

倒向 P-推理与内 P-属性类特征

赵树理¹ 范成贤² 史开泉³

(商丘师范学院数学与信息科学学院 商丘 476000)¹ (山东大学电气工程学院 济南 250061)²
(山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)³

摘 要 P-推理(packet reasoning)是由 P-集合(packet sets)的结构与动态特征得到的。P-推理由内 P-推理(internal packet reasoning)与外 P-推理(outer packet reasoning)构成,具有动态特性与“序”特性。对 P-推理进行“反序”研究,得到倒向 P-推理(backward packet reasoning)。倒向 P-推理由倒向内 P-推理(backward internal packet reasoning)和倒向外 P-推理(backward outer packet reasoning)构成。倒向 P-推理的特征是:利用推理条件中集合的变化,在推理结论中找到变化的属性集合。利用倒向 P-推理,给出 P-属性类、P-属性类特征、P-属性类发现-辨识以及 P-属性类在信息系统中的应用。

关键词 P-推理,倒向 P-推理,P-属性类,属性类发现定理,应用

中图法分类号 O144 **文献标识码** A

Backward P-reasoning and the Characteristics of Internal P-attribute Class

ZHAO Shu-li¹ FAN Cheng-xian² SHI Kai-quan³

(School of Mathematics and Information Sciences, Shangqiu Normal University, Shangqiu 476000, China)¹

(School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)²

(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250010, China)³

Abstract P-reasoning(packet reasoning) is obtained by the structure and dynamic characteristic of P-sets. P-reasoning is composed of internal P-reasoning(internal packet reasoning) and outer P-reasoning(outer packet reasoning), which has the dynamic characteristic and “sequence” characteristic. Backward P-reasoning (backward packet reasoning) is presented by the “opposite sequence” study for P-reasoning. Backward P-reasoning is composed of backward internal P-reasoning and backward outer P-reasoning. The characteristic of backward P-reasoning is to find the attribute set changed in the reasoning conclusion using the change of the element set in the reasoning condition. Using backward P-reasoning, the paper gave P-attribute class, the characteristic and discovery-identification of P-attribute class characteristic, the application of P-attribute class in the information system.

Keywords P-reasoning, Backward P-reasoning, P-attribute class, Attribute class discovery theorem, Application

1 引言

利用 P-集合(packet sets)的结构与动态特征,文献[1]提出 P-推理(packet reasoning),给出 P-推理结构。P-推理由内 P-推理(internal packet reasoning)和外 P-推理(outer packet reasoning)构成。P-推理具有动态特性与“序”特性。P-推理的特征是:先有属性集合的变化,后有元素集合的变化(或者,找到不被人们事先知道的元素集合)。文献[1]给出 P-推理的应用。文献[2]给出 P-推理的“反序”讨论,提出倒向 P-推理(backward packet reasoning),给出倒向 P-推理结构。倒向 P-推理包括:倒向内 P-推理(backward internal packet reasoning),倒向外 P-推理(backward outer packet reasoning);由倒向内 P-推理与倒向外 P-推理构成倒向 P-推理。倒向 P-推理

具有动态特性与“序”特性。倒向 P-推理的特征是:先有元素集合的变化,后有属性集合的变化(或者找到不被人们事先知道的属性集合)。文献[2]给出倒向 P-推理的应用。P-推理、倒向 P-推理共同构成动态信息推理模型。

在倒向 P-推理中,利用倒向 P-推理条件: $((x)_{k+1}^F, (x)_k^F) \Rightarrow ((x)_k^F, (x)_{k+1}^F)$,在倒向 P-推理结论: $(a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)$ 中找到变化的属性集合。这些变化的属性集合具有什么样的特征,它们在信息系统中具有什么样的应用,怎样辨识这些变化的属性集合,是本文讨论的主题。

为了便于讨论,容易接受本文给出的结果,把 P-推理结构、倒向 P-推理结构简单地引入到本文的第 2 节内,作为本文讨论的预备概念。P-推理、倒向 P-推理的更多概念、特征和应用,见文献[1,2]。

到稿日期:2011-11-16 返修日期:2012-03-10 本文受河南省基础与前沿技术研究项目(112300410056),山东省自然科学基金项目(ZR2010 AL019)资助。

赵树理(1962—),男,副教授,主要研究方向为信息系统与信息识别, E-mail: zhaolishuli@163.com; 范成贤(1975—),男,博士,讲师,主要研究方向为信息系统与系统分析; 史开泉(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为信息系统理论与应用。

2 P-推理与倒向 P-推理与它们的推理结构

约定 X^F 是内 P-集合, X^F 是外 P-集合, (X^F, X^F) 是 P-集合; a^F 是 X^F 的属性集合, a^F 是 X^F 的属性集合, (a^F, a^F) 是 (X^F, X^F) 的属性集合。 $X^F, X^F, (X^F, X^F)$ 的结构以及 a^F, a^F 的结构在 P-集合(函数 P-集合)中都能找到, 见文献[3-23]。

2011 年, 文献[1]指出 X_{k+1}^F 是 X_k^F 的内 P-推理生成的集合, 简称 X_{k+1}^F 是内 P-推理集合, 如果 X_k^F 的属性集合 a_k^F 与 X_{k+1}^F 的属性集合 a_{k+1}^F , X_k^F 与 X_{k+1}^F 满足

$$\text{if } a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F, \text{ then } X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F \quad (1)$$

if $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F$, then $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$ 称作内 P-集合生成的内 P-推理, 简称内 P-推理。 $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F$ 称作内 P-推理条件, $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$ 称作内 P-推理结论。

式中, $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F$ 与 $a_k^F \subseteq a_{k+1}^F$ 等价; $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$ 与 $X_{k+1}^F \subseteq X_k^F$ 等价; $k \in (1, 2, \dots, n)$ 。

称 X_{k+1}^F 是 X_k^F 的外 P-推理生成的集合, 简称 X_{k+1}^F 是外 P-推理集合, 如果 X_k^F 的属性集合 a_k^F 与 X_{k+1}^F 的属性集合 a_{k+1}^F , X_k^F 与 X_{k+1}^F 满足

$$\text{if } a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F, \text{ then } X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F \quad (2)$$

if $a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F$, then $X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F$ 称作外 P-集合生成的外 P-推理, 简称外 P-推理。 $a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F$ 称作外 P-推理条件, $X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F$ 称作外 P-推理结论; $k \in (1, 2, \dots, n)$ 。

称 (X_k^F, X_{k+1}^F) 是内 P-推理与外 P-推理生成集合, 简称 (X_k^F, X_{k+1}^F) 是 P-推理集合, 如果 (a_k^F, a_{k+1}^F) 与 (a_{k+1}^F, a_k^F) , (X_k^F, X_{k+1}^F) 与 (X_{k+1}^F, X_k^F) 满足

$$\text{if } (a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F), \text{ then } (X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F) \quad (3)$$

if $(a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)$, then $(X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)$ 称作 P-集合生成的 P-推理, 简称 P-推理。 $(a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)$ 称作 P-推理条件, $(X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)$ 称作 P-推理结论。

式(3)中, $(a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)$ 表示 $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F, a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F$; $(X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)$ 表示 $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F, X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F$; $k \in (1, 2, \dots, n)$ 。

称

$$\{\{\text{if } (a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F), \text{ then } (X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)\}_j | j \in J\} \quad (4)$$

是 P-推理生成的 P-推理族, 简称 P-推理族, J 是指标集合。

命题 1 内 P-推理与普通推理满足

$$\{\text{if } a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F, \text{ then } X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F\}_{F=F-\phi} = \text{if } A, \text{ then } B \quad (5)$$

命题 2 外 P-推理与普通推理满足

$$\{\text{if } a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F, \text{ then } X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F\}_{F=F-\phi} = \text{if } A, \text{ then } B \quad (6)$$

命题 3 P-推理与普通推理满足

$$\{\{\text{if } (a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F), \text{ then } (X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)\}_{F=F-\phi} = \text{if } A, \text{ then } B \quad (7)$$

式(5)一式(7)中, if A , then B 是普通推理, 命题 1-3 的证明由 P-集合的结构^[3-5]直接得到, 证明略。

2011 年, 文献[2]指出若 a_k^F, a_{k+1}^F 分别是 X_k^F, X_{k+1}^F 的属性集合, X_k^F 与 X_{k+1}^F, a_k^F 与 a_{k+1}^F 满足

$$\text{if } X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F, \text{ then } a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F \quad (8)$$

if $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$, then $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F$ 称作内 P-集合生成的倒向内 P-推

理, 简称倒向内 P-推理; $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$ 称作倒向内 P-推理条件, $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F$ 称作倒向内 P-推理结论。

式(8)中, $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$ 与 $X_{k+1}^F \subseteq X_k^F$ 等价; $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F$ 与 $a_k^F \subseteq a_{k+1}^F$; $k \in (1, 2, \dots, n)$ 。

若 a_k^F, a_{k+1}^F 分别是 X_k^F, X_{k+1}^F 的属性集合, X_k^F 与 X_{k+1}^F, a_k^F 与 a_{k+1}^F 满足

$$\text{if } X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F, \text{ then } a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F \quad (9)$$

if $X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F$, then $a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F$ 称作外 P-集合生成的倒向外 P-推理, 简称倒向外 P-推理。 $X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F$ 称作倒向外 P-推理条件, $a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F$ 称作倒向外 P-推理结论; $k \in (1, 2, \dots, n)$ 。

若 (X_{k+1}^F, X_k^F) 与 $(X_k^F, X_{k+1}^F), (a_k^F, a_{k+1}^F)$ 与 (a_{k+1}^F, a_k^F) 满足

$$\text{if } (X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F) \text{ then } (a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F) \quad (10)$$

if $(X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)$ then $(a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)$ 是 P-集合生成的倒向 P-推理, 简称倒向 P-推理; $(X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)$ 称作倒向 P-推理条件, $(a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)$ 称作倒向 P-推理结论。

式(10)中, $(X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F)$ 表示 $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F, X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F$; $(a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)$ 表示 $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F, a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F$ 。 称

$$\{\{\text{if } (X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F), \text{ then } (a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)\}_i | i \in I\} \quad (11)$$

是倒向 P-推理生成的倒向 P-推理族, 简称倒向 P-推理族; I 是指标集合。

命题 4 倒向内 P-推理与普通推理满足

$$\{\text{if } X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F, \text{ then } a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F\}_{F=F-\phi} = \text{if } A, \text{ then } B \quad (12)$$

命题 5 倒向外 P-推理与普通推理满足

$$\{\text{if } X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F, \text{ then } a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F\}_{F=F-\phi} = \text{if } A, \text{ then } B \quad (13)$$

命题 6 倒向 P-推理与普通推理满足

$$\{\{\text{if } (X_{k+1}^F, X_k^F) \Rightarrow (X_k^F, X_{k+1}^F), \text{ then } (a_k^F, a_{k+1}^F) \Rightarrow (a_{k+1}^F, a_k^F)\}_{F=F-\phi} = \text{if } A, \text{ then } B \quad (14)$$

式(12)一式(14)中, if A , then B 是普通推理, 命题 4-命题 6 的证明由 P-集合的结构^[3-5]直接得到, 证明略。

应当指出: 初看起来, 倒向 P-推理是 P-推理中的推理条件与推理结论交换位置得到的; 反之, 倒向 P-推理中的推理条件与推理结论交换位置得到 P-推理, P-推理与倒向 P-推理是可逆的, 事实并非如此。 举一个例子: P-推理: 若天下雨(推理条件), 则天凉快(推理结论)。 倒向 P-推理: 若天凉快(推理条件), 则天下雨(推理结论)。 显然, 天凉快, 不一定天下雨; 倒向 P-推理不一定成立。 显然, P-推理与倒向 P-推理是不可逆的, 或者, 不是简单的推理条件与推理结论的位置交换。 P-推理与倒向 P-推理是两类不同的动态推理, 它们依据的应用背景是不同的。

3 P-属性等价类与它的生成

在经典数学中(数学分析, 离散数学), 一个普通的数学概念: 给定有限普通集合 X , R 是定义在 X 上的二元关系, 则有 1°. $\forall x_i \in X, x_i R x_i$; 2°. $\forall x_i, x_j \in X, x_i R x_j \Rightarrow x_j R x_i$; 3°. $\forall x_i, x_j, x_k \in X, x_i R x_j, x_j R x_k \Rightarrow x_i R x_k$, 则集合 X 是一个等价类 $[x]$; 或者 $X = [x]$; R 是 X 上的等价关系, 这个概念被所有人

接受。把这个概念反过来,将 R 定义成集合, X 定义成 R 上的二元关系,若 1°. $\forall r_i \in R, r_i X r_i$; 2°. $\forall r_i, r_j \in R, r_i X r_j \Rightarrow r_j X r_i$; 3°. $\forall r_i, r_j, r_k \in R, r_i X r_j, r_j X r_k \Rightarrow r_i X r_k$, 集合 R 是一个等价类 $[r]$; 或者 $R = [r]$; X 是 R 上的等价关系。把这个简单的讨论引入到 P -集合中,认识 P -集合的属性类特征。

定义 1 给定内 P -集合 X^F , X^F 的属性集合 α^F 称作内 P -集合生成的内 P -属性等价类, α^F 记作 $[\alpha]^F$, 简称 $[\alpha]^F$ 是内 P -属性类。

定义 2 给定外 P -集合 X^F , X^F 的属性集合 α^F 称作外 P -集合生成的外 P -属性等价类, α^F 记作 $[\alpha]^F$, 简称 $[\alpha]^F$ 是外 P -属性类。

定义 3 由内 P -属性类 $[\alpha]^F$ 与外 P -属性类 $[\alpha]^F$ 构成的属性类对, 称作 P -集合生成的 P -属性等价类, 简称 P -属性类, 而且

$$([\alpha]^F, [\alpha]^F) \quad (15)$$

定义 4 称

$$\{[\alpha]^F | i \in I\} \quad (16)$$

是内 P -属性类族; 称

$$\{[\alpha]^F | j \in J\} \quad (17)$$

是外 P -属性类族; I, J 是指标集合。

定义 5 称

$$\{([\alpha]^F, [\alpha]^F) | i \in I, j \in J\} \quad (18)$$

是 P -属性类族; 如果 $[\alpha]^F$ 是内 P -属性类, $[\alpha]^F$ 是外 P -属性类。

由定义 1—定义 5 得到:

定理 1(属性补充与内 P -属性类生成定理) $[\alpha]_{k+1}^F$ 是内 P -属性类 $[\alpha]_k^F$ 的生成的充分必要条件是, 存在 $\Delta[\alpha]_k^F \neq \phi$, $[\alpha]_{k+1}^F$ 与 $[\alpha]_k^F$ 满足

$$[\alpha]_{k+1}^F = [\alpha]_k^F \cup \Delta[\alpha]_k^F \quad (19)$$

证明: 1°. 由内 P -集合^[1-6]的动态结构得到: $X_{k+1}^F = X_k^F - \{x | x \in X_k^F, \bar{f}(x) = u \in X_k^F, \bar{f} \in \bar{F}\}$; 或者, $X_{k+1}^F \subseteq X_k^F$; $\alpha_{k+1}^F = \alpha_k^F \cup \{\beta | \beta \in V, \beta \in \alpha_k^F, f(\beta) = a' \in \alpha_k^F, f \in F\}$; 或者, $\alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$ 。存在 $\Delta\alpha_k^F \neq \phi$, 则有 $\alpha_{k+1}^F = \alpha_k^F \cup \Delta\alpha_k^F$ 。这里, X_{k+1}^F, X_k^F 是内 P -集合; $\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^F$ 分别是 X_{k+1}^F, X_k^F 的属性集合; $f \in F, \bar{f} \in \bar{F}$ 是元素(属性)迁移^[3-6]。I. 取 α_{k+1}^F 关于 X_{k+1}^F 满足: 1°. 自反性。 $\forall \alpha_i \in \alpha_{k+1}^F, \alpha_i X_{k+1}^F \alpha_i$; 2°. 对称性。 $\forall \alpha_i, \alpha_j \in \alpha_{k+1}^F, \alpha_i X_{k+1}^F \alpha_j \Rightarrow \alpha_j X_{k+1}^F \alpha_i$; 3°. 传递性。 $\forall \alpha_i, \alpha_j, \alpha_k \in \alpha_{k+1}^F, \alpha_i X_{k+1}^F \alpha_j, \alpha_j X_{k+1}^F \alpha_k \Rightarrow \alpha_i X_{k+1}^F \alpha_k$; 属性集合 α_{k+1}^F 构成属性等价类 $[\alpha]_{k+1}^F$; X_{k+1}^F 是 $[\alpha]_{k+1}^F$ 上的等价关系。显然, $\alpha_k^F, \Delta\alpha_k^F$ 构成 $[\alpha]_k^F, \Delta[\alpha]_k^F$ 。由 $\alpha_{k+1}^F = \alpha_k^F \cup \Delta\alpha_k^F$ 得到: 在 α_k^F 内补充 $\Delta\alpha_k^F$ 生成 α_{k+1}^F ; 或者 $[\alpha]_{k+1}^F = [\alpha]_k^F \cup \Delta[\alpha]_k^F$, 得到式(19)。II. 由式(19): $[\alpha]_{k+1}^F = [\alpha]_k^F \cup \Delta[\alpha]_k^F$; 或者 $\alpha_{k+1}^F = \alpha_k^F \cup \Delta\alpha_k^F$, 则有 $\alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$; 满足 $\alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$ 的内 P -集合 X_k^F 与 X_{k+1}^F 满足 $X_{k+1}^F \subseteq X_k^F$; $\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^F$ 分别是内 P -集合的属性集合, 而且 $\alpha_{k+1}^F - \alpha_k^F = \Delta\alpha_k^F \neq \phi$ 。 $[\alpha]_{k+1}^F, [\alpha]_k^F$ 是内 P -属性类, $[\alpha]_{k+1}^F$ 是 $[\alpha]_k^F$ 补充 $\Delta\alpha_k^F$ 的生成。由 I 与 II 得到定理 1。

定理 2(属性删除与外 P -属性类生成定理) $[\alpha]_{k+1}^F$ 是外 P -属性类 $[\alpha]_k^F$ 的生成的充分必要条件是, 存在 $\nabla[\alpha]_k^F \neq \phi$, $[\alpha]_{k+1}^F$ 与 $[\alpha]_k^F$ 满足

$$[\alpha]_{k+1}^F = [\alpha]_k^F - \nabla[\alpha]_k^F \quad (20)$$

证明与定理 1 类似, 证明略。事实上, 由外 P -集合^[1-6]的

动态结构可得到式(20)。

定理 3(属性补充-删除与 P -属性类生成定理) P -属性类 $([\alpha]_k^F, [\alpha]_{k+1}^F)$ 与 $([\alpha]_k^F, [\alpha]_k^F)$ 满足

$$([\alpha]_{k+1}^F, [\alpha]_{k+1}^F) = ([\alpha]_k^F \cup \Delta[\alpha]_k^F, [\alpha]_k^F - \nabla[\alpha]_k^F) \quad (21)$$

式(21)表示: $[\alpha]_{k+1}^F = [\alpha]_k^F \cup \Delta[\alpha]_k^F, [\alpha]_{k+1}^F = [\alpha]_k^F - \nabla[\alpha]_k^F; \Delta[\alpha]_k^F \neq \phi, \nabla[\alpha]_k^F \neq \phi$ 。

推论 1 $\{[\alpha]_i^F | i \in I\}_{i \in T}$ 是内 P -属性类族 $\{[\alpha]_i^F | i \in I\}$ 的一个子族。

推论 2 $\{[\alpha]_j^F | j \in J\}_{j \in T}$ 是外 P -属性类族 $\{[\alpha]_j^F | j \in J\}$ 的一个子族。

推论 3 $\{([\alpha]_i^F, [\alpha]_j^F) | i \in I, j \in J\}_{i \in T}$ 是 P -属性类族 $\{([\alpha]_i^F, [\alpha]_j^F) | i \in I, j \in J\}$ 的一个子族。

利用第 3 节中的概念, 给出第 4 节。

4 P -属性类度量与度量定理

定义 6 称 η_{k+1}^F 是内 P -属性类 $[\alpha]_{k+1}^F$ 关于 $[\alpha]_k^F$ 的内 P -属性度量, 简称 η_{k+1}^F 是 $[\alpha]_{k+1}^F$ 的内 P -度量, 而且

$$\eta_{k+1}^F = \|Y_{k+1}^F\| / \|Y_k^F\| \quad (22)$$

式中, $\|Y_{k+1}^F\| = (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_p^2)^{\frac{1}{2}}$ 是向量 $\|Y_{k+1}^F\| = (y_1, y_2, \dots, y_p)^T$ 的 2-范数。 $Y_{k+1}^F = (y_1, y_2, \dots, y_p)^T$ 是集合 $Y_{k+1}^F = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$ 生成的向量, 集合 $Y_{k+1}^F = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$ 由 X_{k+1}^F 的元素 $x_i \in X_{k+1}^F$ 的值 $y_i \in Y_{k+1}^F$ 构成; $\|Y_k^F\| = (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_p^2)^{\frac{1}{2}}$ 是向量 $Y_k^F = (y_1, y_2, \dots, y_q)^T$ 的 2-范数。 $Y_k^F = (y_1, y_2, \dots, y_q)^T$ 是集合 $Y_k^F = \{y_1, y_2, \dots, y_q\}$ 生成的向量, 集合 $Y_k^F = \{y_1, y_2, \dots, y_q\}$ 由 X_k^F 的元素 $x_j \in X_k^F$ 的值 $y_j \in Y_k^F$ 构成; $p \leq q, p, q \in \mathbb{N}^+$ 。 X_{k+1}^F 具有 $[\alpha]_{k+1}^F$, X_k^F 具有 $[\alpha]_k^F$ 。

定义 7 称 η_{k+1}^F 是外 P -属性类 $[\alpha]_{k+1}^F$ 关于 $[\alpha]_k^F$ 的外 P -属性度量, 简称 η_{k+1}^F 是 $[\alpha]_{k+1}^F$ 的外 P -度量, 而且

$$\eta_{k+1}^F = \|Y_{k+1}^F\| / \|Y_k^F\| \quad (23)$$

式中, $\|Y_{k+1}^F\| = (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_r^2)^{\frac{1}{2}}$ 是向量 $Y_{k+1}^F = (y_1, y_2, \dots, y_r)^T$ 的 2-范数。 $Y_{k+1}^F = (y_1, y_2, \dots, y_r)^T$ 是集合 $Y_{k+1}^F = \{y_1, y_2, \dots, y_r\}$ 生成的向量, 集合 $Y_{k+1}^F = \{y_1, y_2, \dots, y_r\}$ 由 X_{k+1}^F 的元素 $x_i \in X_{k+1}^F$ 的值 $y_i \in Y_{k+1}^F$ 构成; $\|Y_k^F\| = (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_r^2)^{\frac{1}{2}}$ 是向量 $Y_k^F = (y_1, y_2, \dots, y_\lambda)^T$ 的 2-范数。 $Y_k^F = (y_1, y_2, \dots, y_\lambda)^T$ 是集合 $Y_k^F = \{y_1, y_2, \dots, y_\lambda\}$ 生成的向量, 集合 $Y_k^F = \{y_1, y_2, \dots, y_\lambda\}$ 由 X_k^F 的元素 $x_j \in X_k^F$ 的值 $y_j \in Y_k^F$ 构成; $\lambda \leq r, \lambda, r \in \mathbb{N}^+$ 。 X_{k+1}^F 具有 $[\alpha]_{k+1}^F$, X_k^F 具有 $[\alpha]_k^F$ 。

定义 8 由 η_{k+1}^F 与 η_{k+1}^F 构成的数对

$$(\eta_{k+1}^F, \eta_{k+1}^F) \quad (24)$$

称作 P -属性类 $([\alpha]_{k+1}^F, [\alpha]_{k+1}^F)$ 的 P -度量, 如果 η_{k+1}^F 是内 P -度量, η_{k+1}^F 是外 P -度量。

定理 4(内 P -度量的单位离散区间内点定理) 若 η^F 是单位离散区间 $(0, 1]$ 的一个内点, 或者

$$\eta^F \in (0, 1] \quad (25)$$

则具有度量 η^F 的 $[\alpha]^F$ 是一个内 P -属性类。

证明: 取数值 0 与 $1 = \eta = \|Y\| / \|Y\|$, 作单位离散区间 $(0, 1]$, η 是属性类 $[\alpha]$ 的自身度量。这里, $[\alpha]$ 是 P -集合的基集合^[1-6] $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的属性集合 α 生成的属性等价类;

或者 $[a]$ 是属性类。 $\|Y\| = (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2)^{\frac{1}{2}}$ 是向量 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 的2-范数, $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 是集合 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 生成的向量,集合 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 由 X 的元素 $x_i \in X$ 的值 $y_i \in Y$ 构成。由内P-集合 X_k^F 与P-集合的基集合 X 得到: $X_k^F \subseteq X$;则有 $Y_k^F = \{y_1, y_2, \dots, y_p\} \subseteq \{y_1, y_2, \dots, y_n\} = Y$;或者 $\|Y_k^F\| \leq \|Y\|$,由式(22)得到 $0 \leq \eta_k^F = \|Y_k^F\| / \|Y\| \leq 1$;或者 $\eta_k^F \in (0, 1]$;由定义1得到 $[a]_k^F$ 是一个内P-属性类, $[a]_k^F$ 具有内P-度量 η_k^F 。

定理5(外P-度量的单位离散区间外点定理) 若 η_k^F 是单位离散区间 $(0, 1]$ 的一个外点,或者

$$\eta_k^F \notin (0, 1] \quad (26)$$

则具有度量 η_k^F 的 $[a]_k^F$ 是一个外P-属性类。

证明与定理4类似,略。事实上,由外P-集合 X_k^F 与P-集合的基集合 X 得到 $X \subseteq X_k^F$;或者 $\eta_k^F = \|Y_k^F\| / \|Y\| > 1$,满足式(26),得到定理5。

由定理4—定理5直接得到:

定理6(P-度量的离散区间定理) 内P-度量 η_k^F 与外P-度量 η_k^F 生成的P-度量离散区间 $[\eta_k^F, \eta_k^F]$ 与单位离散区间 $(0, 1]$ 满足

$$[\eta_k^F, \eta_k^F] \cap (0, 1] \neq \emptyset \quad (27)$$

利用第2节的倒向P-推理式(8)一式(10)以及第3,4节中的讨论,给出第5节。

5 未知属性类的倒向P-推理发现

定理7(未知内P-属性类推理发现定理) 若 X_{k+1}^F 与 X_k^F , a_{k+1}^F 与 a_k^F 满足倒向内P-推理:if $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$, then $a_k^F \Rightarrow a_{k+1}^F$,则

1°. $[a]_{k+1}^F$ 是 X_k^F 内删除 ∇X_k^F ,在 $[a]_k^F$ 外被发现的内P-属性类;或者,

$$[a]_k^F \subseteq [a]_{k+1}^F \quad (28)$$

2°. $[a]_{k+1}^F, [a]_k^F$ 的内P-度量 η_{k+1}^F, η_k^F 满足

$$\eta_{k+1}^F - \eta_k^F \leq 0 \quad (29)$$

式中, $[a]_{k+1}^F, [a]_k^F$ 是属性集合 a_{k+1}^F, a_k^F 构成的内P-属性类; a_{k+1}^F, a_k^F 分别是 X_{k+1}^F, X_k^F 的属性集合; $\eta_{k+1}^F, \eta_k^F \in (0, 1]$ 。

证明:1°. 因为内P-集合 X_{k+1}^F 与 X_k^F , a_{k+1}^F 与 a_k^F 满足倒向内P-推理式(8),而且 $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$;或者, $X_{k+1}^F \subseteq X_k^F$;显然, X_{k+1}^F 是 X_k^F 内删除 ∇X_k^F 得到的。这里: a_{k+1}^F, a_k^F 分别是 X_{k+1}^F, X_k^F 的属性集合。由内P-集合 $[1-6]$ 的动态特征得到 X_{k+1}^F, X_k^F 的属性集合 a_{k+1}^F, a_k^F 满足 $a_k^F \subseteq a_{k+1}^F$, a_k^F 是 a_{k+1}^F 的子集, a_{k+1}^F 在 a_k^F 外被发现;令 $a_k^F = [a]_k^F$, $a_{k+1}^F = [a]_{k+1}^F$,由定义1得到 $[a]_{k+1}^F$ 是内P-属性类。2°. 因为 $X_{k+1}^F \subseteq X_k^F$;或者 $\|Y_{k+1}^F\| \leq \|Y_k^F\|$,取P-集合的基集合 $[1-6] X$ 与 $\|Y\|$,由式(22)得到 $\eta_{k+1}^F = \|Y_{k+1}^F\| / \|Y\| \leq \|Y_k^F\| / \|Y\| = \eta_k^F$;或者, $\eta_{k+1}^F \leq \eta_k^F$;或者 $\eta_{k+1}^F - \eta_k^F \leq 0$ 。

推论4 若 $[a]_{k+1}^F$ 是倒向内P-推理在 $[a]_k^F$ 之外被发现的内P-属性类,则 $[a]_k^F$ 内被补充属性类 $\Delta[a]_k^F$ 。

定理8(未知外P-属性类推理发现定理) 若 X_{k+1}^F 与 X_k^F , a_{k+1}^F 与 a_k^F 满足倒向外P-推理:if $X_k^F \Rightarrow X_{k+1}^F$, then $a_{k+1}^F \Rightarrow a_k^F$;则

1°. $[a]_{k+1}^F$ 是 X_k^F 内被补充 ΔX_k^F ,在 $[a]_k^F$ 内被发现的外P-属性类;或者,

$$[a]_{k+1}^F \subseteq [a]_k^F \quad (30)$$

2°. $[a]_{k+1}^F, [a]_k^F$ 的外P-度量 η_{k+1}^F, η_k^F 满足

$$\eta_{k+1}^F - \eta_k^F \geq 0 \quad (31)$$

式中, $[a]_{k+1}^F, [a]_k^F$ 是属性集合 a_{k+1}^F, a_k^F 构成的外P-属性类; a_{k+1}^F, a_k^F 分别是 X_{k+1}^F, X_k^F 的属性集合; $\eta_{k+1}^F, \eta_k^F \in (0, 1]$ 。

证明与定理7类似,略。

推论5 若 $[a]_{k+1}^F$ 是倒向外P-推理在 $[a]_k^F$ 之内被发现的外P-属性类,则 $[a]_k^F$ 内被删除属性类 $\nabla[a]_k^F$ 。

由定理7和定理8,得到:

定理9(未知P-属性类推理发现定理) 倒向P-推理同时在 $[a]_k^F$ 之外发现内P-属性类 $[a]_{k+1}^F$,在 $[a]_k^F$ 之内发现外P-属性类 $[a]_{k+1}^F$; $[a]_{k+1}^F$ 与 $[a]_{k+1}^F$ 构成P-属性类 $([a]_{k+1}^F, [a]_{k+1}^F)$ 。

推论6 若 $([a]_{k+1}^F, [a]_{k+1}^F)$ 是倒向P-推理发现的P-属性类,则 $[a]_{k+1}^F$ 是内P-属性类 $[a]_k^F$ 之内被补充属性类 $\Delta[a]_k^F$ 的生成, $[a]_{k+1}^F$ 是外P-属性类 $[a]_k^F$ 内被删除属性类 $\nabla[a]_k^F$ 的生成。

应当指出:定理7中,未知内P-属性类 $[a]_{k+1}^F$ 是指:在倒向内P-推理中,如果 X_k^F 内被删除一些元素, X_k^F 变成 X_{k+1}^F ,而且 $X_{k+1}^F \Rightarrow X_k^F$ 。发生这个变化的原因是 X_k^F 的属性集合 a_k^F 内被补充了哪些属性?被补充的这些属性是不被人们事先知道的;在经济系统中,这些被补充的属性称作“风险属性”,它的存在与生成,人们并不能事先知道,这些讨论在本文的例子中给出。

由定理7—定理9,得到:

内P-属性类辨识准则

若 X_k^F 内被删除元素,则 X_k^F 具有的内P-属性类 $[a]_k^F$ 与属性类 $\Delta[a]_k^F \neq \emptyset$ 生成内P-属性类 $[a]_{k+1}^F$,而且

$$IDE([a]_{k+1}^F, [a]_k^F) \quad (32)$$

外P-属性类辨识准则

若 X_k^F 内被补充元素,则 X_k^F 具有的外P-属性类 $[a]_k^F$ 与属性类 $\nabla[a]_k^F \neq \emptyset$ 生成外P-属性类 $[a]_{k+1}^F$,而且

$$IDE([a]_{k+1}^F, [a]_k^F) \quad (33)$$

式(32)和式(33)中, $IDE = identification$ 。

利用第2节中的倒向P-推理与第3—5节的结果,给出第6节。

6 倒向P-推理与内P-属性类在信息系统中的应用

本文的例子取自经济系统。集团公司 X 是国家500强大型企业之一,是河南省利税大户。 X 地处河南省中部,每年为国家创造数十亿利润。 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ 是 X 的子公司, $[a]$ 是 X 的属性类(市场特征),而且

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\} \quad (34)$$

$$[a] = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} \quad (35)$$

因为商业秘密原因, $X, a_i \in [a]$, a 的名称略。

X 的财务年报给出2010年1—6月利润值 y 分布,如表1所列。

表1 X 的2010年1—6月利润值 y_k 分布, $k=1, 2, \dots, 6$

	1	2	3	4	5	6
Y	1.83	1.97	1.74	1.92	1.89	1.96

表1中的数据是 X 在2010年1—6月的真实利润数据经

过技术方法后的数据,它不影响例子的分析,子公司 $x_k \in X$ 在 2010 年 1—6 月的利润分布略, $k=1,2,\dots,10$ 。表 2 给出 X 在 2011 年 1—6 月财务年报给出的利润值 Y^F 分布。

表 2 X 的 2011 年 1—6 月利润值 y_k^F 分布, $k=1,2,\dots,6$

	1	2	3	4	5	6
Y^F	1.13	1.07	1.38	1.09	1.72	1.24

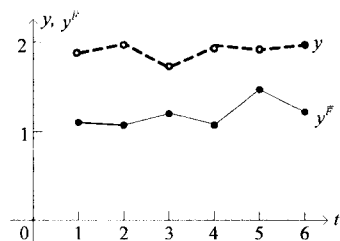
从表 1、表 2 中得到: $\forall k, y_k^F < y_k, k=1,2,\dots,6$ 。2010 年 11 月, X 的财务年报给出: 子公司 x_3, x_6, x_7 已零利润生存; x_3, x_6, x_7 已被迫关闭, 子公司 x_3, x_6, x_7 的关闭涉及到子公司 $x_1, x_2, x_4, x_5, x_8, x_9, x_{10}$; 使 $x_1, x_2, x_4, x_5, x_8, x_9, x_{10}$ 的利润下降, 表 1 变成表 2。

2011 年初, 子公司 x_3, x_6, x_7 违规使用食品添加剂 β_1, β_2 被曝光; 或者, 突发性的属性 β_1, β_2 出现(食品添加剂 1, 食品添加剂 2), 迫使 x_3, x_6, x_7 关闭。属性 β_1, β_2 进入式(35)中属性类 $[\alpha]$; 或者, 元素迁移 $f \in F$ 把 β_1, β_2 变成 $f(\beta_1) = \alpha_1' \in [\alpha], f(\beta_2) = \alpha_2' \in [\alpha], [\alpha]$ 变成内 P-属性类 $[\alpha]^F$, 而且

$$[\alpha]^F = [\alpha] \cup \{f(\beta_1), f(\beta_2)\} \\ = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_1', \alpha_2'\} \quad (36)$$

利用倒向内 P-推理式(8): if $X^F \Rightarrow X$, then $\alpha \Rightarrow \alpha^F$, 得到: $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$ 变成 $X^F = \{x_1, x_2, x_4, x_5, x_8, x_9, x_{10}\}$, $X^F \subseteq X$; X 具有的属性类 $[\alpha]$ 变成内 P-属性类 $[\alpha]^F$, $[\alpha]^F$ 在 $[\alpha]$ 外被发现。利用表 1、表 2 与式(22)得到: 内 P-属性类 $[\alpha]^F$ 的属性度量 $\eta^F = \|Y_F\| / \|Y\| = 3.16 / 4.62 = 0.68$, η^F 满足定理 4, 而且 $\eta^F \in (0, 1]$; 利用定理 7 得到: $\eta^F - \eta = -0.32 < 0$; 利用推论 4 得到: $[\alpha]^F$ 内被补充了 $\Delta[\alpha]^F = \{\alpha_1', \alpha_2'\}$ 。这个简单例子给出: X 变成 X^F ; 或者 $X^F \Rightarrow X$, 由属性类 $[\alpha]$ 找到内 P-属性类 $[\alpha]^F$, $[\alpha] \subseteq [\alpha]^F$ 。内 P-属性类 $[\alpha]^F$ 的存在, 集团公司 X 给出了认证。

图 1 给出集团公司 X 的利润分布折线。



“---”是 X 的 2010 年 1—6 月利润分布折线; X 具有属性类 $[\alpha]$;
“—”是 X^F 的 2011 年 1—6 月的利润分布折线; X^F 具有内 P-属性类 $[\alpha]^F$

图 1

结束语 本文对 P-集合做了进一步的讨论, 得到 P-属性类 $([\alpha]^F, [\alpha]^F)$ 。P-属性类由内 P-属性类 $[\alpha]^F$ 与外 P-属性类 $[\alpha]^F$ 构成。给出 P-属性类生成与生成定理, P-属性类(内 P-属性类, 外 P-属性类)是潜藏在 P-集合内的新概念; 给出 P-属性类(内 P-属性类, 外 P-属性类)的度量与度量的离散区间定理。把倒向 P-推理模型引入到本文的讨论中得到, 在集合变化: $X^F \Rightarrow X, X \Rightarrow X^F$ 的条件下, 找到了属性类变化: $[\alpha] \Rightarrow [\alpha]^F, [\alpha]^F \Rightarrow [\alpha]$ 。本文给出了一个简单的应用。本文的讨论表明了 P-集合与倒向 P-推理是研究动态信息系统的—个新理论, 特别是存在风险属性入侵的条件下, P-集合具有很好的应用特性。

参考文献

- [1] 史开泉. P-推理与信息的 P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 1-9
- [2] 林宏康, 范成贤, 史开泉. 倒向 P-推理与属性剩余发现-应用[J]. 计算机科学, 2011, 38(10): 189-198
- [3] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报: 理学版, 2008, 43(11): 77-84
- [4] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219
- [5] 史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学, 2010, 37(8): 1-8
- [6] 史开泉, 张丽. 内 P-集合与数据外-恢复[J]. 山东大学学报: 理学版, 2009, 44(4): 8-14
- [7] 张丽, 崔玉泉, 史开泉. 外 P-集合与数据内-恢复[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(6): 1233-1238
- [8] 张飞, 陈萍, 张丽. P-集合的 P-分离与应用[J]. 山东大学学报: 理学版, 2010, 45(3): 18-22
- [9] Zhang Li, Cui Yu-quan. Outer P-sets and data internal recovery[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 189-199
- [10] Xiu Ming, Shi Kai-quan, Zhang Li. P-sets and F-data selection-discovery[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 1(2): 791-800
- [11] 史开泉. 函数 P-集合[J]. 山东大学学报: 理学版, 2011, 46(2): 62-69
- [12] Shi Kai-quan. Function P-sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2011, 2(4): 281-288
- [13] 赵文菊, 范成贤. 函数 P-集合属性依赖与应用[J]. 山东大学学报: 理学版, 2011, 46(6): 115-120
- [14] Fan Cheng-xian, Lin Hong-kang. P-sets and the reasoning-identification of disaster information[J]. International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(1): 337-345
- [15] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. The dual form of P-reasoning and identification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(1): 121-131
- [16] 刘若慧, 刘保仓, 史开泉. 外 P-集合与 F-信息伪装[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(1): 116-119
- [17] 耿红琴, 张冠宇, 史开泉. F-信息伪装与伪装-还原辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 241-245
- [18] 汪洋, 张冠宇, 史开泉. P-集合与 F-记忆信息特征-应用[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 246-249
- [19] 于秀清. P-集合与 F-外嵌入信息辨识-发现[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 250-253
- [20] 于秀清, 徐风生. P-规律推理与未知规律发现-应用[J]. 山东大学学报: 理学版, 2012, 47(1): 110-115
- [21] 史开泉. 逆 P-集合[J]. 山东大学学报: 理学版, 2012, 47(1): 98-109
- [22] 李豫颖, 林宏康, 史开泉. 数据离散区间特征与数据发现-应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(10): 2258-2262
- [23] 汪洋, 张冠宇, 张丽. P-集合与 F-信息的动态分离特征[J]. 山东大学学报: 理学版, 2011, 46(3): 35-40