步态识别方法[J]. 计算机工程与应用, 2005, 9: 88-92

(上接第 251 页)

结构。网络去除噪声的结果如表 2 所列, 特别指出的是, 其中的逼近误差是网络输出与目标函数真实值之间的误差。

表 2 神经网络对目标函数(4)-(7)的去噪结果

目标函数	逼近误差(40dB)	逼近误差(50dB)
(4)	$5.8739 \times 10^{-6}$	$2.2077 \times 10^{-6}$
(5)	$3.4042 \times 10^{-6}$	$5.7823 \times 10^{-7}$
(6)	$4.1271 \times 10^{-6}$	$5.6273 \times 10^{-7}$
(7)	$3.1990 \times 10^{-6}$	$2.8223 \times 10^{-7}$

由表 2 数据可以看到, 神经网络的逼近误差很小。实验结果表明, 权值与结构确定法在有噪声环境下仍能自适应调整网络最优结构, 使网络具有良好的去除噪声能力。

**结束语** 本文构造了一种多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络模型, 并在此基础上相应提出了权值与结构确定法, 从而高效地确定该网络的最优权值和最优结构。所构造的网络和提出的算法克服了传统 BP 网络学习速度慢和网络结构难以确定等固有缺陷, 并且值得指出的是, 网络的学习和结构确定过程是自动的, 这样减少了对神经网络的人工干涉, 实现了更完全的计算机化和自动化。

仿真结果表明, 权值与结构确定法能自动、高效地确定出神经网络的最优权值和最优结构, 使通过该算法构建出的多输入 Laguerre 正交多项式前向神经网络具有较优的逼近和校验性能; 此外, 该算法在有噪声环境下仍能自适应调整网络最优结构, 使网络具有良好的去噪能力。

### 参 考 文 献

[1] 熊浩, 晏海华, 黄永刚, 等. 一种基于 BP 神经网络的代码相似性

检测方法[J]. 计算机科学, 2010, 37(3): 159-164

[2] 杨治明, 王晓蓉, 彭军, 等. BP 神经网络在图像分割中的应用[J]. 计算机科学, 2007, 34(3): 234-236

[3] Zhang Yu-nong, Ge Shu-zhi, Lee Tong-heng. A unified quadratic programming-based dynamical system approach to joint torque optimization of physically constrained redundant manipulators [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2004, 34(5): 2126-2132

[4] Zhang Yu-nong, Wang Jun. Recurrent neural networks for non-linear output regulation[J]. Automatica, 2001, 37(8): 1161-1173

[5] Rumelhart D, McClelland E. Parallel distributed processing, explorations in the microstructure of cognition[M]. Cambridge: The MIT Press, 1986

[6] 张雨浓, 杨逸文, 李巍. 神经网络权值直接确定法[M]. 广州: 中山大学出版社, 2010

[7] 张雨浓, 钟童科, 李巍, 等. Laguerre 正交基前向神经网络及其权值直接确定法[J]. 暨南大学学报: 自然科学版, 2008, 29(3): 250-253

[8] 高雪鹏, 丛爽. BP 网络改进算法的性能对比研究[J]. 控制与决策, 2001, 16(2): 167-171

[9] 肖秀春, 张雨浓, 姜孝华. MISO 多元广义多项式神经网络及其权值直接求解[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2009, 48(4): 42-46, 56

[10] 张雨浓, 郭东生, 谭宁. 幂激励前向神经网络最优结构确定算法[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(2): 29-31

[11] 张雨浓, 陈裕隆, 姜孝华, 等. 一种权值直接确定及结构自适应的 Chebyshev 基函数神经网络[J]. 计算机科学, 2009, 36(6): 210-213

[12] 冯康. 数值计算方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1978