两类动态信息规律模型及其在信息伪装、风险识别中的应用

任雪芳[1] 张 凌[1] 史开泉[2]

(龙岩学院信息工程学院 福建 龙岩 364012)[1] (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)[2]

摘 要 函数 P-集合是 P-集合的函数形式,是通过改进 P-集合得到的一个具有动态特征、规律(函数)特征的信息规律模型。在函数 P-集合中,函数的属性满足数理逻辑中的合取范式。函数逆 P-集合是函数 P-集合的对偶模型,在函数逆 P-集合中,函数的属性满足数理逻辑中的析取范式。这里定义函数 P-集合是一类动态信息规律模型,定义函数逆 P-集合是另一类动态信息规律模型;在函数 P-集合与函数逆 P-集合的结构、动态特征与它们的属性范式特征的基础上,给出函数 P-集合在信息图像拼接与伪装中的简单应用,以及函数逆 P-集合在商品利润的风险估计-识别中的简单应用。函数 P-集合、函数逆 P-集合是关于动态信息规律应用研究的新理论、新模型。

关键词 函数 P-集合,函数逆 P-集合,信息规律,合取范式,析取范式

中图法分类号 O144 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.09.038

Two Types of Dynamic Information Law Models and Their Applications in Information Camouflage and Risk Identification

REN Xue-fang[1] ZHANG Ling[1] SHI Kai-quan[2]

(School of Information Engineering,Longyan University,Longyan,Fujian 364012,China)[1]

(School of Mathematics and Systems Science,Shandong University,Jinan 250100,China)[2]

Abstract Function P-set is the function form of P-set. It is an information law model with dynamic characteristics and law or function characteristic obtained by improving P-set. In function P-set,the function's attribute satisfies conjunctive normal form in mathematical logic. Function inverse P-set is the dual model of function P-set,in which the function's attribute satisfies disjunctive normal form in mathematical logic. Here function P-set is defined as a type of dynamic information law model,while function inverse P-set is defined as another type of dynamic information law model. Based on the structures,characteristics and attribute normal forms of function P-sets and function inverse P-sets,a simple application of function P-set in information image splicing and camouflage and a simple application of function inverse P-set in profit risk estimation-identification were researched. Function P-sets and function inverse P-sets are the new theories and new models for the application research of dynamic information law.

Keywords Function P-sets,Function inverse P-sets,Information law,Conjunctive normal form,Disjunctive normal form

1 引言

函数 P-集合[1-5](Function Packet Sets)是 P-集合[6-16]的函数形式,是通过把动态特性引入到有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}$内,改进 S 提出的,其中 $s_i\in S$ 是自变量 x 的函数。函数 P-集合是由函数内 P-集合 $S^{\bar{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$与函数外 P-集合 $S^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$构成的函数集合对$(S^{\bar{F}},S^F)$,其中 $p<q<r,p,q,r\in\mathbf{N}^+$。函数 P-集合具有动态特征和规律(函数)特征。P-集合是通过把动态特性引入到有限普通元素集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$内,并改进 X 得到的,具有动态特征。函数逆 P-集合[17-19]是逆 P-集合[20-22]的函数形式,是通过把动态特性引入到有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}$内,改进 S 提出的,它是由函数内逆 P-集合 $\overline{S}^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$与函数外逆 P-集合$\overline{S}^{\bar{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$构成的函数集合对,其中 $p<q<r,p,q,r\in\mathbf{N}^+$。函数逆 P-集合具有动态特性和规律(函数)特征。逆 P-集合是把动态特性引入到有限普通元素集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$内并改进 X 得到的,具有动态特征。函数逆 P-集合是函数 P-集合的对偶形式(逆 P-集合是 P-集合的对偶形式)。

函数 P-集合与函数逆 P-集合的区别是:在函数 P-集合中,函数 s_i 的属性满足数理逻辑中的合取范式;在函数逆 P-集合中,函数 s_j 的属性满足数理逻辑中的析取范式。合取范

到稿日期:2017-08-29 返修日期:2017-11-03 本文受福建省中青年教师教育科研项目(JA15495,JA15503),龙岩学院重点学科资助项目,大数据挖掘与应用福建省高校重点实验室(龙岩学院)资助。

任雪芳(1981-),女,硕士,讲师,主要研究方向为系统理论与应用,E-mail:renxf0311@163.com;**张 凌**(1963-),男,教授,主要研究方向为信息系统理论与应用,E-mail:zl79024@163.com;**史开泉**(1945-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为系统理论与应用,E-mail:shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

式是函数 P-集合提出的逻辑依据；析取范式是函数逆 P-集合提出的逻辑依据。本文把函数 P-集合定义成一类信息规律模型，把函数逆 P-集合定义成另一类信息规律模型；定义区间$[a,b]$上的函数 s_i 是$[a,b]$上的信息规律。本文主要介绍函数 P-集合与函数逆 P-集合的结构、动态特性、逻辑特征，研究函数 P-集合在信息图像拼接-伪装中的应用以及函数逆 P-集合在利润的风险估计-识别中的应用。函数 P-集合、函数逆 P-集合是研究两类动态信息规律应用的新理论、新模型。目前，函数 P-集合与函数逆 P-集合、P-集合与逆 P-集合已获得广泛应用[1-12]。

2　预备知识

2.1　函数 P-集合[1]

给定有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集合，称 $S^{\bar{F}}$ 是 S 生成的函数内 P-集合(Function Internal P-set)，简称 $S^{\bar{F}}$ 是函数内 P-集合：

$$S^{\bar{F}}=S-S^{-} \tag{1}$$

S^{-} 称为 S 的 $\bar{F}$-函数删除集合：

$$S^{-}=\{s_i \mid s_i\in S,\bar{f}(s_i)=u_i\,\overline{\in}\,S,\bar{f}\in\bar{F}\} \tag{2}$$

如果 $S^{\bar{F}}$ 的属性集合 α^F 满足：

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i' \mid f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha,f\in F\} \tag{3}$$

式(3)中，$\beta_i\in V$，$\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha$，$f\in F$ 把 β_i 变成 $f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha$；$S^{\bar{F}}\neq\varnothing$；式(1)中，$S^{\bar{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$，$p<q$，$p,q\in\mathbf{N}^+$。

给定有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集合，称 S^F 是 S 生成的函数外 P-集合(Function Outer P-set)，简称 S^F 是函数外 P-集合：

$$S^F=S\cup S^{+} \tag{4}$$

S^{+} 称为 S 的 F-函数补充集合：

$$S^{+}=\{u_i \mid u_i\in U,u_i\,\overline{\in}\,S,f(u_i)=s_i'\in S,f\in F\} \tag{5}$$

如果 S^F 的属性集合 $\alpha^{\bar{F}}$ 满足：

$$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\beta_i \mid \bar{f}(\alpha_i)=\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha,\bar{f}\in\bar{F}\} \tag{6}$$

式(6)中，$\alpha_i\in\alpha$，$f\in F$ 把 α_i 变成$\bar{f}(\alpha_i)=\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha$，$\alpha^{\bar{F}}\neq\varnothing$；式(4)中，$S^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$，$q\leqslant r$，$q,r\in\mathbf{N}^+$。

将由函数内 P-集合 $S^{\bar{F}}$ 与函数外 P-集合 S^F 构成的函数集合对称作 S 生成的函数 P-集合(Function P-set)：

$$(S^{\bar{F}},S^F) \tag{7}$$

有限普通函数集合 S 称作函数 P-集合$(S^{\bar{F}},S^F)$的基集合(基础集合，Ground Set)。

在 α 内不断补充属性，由式(3)可知：

$$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F \tag{8}$$

得到满足式(8)的函数内 P-集合：

$$S_n^{\bar{F}}\subseteq S_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq S_2^{\bar{F}}\subseteq S_1^{\bar{F}} \tag{9}$$

在 α 内不断删除属性，由式(6)可知：

$$\alpha_n^{\bar{F}}\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^{\bar{F}}\subseteq\alpha_1^{\bar{F}} \tag{10}$$

得到满足式(10)的函数外 P-集合：

$$S_1^F\subseteq S_2^F\subseteq\cdots\subseteq S_{n-1}^F\subseteq S_n^F \tag{11}$$

利用式(9)、式(11)得到：

$$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F)\mid i\in I,j\in J\} \tag{12}$$

式(12)称作由 S 生成的函数 P-集合族，是函数 P-集合的一般形式。

利用式(1)－式(7)及式(12)，容易证明命题 1 和命题 2。

命题 1　在 $F=\bar{F}=\varnothing$ 的条件下，函数 P-集合$(S^{\bar{F}},S^F)$被还原成有限普通函数集合 S，或者

$$(S^{\bar{F}},S^F)_{F=\bar{F}=\varnothing}=S \tag{13}$$

事实上，1)若 $F=\bar{F}=\varnothing$，则$\{\alpha_i' \mid f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha,f\in F\}=\varnothing$，从而式(3)变成 $\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i' \mid f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha,f\in F\}=\alpha\cup\varnothing=\alpha$；相应地，式(2)$S^{-}=\{s_i \mid s_i\in S,\bar{f}(s_i)=u_i\,\overline{\in}\,S,\bar{f}\in\bar{F}\}=\varnothing$，式(1)变成 $S^{\bar{F}}=S-S^{-}=S-\varnothing=S$。2)若 $F=\bar{F}=\varnothing$，则$\{\beta_i \mid \bar{f}(\alpha_i)=\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha,\bar{f}\in\bar{F}\}=\varnothing$，从而式(6)变成 $\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\beta_i \mid \bar{f}(\alpha_i)=\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha,\bar{f}\in\bar{F}\}=\alpha-\varnothing=\alpha$；相应地，式(5)$S^{+}=\{u_i \mid u_i\in U,u_i\,\overline{\in}\,S,f(u_i)=s_i'\in S,f\in F\}=\varnothing$，式(4)变成 $S^F=S\cup S^{+}=S\cup\varnothing=S$。综合 1)和 2)得到式(13)。

命题 2　在 $F=\bar{F}=\varnothing$ 的条件下，函数 P-集合族$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F)\mid i\in I,j\in J\}$被还原成有限普通函数集合 S，或者

$$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F)\mid i\in I,j\in J\}_{F=\bar{F}=\varnothing}=S \tag{14}$$

特别说明：1)$U(x)$是有限函数论域，$V(\alpha)$是有限属性论域，$s(x)_i$，$u(x)_i$ 是 x 的函数；$U(x)$，$V(\alpha)$，$s(x)_i$，$u(x)_i$ 分别记作 U,V,s_i,u_i。2)$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$和$\bar{F}=\{\bar{f}_1,\bar{f}_2,\cdots,\bar{f}_n\}$是函数(属性)迁移族，$f\in F$ 和$\bar{f}\in\bar{F}$是函数(属性)迁移；函数(属性)迁移也称作变换。3)$f\in F$ 的特征是：对于函数$u_i\in U$，$u_i\,\overline{\in}\,S$，$f\in F$ 把 u_i 变成 $f(u_i)=s_i'\in S$；对于属性 $\beta_i\in V$，$\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha$，$f\in F$ 把β_i 变成 $f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha$。4)$\bar{f}\in\bar{F}$的特征是：对于函数 $s_i\in S$，$\bar{f}\in\bar{F}$ 把 s_i 变成 $\bar{f}(s_i)=u_i\,\overline{\in}\,S$；对于属性 $\alpha_i\in\alpha$，$\bar{f}\in\bar{F}$ 把α_i 变成$\bar{f}(\alpha_i)=\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha$。5)式(1)的动态特性与累减器 $T=T-1$ 的动态特性相同；式(4)的动态特性与累加器 $T=T+1$ 的动态特性相同。例如，在式(4)中，$S_1^F=S\cup S_1^{+}$，设 $S_1^F=S$，得到 $S_2^F=S_1^F\cup S_2^{+}=(S^F\cup S_1^{+})\cup S_2^{+}$，…，诸如此类。

利用式(1)－式(7)得到以下变化准则。

函数 P-集合的动态变化准则：1)在属性集合 α 内补充属性的条件下，S 内一些函数被删除；2)在属性集合 α 内删除属性的条件下，一些函数被补充到 S 中。

准则 1)与 2)将在第 4 节的应用例子中被使用。

2.2　函数逆 P-集合[17]

给定有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集合，称$\bar{S}^F$ 是 S 生成的函数内逆 P-集合(Function Internal Inverse P-set)，简称 S^F 是函数内逆 P-集合：

$$\bar{S}^F=S\cup S^{+} \tag{15}$$

S^{+} 称作 S 的 F-函数补充集合：

$$S^{+}=\{u_i \mid u_i\in U,u_i\,\overline{\in}\,S,f(u_i)=s_i'\in S,f\in F\} \tag{16}$$

如果 $S^{\bar{F}}$的属性集合 α^F 满足：

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i' \mid f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha,f\in F\} \tag{17}$$

式(17)中，$\beta_i\in V$，$\beta_i\,\overline{\in}\,\alpha$，$f\in F$ 把 β_i 变成 $f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha$；式(15)中，$\bar{S}^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$，$q<r$，$q,r\in\mathbf{N}^+$。

给定有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集合，称$\bar{S}^{\bar{F}}$是 S 生成的函数外逆 P-集合(Function Outer Inverse P-set)，简称$\bar{S}^{\bar{F}}$是函数外逆 P-集合：

$$S^{\bar{F}}=S-S^{-} \tag{18}$$

S^{-} 称作 S 的 $\bar{F}$-函数删除集合：

$$S^{-}=\{s_i \mid s_i\in S, \bar{f}(s_i)=u_i \,\overline{\in}\, S, \bar{f}\in\bar{F}\} \tag{19}$$

如果$\overline{S}^{\bar{F}}$的属性集合 $\alpha^{\bar{F}}$ 满足：

$$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\beta_i \mid \bar{f}(\alpha_i)=\beta_i \,\overline{\in}\, \alpha, \bar{f}\in\bar{F}\} \tag{20}$$

式(20)中，$\alpha_i\in\alpha$，$\bar{f}\in\bar{F}$ 把 α_i 变成 $\bar{f}(\alpha_i)=\beta_i \,\overline{\in}\, \alpha$，$\overline{S}^{\bar{F}}\neq\emptyset$，$\alpha^{\bar{F}}\neq\emptyset$；式(18)中，$\overline{S}^{\bar{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$，$p\leqslant q$，$p,q\in\mathbf{N}^{+}$。

将由函数内逆 P-集合$\overline{S}^{F}$ 与函数外逆 P-集合$\overline{S}^{\bar{F}}$构成的函数集合对称作 S 生成的函数逆 P-集合(Function Inverse P-set)：

$$(\overline{S}^{F},\overline{S}^{\bar{F}}) \tag{21}$$

有限普通函数集合 S 称作函数逆 P-集合$(\overline{S}^{F},\overline{S}^{\bar{F}})$的基集合(基础集合，Ground set)。

在 α 内不断补充属性，由式(17)可知：

$$\alpha_1^{F}\subseteq\alpha_2^{F}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^{F}\subseteq\alpha_n^{F} \tag{22}$$

得到满足式(22)的函数内逆 P-集合：

$$\overline{S}_1^{F}\subseteq\overline{S}_2^{F}\subseteq\cdots\subseteq\overline{S}_{n-1}^{F}\subseteq\overline{S}_n^{F} \tag{23}$$

在 α 内不断删除属性，由式(20)可知：

$$\alpha_n^{\bar{F}}\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^{\bar{F}}\subseteq\alpha_1^{\bar{F}} \tag{24}$$

得到满足式(24)的函数外逆 P-集合：

$$\overline{S}_n^{\bar{F}}\subseteq\overline{S}_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\overline{S}_2^{\bar{F}}\subseteq\overline{S}_1^{\bar{F}} \tag{25}$$

利用式(23)、式(25)得到：

$$\{(\overline{S}_i^{F},\overline{S}_j^{\bar{F}}) \mid i\in I, j\in J\} \tag{26}$$

式(26)被称作由 S 生成的函数逆 P-集合族，是函数逆 P-集合的一般形式。

利用式(15)—式(21)及式(26)，容易证明命题 3 和命题 4：

命题 3 在 $F=\bar{F}=\emptyset$ 的条件下，函数逆 P-集合$(\overline{S}^{F},\overline{S}^{\bar{F}})$被还原成有限普通函数集合 S，或者

$$(\overline{S}^{F},\overline{S}^{\bar{F}})_{F=\bar{F}=\emptyset}=S \tag{27}$$

命题 4 在 $F=\bar{F}=\emptyset$ 的条件下，函数逆 P-集合族$\{(\overline{S}_i^{F},\overline{S}_j^{\bar{F}}) \mid i\in I, j\in J\}$被还原成有限普通函数集合 S，或者

$$\{(\overline{S}_i^{F},\overline{S}_j^{\bar{F}}) \mid i\in I, j\in J\}_{F=\bar{F}=\emptyset}=S \tag{28}$$

特别说明：$U,V,F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$，$\bar{F}=\{\bar{f}_1,\bar{f}_2,\cdots,\bar{f}_n\}$，$f\in F$，$\bar{f}\in\bar{F}$的名称和特征与函数 P-集合中的 U,V,F，$\bar{F}$，$f\in F$，$\bar{f}\in\bar{F}$的名称和特征相同。$\overline{S}^{F}$ 的动态特征与 S^{F} 的动态特征相同，$\overline{S}^{\bar{F}}$的动态特征与 $S^{\bar{F}}$的动态特征相同。

利用式(15)—式(21)得到如下变化准则。

函数逆 P-集合的动态变化准则：3)在属性集合 α 内补充属性的条件下，一些函数被补充到 S 内；4)在属性集合 α 内删除属性的条件下，S 内的一些函数被删除。

准则 3)和准则 4)将在第 5 节的应用例子中被使用。

3 函数 P-集合与函数逆 P-集合属性的范式特征

3.1 函数 P-集合的属性合取范式的扩展-收缩特征

给定有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是 S 的属性集合，$\forall s_\tau\in S$ 的属性 $\alpha_{(\tau)}$ 满足属性合取范式，或者

$$\alpha_{(\tau)}=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_k=\bigwedge_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu \tag{29}$$

给定函数内 P-集合 $S^{\bar{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$，$\alpha^{F}=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_\lambda\}$是 $S^{\bar{F}}$ 的属性集合，$\forall s_i\in S^{\bar{F}}$ 的属性 $\alpha_{(i)}$ 满足属性合取范式扩展，或者

$$\begin{aligned}\alpha_{(i)}&=(\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_k)\wedge\alpha_{k+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_\lambda\\&=(\bigwedge_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)\bigwedge_{\mu=k+1}^{\lambda}\alpha_\mu\end{aligned} \tag{30}$$

给定函数外 P-集合 $S^{F}=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$，$\alpha^{\bar{F}}=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_t\}$是 S^{F} 的属性集合，$t<k$；$\forall s_j\in S^{F}$ 的属性 $\alpha_{(j)}$ 满足属性合取范式收缩，或者

$$\begin{aligned}\alpha_{(j)}&=(\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_t\wedge\alpha_{t+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_k)-\\&\quad(\alpha_{t+1}\wedge\alpha_{t+2}\wedge\cdots\wedge\alpha_k)\\&=(\bigwedge_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)-\bigwedge_{\mu=t+1}^{k}\alpha_\mu\end{aligned} \tag{31}$$

给定函数外 P-集合$(S^{\bar{F}},S^{F})$，$(\alpha^{F},\alpha^{\bar{F}})$是$(S^{\bar{F}},S^{F})$的属性集合，$\forall s_i\in S^{\bar{F}}$的属性 $\alpha_{(i)}$ 与 $\forall s_j\in S^{F}$ 的属性 $\alpha_{(j)}$ 满足属性合取范式扩展-收缩，或者

$$(\alpha_{(i)},\alpha_{(j)})=((\bigwedge_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)\bigwedge_{\mu=k+1}^{\lambda}\alpha_\mu,(\bigwedge_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)-\bigwedge_{\mu=t+1}^{k}\alpha_\mu) \tag{32}$$

其中，$\alpha_{(i)}=(\bigwedge_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)\bigwedge_{\mu=k+1}^{\lambda}\alpha_\mu$，$\alpha_{(j)}=(\bigwedge_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)-\bigwedge_{\mu=t+1}^{k}\alpha_\mu$。

下面给出函数 P-集合存在的事实与式(29)—式(32)的解释。

因为函数 P-集合是 P-集合的函数形式，所以两者具有相同的属性合取范式特征。我们利用 P-集合存在的事实与它的属性合取范式特征，来解释函数 P-集合的存在事实与它的属性合取范式特征。

$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$是由 5 个苹果构成的集合，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$是 X 的特征集合，α_1=红色，α_2=甜味，α_3=产地是中国山东省，满足：x_i 同时具有 α_1,α_2 与 α_3，$i=1,2,\cdots,5$。用数理逻辑中的合取范式表示，得到：$\forall x_i\in X$ 的特征 $\alpha_{(i)}=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\alpha_3=\bigwedge_{\mu=1}^{3}\alpha_\mu$。

1)在 α 内补充特征 α_4=重量 150 克，α 生成 $\alpha^{F}=\alpha\cup\{\alpha_4\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$。在 α^{F} 的条件下，X 生成 $X^{\bar{F}}=X-\{x_4,x_5\}=\{x_1,x_2,x_3\}$。用数理逻辑中的合取范式表示，得到：$\forall x_i\in X^{\bar{F}}$的特征 $\alpha_{(i)}=(\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\alpha_3)\wedge\alpha_4=(\bigwedge_{\mu=1}^{3}\alpha_\mu)\wedge\alpha_4$；或者 $x_i\in X^{\bar{F}}$ 同时具有 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 和 α_4。

2)在 α 内删除特征 α_3，α 生成 $\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\alpha_3\}=\{\alpha_1,\alpha_2\}$，在 $\alpha^{\bar{F}}$的条件下，X 生成 $X^{F}=X\cup\{x_6,x_7,x_8\}=\{x_1,x_2,\cdots,x_8\}$。用数理逻辑中的合取范式表示，得到：$\forall x_i\in X^{F}$ 的特征 $\alpha_{(i)}=(\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\alpha_3)-\wedge\alpha_3=(\bigwedge_{\mu=1}^{3}\alpha_\mu)-\alpha_3=\alpha_1\wedge\alpha_2$；或者 $x_i\in X^{F}$ 同时具有 α_1 与 α_2。

3)若在 α 内补充一些特征的同时删除另一些特征，则 α 有扩展为 α^{F} 同时也有收缩为 $\alpha^{\bar{F}}$ 的趋势，$\alpha^{\bar{F}}\subseteq\alpha\subseteq\alpha^{F}$；相应地，$X$ 有扩展为 $X^{\bar{F}}$同时也有收缩为 X^{F} 的趋势，X 的最终状态介于 $X^{\bar{F}}$与 X^{F} 之间，描述为$(X^{\bar{F}},X^{F})$，$X^{\bar{F}}\subseteq X\subseteq X^{F}$。

若把苹果集合 X 定义成有限普通元素集合，X 的特征集合 α 定义成 X 的属性集合，则称 $X^{\bar{F}}$为内 P-集合[6-16]，称 X^{F}

为外 P-集合[6-16]，称$(X^{\overline{F}},X^F)$为 P-集合[6-16]。

这个事实是简单的且容易被接受的。利用这个解释容易接受函数 P-集合的结构式(1)－式(7)、式(12)与函数 P-集合具有的属性合取范式(29)－式(32)。

3.2　函数逆 P-集合的属性析取范式的扩展-收缩特征

给定有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是 S 的属性集合，$\forall s_\tau\in S$ 的属性 $\alpha_{(\tau)}$ 满足属性析取范式，或者

$$\alpha_{(\tau)}=\alpha_1\vee\alpha_2\vee\cdots\vee\alpha_k=\bigvee_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu \tag{33}$$

给定函数内逆 P-集合$\overline{S}^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$，$q<r$；$\alpha^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_\lambda\}$是$\overline{S}^F$ 的属性集合，$\forall s_i\in\overline{S}^F$ 的属性 $\alpha_{(i)}$ 满足属性析取范式扩展，或者

$$\begin{aligned}\alpha_{(i)}&=(\alpha_1\vee\alpha_2\vee\cdots\vee\alpha_k)\vee\alpha_{k+1}\vee\cdots\vee\alpha_\lambda\\&=(\bigvee_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)\bigvee_{\mu=k+1}^{\lambda}\alpha_\mu\end{aligned} \tag{34}$$

给定函数外逆 P-集合$\overline{S}^{\overline{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$，$p<q$；$\alpha^{\overline{F}}=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是$\overline{S}^{\overline{F}}$的属性集合，$t<k$；$\forall s_j\in\overline{S}^{\overline{F}}$的属性 $\alpha_{(j)}$ 满足属性析取范式收缩，或者

$$\begin{aligned}\alpha_{(j)}&=(\alpha_1\vee\alpha_2\vee\cdots\vee\alpha_t\vee\alpha_{t+1}\vee\cdots\vee\alpha_k)-\\&\quad(\alpha_{t+1}\vee\alpha_{t+2}\vee\cdots\vee\alpha_k)\\&=(\bigvee_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)-\bigvee_{\mu=t+1}^{k}\alpha_\mu\end{aligned} \tag{35}$$

给定函数逆 P-集合$(\overline{S}^F,\overline{S}^{\overline{F}})$，$(\alpha^F,\alpha^{\overline{F}})$是$(\overline{S}^F,\overline{S}^{\overline{F}})$的属性集合，$\forall s_i\in\overline{S}^F$ 的属性 $\alpha_{(i)}$ 与 $\forall s_j\in\overline{S}^{\overline{F}}$的属性 $\alpha_{(j)}$ 满足属性析取范式扩展-收缩，或者

$$(\alpha_{(i)},\alpha_{(j)})=((\bigvee_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)\bigvee_{\mu=k+1}^{\lambda}\alpha_\mu,(\bigvee_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)-\bigvee_{\mu=t+1}^{k}\alpha_\mu) \tag{36}$$

其中，$\alpha_{(i)}=(\bigvee_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)\bigvee_{\mu=k+1}^{\lambda}\alpha_\mu$，$\alpha_{(j)}=(\bigvee_{\mu=1}^{k}\alpha_\mu)-\bigvee_{\mu=t+1}^{k}\alpha_\mu$。

下面给出函数逆 P-集合存在的事实与式(33)－式(36)的解释。

因为函数逆 P-集合是逆 P-集合的函数形式，我们通过逆 P-集合存在的事实与它的属性析取范式特征，给出函数逆 P-集合存在的事实与它的属性析取范式特征的解释。函数逆 P-集合与逆 P-集合具有相同的属性析取范式特征。

$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$是由已被出售的商品 x_i 构成的商品集合，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5\}$是由 X 内商品 x_i 出售时的合同 α_i 构成的合同集合，即 α 是 X 的合同集合；$\forall x_i,x_j\in X$，若 $x_i\neq x_j$，则 $\alpha_i\neq\alpha_j$；$\alpha_i,\alpha_j\in\alpha$；或者，不同的商品 x_i,x_j 具有不同的合同 α_i,α_j。$\forall x_i\in X$，x_i 具有合同 α_1，或者 $\alpha_2,\cdots$，或者 α_5，$i=1,2,3,4,5$；用数理逻辑中的析取范式表示，得到：$\forall x_i\in X$ 的合同 $\alpha_{(i)}=\alpha_1\vee\alpha_2\vee\alpha_3\vee\alpha_4\vee\alpha_5=\bigvee_{\mu=1}^{5}\alpha_\mu$。

1)若在 α 内补充合同 $\alpha_6,\alpha_7,\alpha_8$，$\alpha$ 生成 $\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_6,\alpha_7,\alpha_8\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_8\}$，在 α^F 的条件下，X 生成$\overline{X}^F=X\cup\{x_6,x_7,x_8\}=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8\}$，用数理逻辑中的析取范式表示得到：$\forall x_i\in\overline{X}^F$ 的合同 $\alpha_{(i)}$ 满足 $\alpha_{(i)}=(\alpha_1\vee\alpha_2\vee\cdots\vee\alpha_5)\vee\alpha_6\vee\alpha_7\vee\alpha_8=(\bigvee_{\mu=1}^{5}\alpha_\mu)\bigvee_{\mu=5+1}^{8}\alpha_\mu$。

2)若在 α 内删除合同 α_4 和 α_5，α 变成 $\alpha^{\overline{F}}=\alpha-\{\alpha_4,\alpha_5\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$，在 $\alpha^{\overline{F}}$ 的条件下，X 生成$\overline{X}^{\overline{F}}=X-\{x_4,x_5\}=\{x_1,x_2,x_3\}$。用数理逻辑中的析取范式表示得到：$\forall x_i\in\overline{X}^F$ 的合同 $\alpha_{(i)}$ 满足 $\alpha_{(i)}=(\alpha_1\vee\alpha_2\vee\alpha_3\vee\alpha_4\vee\alpha_5)-\alpha_4\vee\alpha_5=(\bigvee_{\mu=1}^{5}\alpha_\mu)-\bigvee_{\mu=4}^{5}\alpha_\mu$。

3)若在 α 内补充一些合同，同时删除另外一些合同，则 α 有扩展成 α^F 同时也有收缩成 $\alpha^{\overline{F}}$ 的趋势，$\alpha^{\overline{F}}\subseteq\alpha\subseteq\alpha^F$；相应地，$X$ 有扩展成 $\overline{X}^F$ 同时也有收缩为$\overline{X}^{\overline{F}}$的趋势，$X$ 的最终状态介于$\overline{X}^F$ 与$\overline{X}^{\overline{F}}$之间，描述为$(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}})$，$\overline{X}^{\overline{F}}\subseteq X\subseteq\overline{X}^F$。

若把商品集合 X 定义成有限普通元素集合 X，商品集合 X 的合同集合定义成 X 的属性集合 α，则称$\overline{X}^F$ 为内逆 P-集合[20-22]，称$\overline{X}^{\overline{F}}$为外逆 P-集合[20-22]，称$(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}})$为逆 P-集合[20-22]。这个事实是简单的且容易被接受的。利用这个解释容易接受函数逆 P-集合的结构式(15)－式(21)，以及函数逆 P-集合具有的属性析取范式式(33)－式(36)。

利用第 2 节和第 3 节中的函数 P-集合、函数逆 P-集合这两个动态信息规律模型，在第 4 节和第 5 节中分别给出它们的应用。

约定：在第 4 节和第 5 节的讨论中，第 2 节中的 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}$，$S^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$，$S^{\overline{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$分别用 $w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_q\}$，$w(x)^{\overline{F}}=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$，$w(x)^{\overline{F}}=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_r\}$表示；或者 $w(x)=S$，$w(x)^{\overline{F}}=S^{\overline{F}}$，$w(x)^Fw(x)^F=S^F$；$w(x)$，$w(x)^{\overline{F}}$，$w(x)^F$ 分别称作信息规律、内 P-信息规律、外 P-信息规律。第 2 节中的$\overline{S}^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$与$\overline{S}^{\overline{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$分别用$\bar{w}(x)^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_r\}$与$\bar{w}(x)^{\overline{F}}=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$表示；或者 $\bar{w}(x)^F=\overline{S}^F$ 和 $\bar{w}(x)^{\overline{F}}=\overline{S}^{\overline{F}}$，以及$\bar{w}(x)^F$ 和 $\bar{w}(x)^{\overline{F}}$分别称作内逆 P-信息规律、外逆 P-信息规律。这些概念将在第 4 节和第 5 节中被直接使用。

4　信息图像拼接与伪装的生成

4.1　信息图像与它的结构

信息图像$(a,w(x)_\circ,b,w(x)^\circ)$是由两条折线形式的信息规律 $w(x)_\circ$，$w(x)^\circ$ 以及两个不相同端点 a,b 构成的二边信息图像；$w(x)_\circ$ 和 $w(x)^\circ$ 分别称作$(a,w(x)_\circ,b,w(x)^\circ)$的下边界和上边界；$(a,w(x)_\circ,b,w(x)^\circ)$是某个复杂信息图的子图像。图 1 给出了$(a,w(x)_\circ,b,w(x)^\circ)$的二维空间表示。

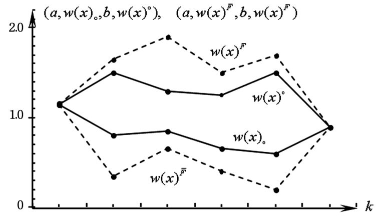

图 1　信息图像$(a,w(x)_\circ,b,w(x)^\circ)$及其伪装信息图像$(a,w(x)^{\overline{F}},b,w(x)^F)$的二维空间表示

Fig. 1　Description of information image $(a,w(x)_\circ,b,w(x)^\circ)$ and its camouflage information image$(a,w(x)^{\overline{F}},b,w(x)^F)$ in two-dimensional space

图 1 中，$w(x)_{\circ}$，$w(x)^{\circ}$ 分别是信息图像(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)的下边界和上边界；$a\neq b$ 分别是 $w(x)_{\circ}$ 和 $w(x)^{\circ}$ 的公共点；$w(x)_{\circ}$，$w(x)^{\circ}$ 用实线表示。

$w(x)_{\circ}$ 是由 $y_{\circ}=(y_{\circ}(1),y_{\circ}(2),\cdots,y_{\circ}(6))$ 生成的折线形式的信息规律；$w(x)^{\circ}$ 是由 $y^{\circ}=(y^{\circ}(1),y^{\circ}(2),\cdots,y^{\circ}(6))$ 生成的折线形式的信息规律；$y_{\circ}$，y° 是实验数据构成的数据集合，$y_{\circ}$ 和 y° 是给定的；$\alpha_{\circ}$，α° 分别是 $w(x)_{\circ}$，$w(x)^{\circ}$ 的属性集合。

4.2 数据集合 $y_{\circ}$，y° 的分解与 $y^{\bar F}$，y^F 的生成

给定 $y_{\circ}$ 的分解系数 μ_i，$\mu_i>0$，$i=1,2,3,4$；y° 的分解系数 ρ_i，$\rho_i>0$，$i=1,2,3,4$；满足 $\sum_{i=1}^{4}\mu_i=1$，$\sum_{i=1}^{4}\rho_i=1$。利用 μ_i 分解 $y_{\circ}$ 得到 $y_{\circ}$ 的 4 次分解：

$$y_{\circ,i}=(y_{\circ,i}(1),y_{\circ,i}(2),\cdots,y_{\circ,i}(6)) \tag{37}$$

其中，$i=1,2,3,4$。

$y_{\circ,i}$ 与 $y_{\circ}$ 满足：

$$y_{\circ}=(y_{\circ}(1),y_{\circ}(2),\cdots,y_{\circ}(6))$$
$$=(\sum_{i=1}^{4}y_{\circ,i}(1),\sum_{i=1}^{4}y_{\circ,i}(2),\cdots,\sum_{i=1}^{4}y_{\circ,i}(6))$$

利用 ρ_i 分解 y° 得到 y° 的 4 次分解：

$$y_i^{\circ}=(y_i^{\circ}(1),y_i^{\circ}(2),\cdots,y_i^{\circ}(6)) \tag{38}$$

其中，$i=1,2,3,4$。

y_i° 与 y° 满足：

$$y^{\circ}=(y^{\circ}(1),y^{\circ}(2),\cdots,y^{\circ}(6))$$
$$=(\sum_{i=1}^{4}y_i^{\circ}(1),\sum_{i=1}^{4}y_i^{\circ}(2),\cdots,\sum_{i=1}^{4}y_i^{\circ}(6))$$

利用第 2 节中的准则 1)，在 $\alpha_{\circ}$ 内补充属性，$\alpha_{\circ}$ 生成 α^{F}；式(37)中的 $y_{\circ,3}$ 和 $y_{\circ,4}$ 被删除，$y_{\circ}$ 生成 $y^{\bar F}$：

$$y^{\bar F}=(y^{\bar F}(1),y^{\bar F}(2),\cdots,y^{\bar F}(6))$$
$$=(\sum_{i=1}^{2}y_{\circ,i}(1),\sum_{i=1}^{2}y_{\circ,i}(2),\cdots,\sum_{i=1}^{2}y_{\circ,i}(6)) \tag{39}$$

利用第 2.1 节中的准则 2)，在 α° 内删除属性，α° 生成 $\alpha^{\bar F}$；式(38)中被补充 y_5°，y_6°，y° 生成 y^F，

$$y^{F}=(y^{F}(1),y^{F}(2),\cdots,y^{F}(6))$$
$$=(\sum_{i=1}^{6}y_i^{\circ}(1),\sum_{i=1}^{6}y_i^{\circ}(2),\cdots,\sum_{i=1}^{6}y_i^{\circ}(6)) \tag{40}$$

式(39)、式(40)分别生成折线形式的信息规律 $w(x)^{\bar F}$ 和 $w(x)^F$，见图 1；图 1 中 $w(x)^{\bar F}$，$w(x)^F$ 均用虚线表示。式(39)中 $y^{\bar F}(k)$ 与 $y_{\circ}$ 中的 $y_{\circ}(k)$ 满足 $y^{\bar F}(k)<y_{\circ}(k)$；式(40)中的 $y^F(k)$ 与 y° 中的 $y^{\circ}(k)$ 满足 $y^{\circ}(k)<y^F(k)$，$k=1,2,3,4,5,6$。

4.3 信息图像(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)的拼接与伪装，以及伪装信息图像(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)的生成

$w(x)^{\bar F}$ 是 $w(x)_{\circ}$ 生成的下拼接，也称为 $w(x)_{\circ}$ 的伪装，$w(x)^F$ 是 $w(x)^{\circ}$ 生成的上拼接，也称为 $w(x)^{\circ}$ 的伪装，得到(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)的拼接与伪装(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)。图 1 给出了(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)的二维空间表示以及(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)与(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)的关系。容易得到：(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)被包含在(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)内。

特别说明：

1)为了简单，例子中的 $y_{\circ}$，y°，$y^{\bar F}$ 与 y^F 的数值被略去；例子中只给出信息图像的拼接与伪装方法。事实上，读者可利用实验数据生成(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)和(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)，这些工作是简单的。(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)被拼接与伪装后生成的(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)具有多种形式，图 1 只给出了其中之一。

2)如果 A 传递(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)给 B，则 B 从(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)内获取原信息图像(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)是容易的；如果(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)在传递过程中被 C 盗取，则 C 从(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)内获取(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)是困难的。本文实验证明了这个结论。

3)利用 4.1 节—4.3 节容易得到由(a，$w(x)_{\circ}$，b，$w(x)^{\circ}$)生成伪装信息(a，$w(x)^{\bar F}$，b，$w(x)^F$)的算法，算法略。

4)事实上，$w(x)^{\bar F}$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律，$w(x)^F$ 是 $w(x)$ 生成的外 P-信息规律，$w(x)^{\bar F}$ 与 $w(x)^F$ 是折线形式。

5)$w(x)^{\bar F}$ 的属性满足式(30)的属性合取范式扩展，$w(x)^F$ 的属性满足式(31)的属性合取范式收缩。

5 利润的风险估计-识别及其应用

本节给出在商品市场发生萎缩变化(或者属性被删除)的条件下，第二类信息规律模型在商品利润下跌风险估计与识别中的应用。

5.1 利润的折线规律分布与生成

设 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_5\}$ 是商品 x_i 构成的商品集合，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_5\}$ 是 X 的属性集合；$\alpha_i\in\alpha$ 是 $x_i\in X$ 的属性；$\alpha_i=\lambda_i$，λ_i 是 x_i 的市场占有率，$i=1,2,3,4,5$；$\lambda_i\in(0,1)$，λ_i 被定义成 α_i 的属性值，λ_i 是由统计方法得到的。表 1 列出 x_1-x_5 在 2015 年 1 月到 2015 年 6 月的利润值 y_1-y_5。

表 1 x_1-x_5 在 2015 年 1 月到 2015 年 6 月的利润离散分布

Table 1 Discrete distribution of profits of x_1-x_5 from January to June in 2015

k	1	2	3	4	5	6
y_1	0.21	0.32	0.51	0.17	0.24	0.35
y_2	0.13	0.28	0.23	0.20	0.18	0.27
y_3	0.38	0.19	0.36	0.30	0.16	0.22
y_4	0.70	0.51	0.33	0.39	0.58	0.40
y_5	0.42	0.20	0.47	0.40	0.36	0.15
$y_{\circ}$	1.84	1.50	1.90	1.46	1.52	1.39

1)考虑到商业机密，表 1 中的数据是真实数据经过技术方法处理后得到的，技术处理后的数据不影响例子的分析；$\forall y_i=(y_i(1),y_i(2),\cdots,y_i(6))$，$i=1,2,3,4,5$。2)表 1 中，$y_{\circ}=(y_{\circ}(1),y_{\circ}(2),\cdots,y_{\circ}(6))=(\sum_{i=1}^{5}y_i(1),\sum_{i=1}^{5}y_i(2),\cdots,\sum_{i=1}^{5}y_i(6))$。3)$y_i$ 生成折线形式的利润分布规律 $w(x)_i$，$i=1,2,3,4,5$；$y_{\circ}$ 生成折线形式的利润分布规律 $w(x)_{\circ}$。图 2 给出了折线形式的利润分布规律 $w(x)_{\circ}$，$w(x)_{\circ}$ 用虚线表示。

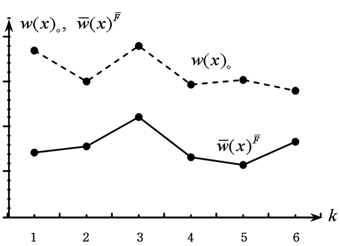

图 2 利润的折线分布规律 $w(x)_{\circ}$ 与 $\bar{w}(x)^{\bar F}$ 的比较

Fig. 2 Comparison of polygonal distribution laws $w(x)_{\circ}$ and $\bar{w}(x)^{\bar F}$

5.2 市场风险条件下利润规律 $w(x)^{\bar{F}}$ 的生成与识别

因为商品 x_4，x_5 的品质下降，x_4 的属性 $\alpha_4=\lambda_4=0$，x_5 的属性 $\alpha_5=\lambda_5=0$，或者 x_4 和 x_5 失去市场。在 $\alpha_4=\lambda_4=0$，$\alpha_5=\lambda_5=0$ 的条件下，将 α_4 和 α_5 从 α 内删除，α 变成 $\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\alpha_4,\alpha_5\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$。由第 2.2 节中的准则 4)可知，表 1 中的 x_4，x_5 从 X 内被删除，表 1 变成表 2。

表 2　x_1-x_3 在 2016 年 1 月到 2016 年 6 月的利润离散分布

Table 2　Discrete distribution of profits of x_1-x_3 from January to June in 2016

k	1	2	3	4	5	6
y_1	0.21	0.32	0.51	0.17	0.24	0.35
y_2	0.13	0.28	0.23	0.20	0.18	0.27
y_3	0.38	0.19	0.36	0.30	0.16	0.22
$y^{\bar{F}}$	0.72	0.79	1.10	0.67	0.58	0.84

表 2 中，$y^{\bar{F}}=(y^{\bar{F}}(1),y^{\bar{F}}(2),\cdots,y^{\bar{F}}(6))=(\sum_{i=1}^{3}y_i(1),\sum_{i=1}^{3}y_i(2),\cdots,\sum_{i=1}^{3}y_i(6))$；$y^{\bar{F}}$ 生成折线形式的利润分布规律 $\bar{w}(x)^{\bar{F}}$；在 α 生成 $\alpha^{\bar{F}}$ 的条件下，$\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 被识别；或者 $IDE(\bar{w}(x)^{\bar{F}},w(x)_{\circ})$，$IDE=\text{identification}$。图 2 中，$\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 用实线表示。

5.3 $w(x)_{\circ}$ 与 $\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 的比较与认证

商品 x_1-x_3 的利润分布 $\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 在 2016 年 7 月被利润统计数据确认；通过比较 $\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 与 $w(x)_{\circ}$ 可知，$w(x)_{\circ}$ 的损失率 $\varepsilon_0=\bar{w}(x)^{\bar{F}}/w(x)_{\circ}=0.49$。

特别说明：1) $\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 是 $w(x)_{\circ}$ 生成的外逆 P-信息规律，$\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 是折线形式；2) $\bar{w}(x)^{\bar{F}}$ 的属性满足属性析取范式收缩式(35)。

结束语　函数 P-集合、函数逆 P-集合是分别改进 P-集合、逆 P-集合得到的具有动态特征的信息规律模型。函数 P-集合被应用到具有属性合取范式特征的动态信息规律模型应用研究中，函数逆 P-集合被应用到具有属性析取范式特征的动态信息规律应用研究中。函数 P-集合代表一类动态信息规律模型，函数逆 P-集合代表另一类动态信息规律模型。本文介绍了函数 P-集合的结构与生成以及它的属性合取范式的特征；也介绍了函数逆 P-集合的结构与生成以及它的属性析取范式的特征；利用这些结构和特征，分别给出两个动态信息规律模型的简单应用。函数 P-集合、函数逆 P-集合是研究两类动态信息规律模型应用的新方法、新理论，在动态信息规律应用研究中可以获得更广泛的应用。

参 考 文 献

[1] SHI K Q. Function P-sets[J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2011, 46(2): 62-69. (in Chinese)
史开泉. 函数 P-集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2011, 46(2): 62-69.

[2] SHI K Q. Function P-sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2011, 2(4): 281-288.

[3] TANG J H, ZHANG L, SHI K Q. Intelligent fusion of information law and its inner separation[J]. Computer Science, 2015, 42(2): 204-209. (in Chinese)
汤积华，张凌，史开泉. 信息规律智能融合与它的智能融合内分离[J]. 计算机科学, 2015, 42(2): 204-209.

[4] SHI K Q. P-information law intelligent fusion and soft information image intelligent generation [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2014, 49(4): 1-17. (in Chinese)
史开泉. P-信息规律智能融合与软信息图像智能生成[J]. 山东大学学报(理学版), 2014, 49(4): 1-17.

[5] FAN C X, CHANG F L, SHI K Q. The generation of band information law and dynamic hiding of information law [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2016, 7(3): 443-449.

[6] SHI K Q. P-sets[J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2008, 43(11): 77-84. (in Chinese)
史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2008, 43(11): 77-84.

[7] SHI K Q. P-sets and its application [J]. Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219.

[8] SHI K Q. P-sets, inverse P-sets and the intelligent fusion-filter identification of information[J]. Computer Science, 2012, 39(4): 1-13. (in Chinese)
史开泉. P-集合，逆 P-集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 1-13.

[9] FAN C X, LIN H K. P-sets and the reasoning- identification of disaster information[J]. International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(1): 337-345.

[10] LIN H K, FAN C X. The dual of P-reasoning and identification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and Its Applications, 2012, 6(1): 121-131.

[11] ZHANG L, XIU M, SHI K Q. P-sets and Applications of Internal-Outer Data Circle[C] // Proceedings of International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 581-591.

[12] QIU Y F, CHEN B H. *f*-Model Generated by P-Set [C] // Proceedings of International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 613-620.

[13] LI Y Y, ZHANG L, SHI K Q. Generation and recovery of compressed data and redundant data[C] // Proceedings of International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 661-671.

[14] ZHANG L, REN X F. P-Sets and its $(f,\bar{f})$-Heredity [C] // Proceedings of International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 735-743.

[15] XIU M, SHI K Q, ZHANG L. P-sets and $\bar{F}$-data Selection-Discovery[C] // Proceedings of International Conference on Quantitative Logic and Soft Computing. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 791-799.

[16] ZHANG L, TANG J H, SHI K Q. The fusion of internal P-information and its feature of attribute conjunction [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2014, 49(2): 93-97. (in Chinese)
张凌，汤积华，史开泉. 内 P-信息融合与它的属性合取特征[J]. 山东大学学报(理学版), 2014, 49(2): 93-97.

[17] SHI K Q. Function inverse P-sets and information law fusion [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2012, 47(8): 73-80. (in Chinese)
史开泉. 函数逆 P-集合与信息规律融合[J]. 山东大学学报(理学版), 2012, 47(8): 73-80.

[18] SHI K Q. Function inverse P-sets and the hiding information generated by function inverse P-information law fusion [C] // Proceedings of Digital Services and Information Intelligence on e-Business, e-Services, and e-Society. Berlin: Springer-Verlag, 2014: 224-237.

[19] TANG J H, CHEN B H, ZHANG L, et al. Function inverse P-sets and the dynamic separation of inverse P-information laws [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2013, 48(8): 104-110. (in Chinese)
汤积华, 陈保会, 张凌, 等. 函数逆 P-集合与逆 P-信息规律动态分离[J]. 山东大学学报(理学版), 2013, 48(8): 104-110.

[20] SHI K Q. Inverse P-sets [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2012, 47(1): 98-109. (in Chinese)
史开泉. 逆 P-集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2012, 47(1): 98-109.

[21] FAN C X, HUANG S L. Inverse P-reasoning discovery identification of inverse P-information [J]. International Journal of Digital Content Technology and Its Applications, 2012, 6(20): 735-744.

[22] SHI K Q, TANG J H, ZHANG L. Intelligent fusion of inverse P-information and recessive transmission of information intelligent hiding [J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(3): 599-605. (in Chinese)
史开泉, 汤积华, 张凌. 逆 P-信息智能融合与信息智能隐藏的隐性传递[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(3): 599-605.

(上接第 223 页)
机会，之后只需在代码中加入临时数组变量，而不依赖于某一平台特殊的数据整理指令就可以解决间接数组索引的向量化问题。使用在 SPEC2006 等测试集中提取的核心循环代码进行测试，结果表明该方法对含有间接数组索引的循环代码可以向量化，且具有比传统向量化方式更好的加速效果；尤其当循环中的间接数组索引重用率高且计算密度大时，使用本文方法的加速效果更明显。后续将继续深入研究向量化过程中的访存优化问题，基于收益分析模型提出更通用的 SIMD 向量化技术。

参 考 文 献

[1] GAO W, ZHAO R C, HAN L, et al. Research on SIMD auto-vectorization compiling optimization [J]. Journal of Software, 2015, 26(6): 1265-1284. (in Chinese)
高伟, 赵荣彩, 韩林, 等. SIMD 自动向量化编译优化概述[J]. 软件学报, 2015, 26(6): 1265-1284.

[2] BIK A J C, GIRKAR M, GREY P M, et al. Automatic Intra-Register Vectorization for the Intel® Architecture [J]. International Journal of Parallel Programming, 2002, 30(2): 65-98.

[3] ZHU Q S. Improving Program Performance via Auto-Vectorization of Loops with Conditional Statements with GCC Compiler Setting [J]. Applied Mechanics & Materials, 2013, 433-435: 1410-1414.

[4] YIU J. Getting Started with the ARM RealView Development Suite [M] // The Definitive Guide to the ARM Cortex-M0. Elsevier Inc., 2011: 361-384.

[5] KANSAL R, KUMAR S. A vectorization framework for constant and linear gradient filled regions [J]. The Visual Computer, 2015, 31(5): 717-732.

[6] CHEN J Z, LEI Q, MIAO Y W, et al. Vectorization of line drawing image based on junction analysis [J]. Science China Information Sciences, 2015, 58(7): 1-14.

[7] SUI Y, FAN X, ZHOU H, et al. Loop-oriented array-and field-sensitive pointer analysis for automatic SIMD vectorization [J]. Acm Sigplan Notices, 2016, 51(5): 41-51.

[8] WEINHARDT M, LUK W. Pipeline vectorization [J]. IEEE Transactions on Computer-aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2001, 20(2): 234-248.

[9] KENNEDY K, ALLEN J R. Optimizing compilers for modern architectures: a dependence-based approach [M] // Optimizing compilers for modern architectures. Morgan Kaufmann Publishers, 2002.

[10] CHANG H, SUNG W. Efficient vectorization of SIMD programs with non-aligned and irregular data access hardware [C] // Proceedings of the 2008 International Conference on Compilers, Architectures and Synthesis for Embedded Systems. ACM, 2008: 107-176.

[11] LI P, ZHAO R, ZHANG Q, et al. An SIMD Code Generation Technology for Indirect Array [J]. International Journal of Computer Theory and Engineering, 2016, 8(3): 218-222.

[12] ALEEN F, ZAKHARIN V P, KRISHANIYER R, et al. Automated compiler optimization of multiple vector loads/stores [J]. International Journal of Parallel Programming, 2018, 46(2): 47-503.

[13] KIM S, HAN H. Efficient SIMD code generation for irregular kernels [J]. Acm Sigplan Notices, 2012, 47(8): 55-64.

[14] WEI S, ZHAO R C, YAO Y, et al. Data Regroup Alignment Optimization Based on SIMD [J]. Chinese Journal of Computers, 2012, 39(2): 305-310. (in Chinese)
魏帅, 赵荣彩, 姚远, 等. 面向 SIMD 的数组重组和对齐优化[J]. 计算机科学, 2012, 39(2): 305-310.

[15] YU H N, HAN L, LI P Y, et al. Structure Optimization for Automatic Vectorization [J]. Chinese Journal of Computers, 2016, 43(2): 210-215. (in Chinese)
于海宁, 韩林, 李鹏远, 等. 面向自动向量化的结构体优化[J]. 计算机科学, 2016, 43(2): 210-215.

[16] LARSEN S, AMARASINGHE S. Exploiting superword level parallelism with multimedia instruction sets [J]. Acm Sigplan Notices, 2000, 35(5): 145-156.

[17] NUZMAN D. loop aware SLP in GCC [C] // GCC Developers Summit. 2007.