

Sylvester 时变矩阵方程求解的终态神经网络算法

孔 颖^{1,2} 孙明轩¹

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)¹ (浙江科技学院信息与电子工程学院 杭州 310023)²

摘要 为了更好地提高收敛的速度和精度,提出一种终态神经网络(TNN)及其加速形式(ATNN)的求解方法。该网络求解方法具有终态吸引特性,能够在有限的时间内得到时变矩阵的有效解。相比于具有渐近收敛动态特性的神经网络,该神经网络方法具有有限时间收敛性,不仅能够改变收敛速度,而且能达到较高的收敛精度。将 3 种不同的神经网络方法用于求解时变 Sylvester 动态方程;同时,以终态神经网络求解二次优化问题,实现冗余机械臂 Katana6M180 有限时间收敛的重复运动规划任务。仿真结果验证了终态神经网络方法的有效性。

关键词 终态神经网络, Sylvester 时变矩阵方程, 有限时间收敛, 重复运动规划

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.10.038

Terminal Neural Network Algorithm for Solution of Time-varying Sylvester Matrix Equations

KONG Ying^{1,2} SUN Ming-xuan¹

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)¹

(School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)²

Abstract In order to improve the convergence rate and convergence precision, a method for new types of terminal neural network (TNN) and its accelerated form (ATNN) was proposed. This method has terminal attractor characteristics and can get effective solution for time-varying matrix in finite time. In contrast to the ANN, it's proved that TNN can accelerate the convergence, speed and achieve finite-time convergence. It not only improves the rate of convergence, but also results in high computing precision. The dynamic equations of time-varying Sylvester are solved by ANN, TNN and ATNN models respectively. In addition, the terminal neural network models are applied in Katana6M180 manipulator to demonstrate the effectiveness of the proposed computing models in performing the repeatable motion planning tasks. The simulation results verify the validity of the terminal neural network method.

Keywords Terminal neural networks, Time-varying Sylvester matrix equations, Finite-time convergence, Repeatable motion planning

1 引言

许多实际问题会涉及到求解 Sylvester 线性矩阵方程。该矩阵方程通常采用数值求解的方法,常用的是 Bartels-Stewart 算法^[1]。该算法基于串行处理的执行思想,基于它进行求解的时间复杂度为矩阵维数的立方,因此当参数矩阵为时变矩阵时,计算负担将急剧增加,处理速度受到限制,不能满足连续实时计算的要求。

动态神经网络方法由于对复杂环境中的非线性问题具备并行处理能力而受到许多学者的关注^[2-4]。基于梯度法的神经网络模型,如 Hopfield 网络模型,可以在短时间内完成数学问题的在线求解^[5]。与此同时,各种基于梯度法的动态神经网络方法也被应用于 Sylvester 矩阵方程的实时求解。传统的梯度法神经网络模型没有充分利用导数的信息,因此所求结果与理想结果之间总是存在一定的滞后误差。然而,在

实际的科学和工程应用中,时变问题经常出现,如高速飞行的飞机的动力学系统系数、机械工程中的运动参数等^[6]。为了获得更高的准确率,需要考虑各种时变因素给系统带来的影响。通过梯度神经网络求解,尤其是科学计算快时变问题得到的结果往往不尽如人意。为了提升收敛速度,一种基于梯度法的渐近神经网络(ANN)模型受到广泛关注,它改善了用传统递归神经网络求得的结果与理想结果之间的滞后误差^[7]。相比于传统神经网络求解方法,渐近神经网络(ANN)能有效求解时变问题,该方法具有渐近收敛性能,在计算时间足够长的情况下能够获得有效解。最近,具有有限时间收敛性能的递归神经网络被用于求解时变问题。相比于具有渐近收敛动态特性的递归神经网络,终态收敛动态特性具有有限时间收敛性,不但能够提升收敛速度,而且能达到较高的收敛精度^[8]。

文中提供一种新型终态神经网络(TNN)及其加速形式

到稿日期:2017-05-31 返修日期:2017-07-20 本文受国家自然科学基金(61573320)资助。

孔 颖(1980-),女,博士生,讲师,主要研究领域为神经网络、智能机械臂控制、模式识别, E-mail: kongying-888@163.com(通信作者);孙明轩(1961-),男,博士,教授,主要研究领域为迭代学习控制。

(ATNN)的求解方法,其动态特性具有终态收敛性质,激活函数可以是通常的任意形式。文中将终态神经网络应用于求解 Sylvester 时变矩阵方程与冗余机械臂的重复运动规划。

2 终态神经网络

文中记时变矩阵 $X(t) = (x_{ij}(t)) \in R^{n \times n}$, $x_{ij}(\cdot)$ 为矩阵 $X(t)$ 的第 i 行第 j 列的元素, $1 \leq i, j \leq n$, 记 $X^a(t) = (x_{ij}^a(t))$; $\dot{X}(t)$ 为矩阵 $X(t)$ 的导数, 且 $\dot{X}(t) = (\dot{x}_{ij}(t))$ 。考虑由下述矩阵微分方程描述的终态神经网络:

$$\dot{E}(t) = -\gamma \phi(E^{q/p}(t)) \tag{1}$$

其中, $\gamma > 0$ 为可调整参数; q, p 分别为奇数, 且 $0 < q < p$; $\phi(\cdot): R^{n \times n} \rightarrow R^{n \times n}$ 为激活函数。

定义 $\phi(E^{q/p}(t)) = \phi(e_{ij}^{q/p}(t))$, 取 $V(t) = \frac{1}{2} E^2(t)$, 其导数

可计算并且可以得到 $\dot{V}(t) = E(t) \odot \dot{E}(t) = -\gamma E(t) \odot \phi(E^{q/p}(t)) = -\gamma e_{ij}(t) \phi(e_{ij}^{q/p}(t))$, 其中 \odot 表示 Hadamard 积。

为了保证终态神经网络(1)的收敛性, $e_{ij}(t) \phi(e_{ij}^{q/p}(t))$ 必须是正定的。因此, 激活函数 $\phi(\cdot)$ 可以选择单调递增奇函数, 满足 $\phi(-\cdot) = -\phi(\cdot)$ 。

由式(1)中可以看到, 当 $p=q=1$ 时, 终态神经网络(1)就转化成 $\dot{E}(t) = -\gamma \phi(E(t))$ 的形式, 即渐近周期网络(ANN)。因此, $0 < q < p$ 是保证网络能在有限时间收敛的必要条件。将 $\phi(\cdot)^{q/p}$ 作为一类激活函数, 文中将式(1)看成是一类动态系统, 其激活函数可以是任意形式。不同的激活函数构成了具有不同收敛速度的终态神经网络, 相比于渐近网络而言, 其具有更广泛的应用价值。为了方便计算, 选取 $\phi(E^{q/p}(t)) = E^{q/p}(t)$ 作为激活函数。为了加快收敛的速度, 在终态神经网络的基础上给出其加速形式(ATNN):

$$\dot{E}(t) = -\phi(\gamma_1 E(t) + \gamma_2 E^{q/p}(t)) \tag{2}$$

其中, $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$ 。

相比于终态神经网络(1), 加速形式在右边增加了 $\gamma_1 E(t)$ 这一项。从式(2)中可以明显看到, 当动态误差 $E(t)$ 远离平衡零点时, 神经网络的收敛速度由式(2)右边的第一项即 $\gamma_1 E(t)$ 控制。然而当 $E(t)$ 逐渐收敛至平衡点零附近时, 网络的收敛速度由 $\gamma_2 E^{q/p}(t)$ 决定, 因此加速终态神经网络加快了动态误差的收敛速度, 提高了收敛的精度。

取线性激活函数 $\phi(E(t)) = E(t)$, 渐近周期神经网络的动态响应时间为 $E(t) = E(0)e^{-\gamma t}$, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 若 $E(0) \neq 0$, 则 $E(t)$ 渐近收敛于 0。显然, ANN 网络收敛至平衡态 $E(t) = 0$ 需要无限长时间。

在引入终态吸引子 q/p 后, 在相同激活函数的作用下, 终态神经网络(1)可以表示成:

$$\dot{E}(t) = -\gamma E^{q/p}(t) \tag{3}$$

加速终态神经网络(2)可以表示成:

$$\dot{E}(t) = \gamma_1 E(t) + \gamma_2 E^{q/p} \tag{4}$$

由此, 可以得到以下结论:

引理 1 当 $0 < q < p$ 时, 任意给定初值 $E(0)$, 终态神经

网络(3)中 $E(t)$ 最终可以在有限时间 $\frac{p}{\gamma(p-q)} e_{ij}^{(p-q)/p}(0)$ 内收

敛到零。加速终态神经网络 $E(t)$ 到达零时刻的时间为

$$\frac{p}{\gamma_1(p-q)} \ln \frac{(\gamma_1 e_{ij}^{(p-q)/p} + \gamma_2)}{\gamma_2}$$

3 Sylvester 时变矩阵方程

考虑以下 Sylvester 时变矩阵方程:

$$A(t)X(t) - X(t)B(t) + C(t) = 0 \tag{5}$$

其中, t 代表时间, $A(t) \in R^{m \times m}, B(t) \in R^{n \times n}, C(t) \in R^{m \times n}$ 分别表示 3 个时变矩阵, $X(t)$ 代表未知的变量。我们需要找到一个合适的 $X(t)$ 值, 在 $t > T_1$ 时, 使得式(5)成立。 $X(t)$ 在经过某个时间 T_1 后, 收敛于其真值 $X^*(t)$ 。

定义 $E(t) = A(t)X(t) - X(t)B(t) + C(t)$, 式(5)中, 当 $E(t) = 0$ 时, $X(t)$ 收敛于其真值 $X^*(t)$ 。特别地, 采用终态神经网络方法, 根据式(3)所示的误差动态方程, 可将式(5)进一步地写成:

$$A(t)\dot{X}(t) - \dot{X}(t)B(t) = -\dot{A}(t)X(t) + X(t)\dot{B}(t) - \dot{C}(t) - \gamma(A(t)X(t) - X(t)B(t) + C(t))^{q/p} \tag{6}$$

其中, $\dot{A}(t), \dot{B}(t), \dot{C}(t), \dot{X}(t)$ 分别表示 $A(t), B(t), C(t)$ 和 $X(t)$ 的导数。给定时变矩阵 $A(t), B(t), C(t)$, 可以求出其导数, 任意给定初值 $X(0)$, 可以得到每个对应时刻的 $X(t)$ 。通过终态神经网络(6)求解 Sylvester 时变矩阵方程, 构建如图 1 所示的仿真模块图。

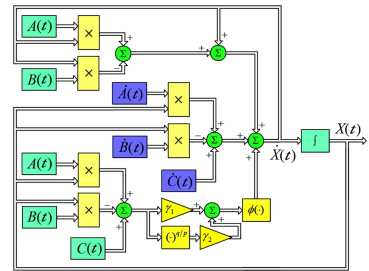


图 1 基于终态神经网络(6)求解 Sylvester 矩阵方程的模块图
Fig. 1 Structure diagram of solving Sylvester matrix equation based on TNN (6)

当采用加速终态神经网络方法(4)求解 Sylvester 时变矩阵方程(5)时, 式(5)可表示成如下形式:

$$A(t)\dot{X}(t) - \dot{X}(t)B(t) = -\dot{A}(t)X(t) + X(t)\dot{B}(t) - \dot{C}(t) - \gamma_1(A(t)X(t) - X(t)B(t) + C(t)) + \gamma_2(A(t)X(t) - X(t)B(t) + C(t))^{q/p} \tag{7}$$

其构建的仿真模块如图 2 所示。

本节分别用终态神经网络(TNN)及其加速形式(AT-NN)和渐近神经网络(ANN)对 Sylvester 时变矩阵方程(5)进行求解。在实验的过程中, 采用相同的线性激活函数 $\phi(e_{ij}) = e_{ij}$, 以及相同的参数设置 $\gamma = 1, q = 3, p = 5, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 10$ 。给定

$$A(t) = \begin{bmatrix} -1+1.5c^2 & 1-1.5s \times c \\ -1-1.5s \times c & -1+1.5s^2 \end{bmatrix}, B(t) = A^T(t), C(t) = \begin{bmatrix} 2s-3s \times c^2 & -0.5c(1-6s^2) \\ 0.5c(4-3c^2+3s^2) & 0.5s(1-3s^2+3c^2) \end{bmatrix}, \text{其中 } c =$$

$\cos(t), s = \sin(t)$ 。式(5)中 $X(t)$ 的理论解为 $X^*(t)$, 且 $X^*(t) =$

$$\begin{bmatrix} \sin t & -\cos t \\ \cos t & \sin t \end{bmatrix}。$$

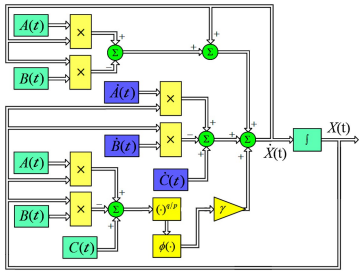


图 2 基于终态神经网络(7)求解 Sylvester 矩阵方程的模块图
Fig. 2 Structure diagram of solving Sylvester matrix equation based on TNN (7)

图 3 给出基于终态神经网络动态方程(6)求解时变矩阵方程(5)时 $X(t)$ 值的轨迹变化。图中, 给定任意初值 $X(0)$, 经过 10s, $X(t)$ 的轨迹(方形)与 $X^*(t)$ 的理论轨迹(三角形)基本吻合。基于加速终态神经网络动态方程(7)求解时变矩阵方程(5)时, $X(t)$ 值的变化轨迹如图 4 所示, 图 4 中, $X(t)$ 的值收敛于真值 $X^*(t)$ 。

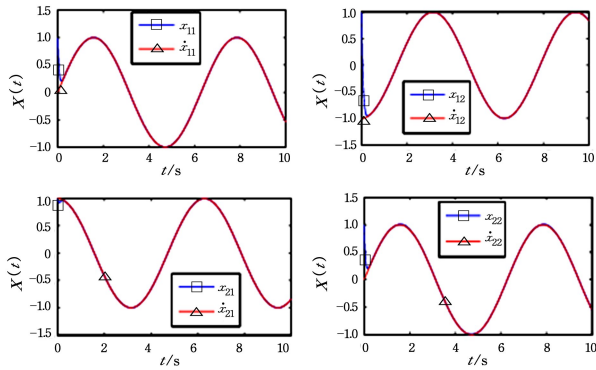


图 3 基于终态神经网络动态方程(6)求得的矩阵值 $X(t)$
Fig. 3 Obtained matrix value $X(t)$ based on TNN (6)

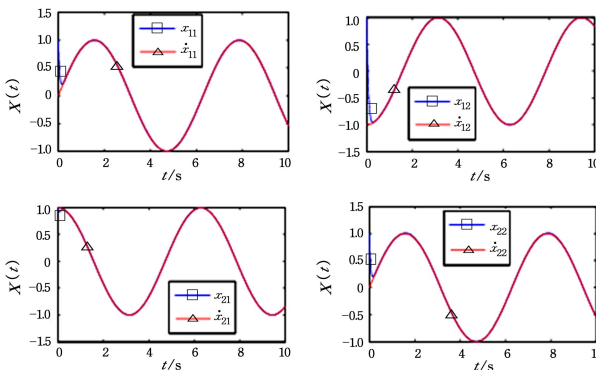


图 4 基于终态神经网络(7)求得的矩阵值 $x(t)$
Fig. 4 Obtained matrix value $x(t)$ based on TNN (7)

定义 $J_E = \|X(t) - X^*(t)\|_F$, 以判断采用不同神经网络求解方法得到的收敛速度, 误差收敛结果如图 5 和图 6 所示。由图 5 和图 6 可知, 误差随着时间的增加而迅速减小, ATNN 和 TNN 的收敛速度快于 ANN。 $\gamma = 1$ 时, 以 TNN 动

态方程求解时, 误差收敛精度达到 4×10^{-3} ; 当 γ 从 1 增大到 100 时, 误差收敛速度加快, 精度也得到了提高, 达到 2×10^{-5} 。当 $\gamma_1 = 1000, \gamma_2 = 100$ 时, 以 ATNN 动态方程求解时, 误差收敛速度远快于 ANN, 且 J_E 的误差收敛精度已经达到 0.5×10^{-6} 。

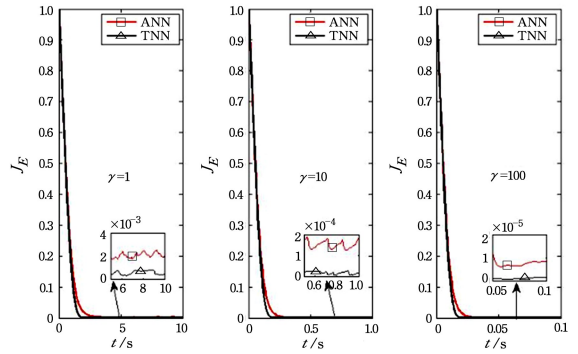


图 5 基于 ANN 和 TNN 求解时的误差轨迹

Fig. 5 Error trajectories based on ANN and TNN

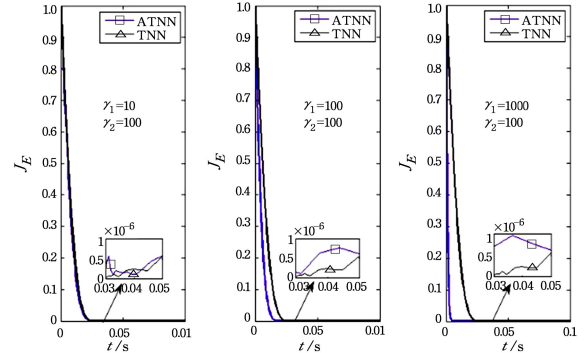


图 6 基于 ATNN 和 TNN 求解时的误差轨迹

Fig. 6 Error trajectories based on ATNN and TNN

4 冗余机械臂运动轨迹规划

冗余机械臂所拥有的关节角向量 $\theta(t) \in R^n$ 与末端执行器的位置向量 $r(t) \in R^m$ 之间存在以下关系:

$$r = f(\theta) \tag{8}$$

对于冗余机械臂, $n > m$, $f(\cdot)$ 是已知的非线性多对一函数, 给定末端执行器的运动路径 $r(t)$, 实时求出所对应关节角 $\theta(t)$ 的运动变化。冗余机械臂解析问题需要转化到速度层面上求解, 对式(8)两边求积分:

$$J(\theta) \dot{\theta} = \dot{r} \tag{9}$$

其中, $J(\theta) \in R^{m \times n}$ 是雅克比矩阵, $J(\theta) = \partial f(\theta) / \partial \theta$, $J(\theta)$ 可以看作机械臂运动时速度 \dot{r} 和关节角速度 $\dot{\theta}$ 间的线性变换。

冗余机械臂末端执行器在笛卡尔操作空间做重复运动时, 闭合的末端执行器运动轨迹可能产生非闭合的关节角轨迹, 导致出现关节角偏差现象。这种非重复运动问题可能会引起机械臂在重复作业中出现不可预料的情况。基于伪逆的方法是求解该问题的一种常用方法, 该方法将问题的解写成一个最小范数解加上一个同类解。其目标可以被指定到同类解上来控制机械手的自运动以达到优化其他目标函数的目的^[9]。同一时期, Whitney 提出了具有等式约束的最小速度

范数性能指标作为机械臂运动的最小化目标函数,实际上,它也是一种基于伪逆的冗余度解析方案^[10]。然而,应用最为广泛的伪逆控制法在运动过程中不能获得重复性,通常采用自运动的方法进行弥补,但是通过自运动进行调整的效率较低^[11]。

基于二次优化(Quadratic Optimization, QP)的冗余解析方案受到关注, Cheng 于 1994 年提出关节无偏差性能指标^[12]。为了高效地执行重复的运动任务, Zhang 引入重复运动指标作为优化准则,形成了重复运动规划(Repetitive Motion Planning, RMP)方案,使用二次规划(QP)和递归神经网络(RNN)进行冗余度解析^[13]。递归神经网络求解器是求解基于二次型优化描述的冗余度解析问题的有效方法。通常的神经网络求解器具有渐近收敛性能,在计算时间足够长的情况下能够获得有效解,且能实时在线求解各类时变问题。

文中引用了上述重复运动规划(RMP)方案,采用终态神经网络作为求解方法,在初始位置偏移的情形下完成冗余机械臂有限时间收敛的重复运动规划任务。

4.1 重复运动冗余度解析方案

实际运动过程中,冗余机械臂每个关节的起始角可能不在期望轨迹上,在初始时刻各关节角和各期望关节角之间存在偏差。为了使得 $\|\theta(t) - \theta(0)\|_2$ 的值最小,关节角能够实现重复运动,在完成指定的某个任务后,仍然可以回到目标期望路径上,我们引用如下二次优化的性能指标。

$$\begin{aligned} \min \quad & \dot{\theta}^T \dot{\theta} / 2 + C^T \dot{\theta} \\ \text{s. t.} \quad & J(\theta) \dot{\theta} = \dot{r} \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $C = \mu(\theta(t) - \theta(0))$, $\theta(0)$ 为关节角的初始值;参数 $\mu > 0$, 在硬件条件允许的前提下, μ 的取值越大,可以使各个关节角在最终时刻和初始时刻的差值越小。 r 表示机械臂的末端跟踪的轨迹, $\dot{\theta}$ 表示各关节的角速度向量, \dot{r} 是末端执行器的运动速率,角度和角速度的活动限制范围分别为 $[\theta^-, \theta^+]$ 和 $[\dot{\theta}^-, \dot{\theta}^+]$ 。

4.2 冗余度解析方案的二次规划转化

为求解 4.1 节中的二次规划问题,建立拉格朗日函数 $L(\dot{\theta}, \lambda, t) = \dot{\theta}^T \dot{\theta} / 2 + \mu(\theta(t) - \theta^*(0))^T \dot{\theta} + \lambda^T (J(\theta) \dot{\theta} - \dot{r}^*)$, 其中, $\lambda(t)$ 为拉格朗日乘子向量, λ^T 是 $\lambda(t)$ 向量的转置。通过拉格朗日函数对各个变量求导,并令其为零,可得矩阵方程:

$$W(t)y(t) = v(t) \quad (11)$$

其中, $W(t) = \begin{bmatrix} I & J^T(\theta(t)) \\ J(\theta(t)) & 0 \end{bmatrix}$, I 为具有相应维数的单位矩阵,且 $y(t) = [\dot{\theta}(t), \lambda(t)]^T$, $v(t) = [C, \dot{r}]^T$ 。

冗余机械臂重复运动规划问题被转化为等式(11)的计算问题。求解时变矩阵 $y(t)$,使得方程(11)恒成立。可将时变矩阵方程(11)的理论解写成 $y^*(t) = W^{-1}(t)v(t)$ 。

4.3 利用 TNN 和 ATNN 求解二次规划问题

首先定义以下向量误差函数:

$$E(t) = W(t)y(t) - v(t) \quad (12)$$

由终态神经网络(3)求解式(12)可得:

$$\dot{y}(t) = -\dot{W}(t)y(t) - W(t)\dot{y}(t) + \dot{v}(t) + \gamma[W(t)y(t) -$$

$$v(t)]^{q/p} + \dot{y}(t) \quad (13)$$

用加速终态神经网络(4)求解式(12),可得:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) = & -\dot{W}(t)y(t) - W(t)\dot{y}(t) + \dot{v}(t) + \gamma_1[W(t)y(t) - \\ & v(t)] + \gamma_2[W(t)y(t) - v(t)]^{q/p} + \dot{y}(t) \end{aligned} \quad (14)$$

在本节中,通过 Katana6M180 空间冗余机械臂执行圆形轨迹任务,以可重复运动冗余度解析方案(10)和终态神经网络求解方法(13)和(14),使得 Katana6M180 空间机械臂在初始位置偏移目标轨迹的情况下,最终可以完成有限时间收敛可重复圆轨迹规划任务。在整个实验过程中,只考虑了机械臂末端执行器的运动位置。表 1 中给出了 Katana6M180 空间机械臂的各个关节角和角速度的限制。

表 1 冗余机械臂 Katana6M180 关节角和关节角速度的限制
Table 1 Limitations of joint angle and joint velocity for redundant manipulator Katana6M180

关节序号	关节	θ^\pm / rad	$\dot{\theta}^\pm / (\text{rad/s})$
1	关节 1	$\pm 1.92\pi$	± 1
2	关节 2	$\pm 0.78\pi$	± 1
3	关节 3	$\pm 1.34\pi$	± 2
4	关节 4	$\pm 1.29\pi$	± 2
5	关节 5	$\pm 1.85\pi$	$\pm 2\pi$

下面分别利用 ANN, TNN 和 ATNN 模型来求解 Katana6M180 空间冗余机械臂的运动轨迹规划问题。在实验中,确定圆轨迹的圆心坐标 $(x=0, y=\sqrt{3}/10, z=0.1)$, 将圆的半径设定为 0.2 m, 其圆面与 X 轴的夹角为 $\pi/6$ rad, 末端执行器完成圆轨迹的时间 $t=10$ s。在初始状态时,设置机械臂的 5 个关节角的期望回拢关节角为 $\theta^*(0) = [0, \pi/4, 0, \pi/4, 0]^T$, 考虑到冗余机械臂运动时各关节角的初始位置可能不在预期目标的轨迹上,将机械臂的 7 个关节角的初始值设为 $\theta(0) = [0, -\pi/4, 0, \pi/2, 0, -\pi/4 + 3, 0]^T$ 。在不同的神经网络求解过程中,各参数取值如下: $u=1, \gamma=0.9, \gamma_2=0.9, \gamma_1=1$ 。

图 7-图 11 分别是以终态神经网络、渐近神经网络求解冗余机械臂 Katana6M180 重复运动规划问题的效果图。经过 10 s 后,冗余机械臂 Katana6M180 各关节角的终值误差达到 10^{-5} ,所有的关节轨迹基本闭合,其轨迹如图 7 所示。

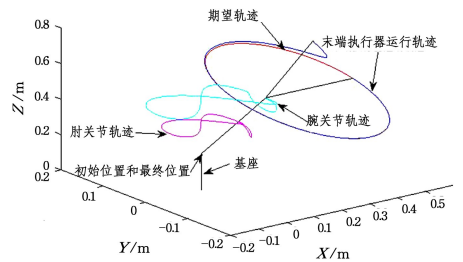


图 7 冗余机械臂 Katana6M180 的各个关节角轨迹
Fig. 7 Joint angle trajectories of redundant manipulator Katana6M180

目标圆轨迹及机械臂的末端执行器在空间中的运动轨迹如图 8 所示。从图中可以看出,末端执行器的初始位置不在期望的轨迹上,随着时间的增加,末端执行器逐渐向期望轨迹靠拢,其中 TNN 方法求解得到的结果靠近期望轨迹的速度快于 ZNN 方法,并最终与期望轨迹基本吻合。

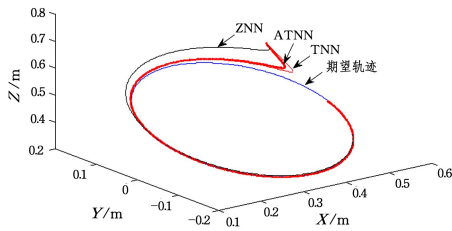


图 8 冗余机械臂 Katana6M180 末端执行器的运动轨迹
Fig. 8 End-effector trajectories of redundant manipulator Katana6M180 using different neural models

图 9 给出以不同神经网络求解二次规划问题得到的末端执行器各位置的误差轨迹。从图中可以看到,以终态神经网络进行求解时,当时间 t 接近 5 s 时,误差收敛精度达到 1.8×10^{-4} ;以递归神经网络求解时,误差收敛精度仅达到 0.02。

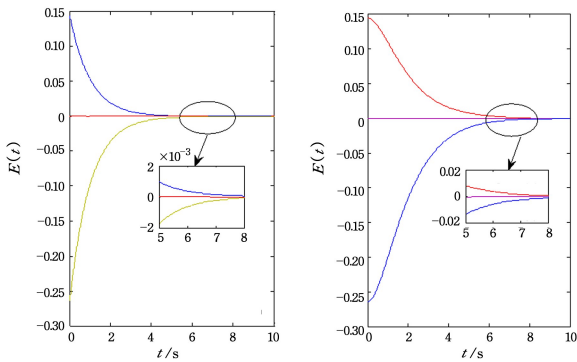


图 9 冗余机械臂 Katana6M180 末端执行器各位置的误差轨迹
Fig. 9 Position error trajectories of redundant manipulator Katana6M180 using different neural models

为了验证终态神经网络求解二次规划的有效性,机械臂 PA10 末端执行器完成圆轨迹过程中得到的关节角瞬态轨迹和角速度瞬态轨迹如图 10 所示。从图中可以看出,冗余机械臂的各关节角最终收敛于期望的关节角位置。冗余机械臂 Katana6M180 末端执行器各关节角的终值误差如表 2 所列。

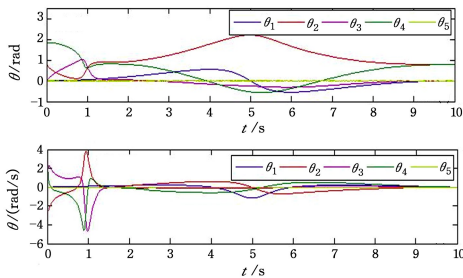


图 10 冗余机械臂 Katana6M180 各个关节角度和关节角速度
Fig. 10 Joint angle and joint velocity of redundant manipulator Katana6M180 using TNN

表 2 冗余机械臂 Katana6M180 末端执行器各关节角的终值误差
Table 2 Position error of joint angles for redundant manipulator Katana6M180 using different neural schemes

网路求解器	ANN	TNN	ATNN
$\theta_1(10) - \theta_1(0)$	$-3.51e-4$	$2.195e-6$	$2.345e-7$
$\theta_2(10) - \theta_2(0)$	$6.113e-4$	$5.63e-5$	$4.43e-6$
$\theta_3(10) - \theta_3(0)$	$1.251e-4$	$-1.741e-5$	$-1.654e-6$
$\theta_4(10) - \theta_4(0)$	$-7.789e-4$	$-9.68e-5$	$-3.43e-6$
$\theta_5(10) - \theta_5(0)$	$6.764e-012$	$3.391e-013$	$2.347e-013$

从表 2 中可以看到,当 $t=10$ s 时,机械臂运动前、后各关节角与其期望关节角位置之间的最大偏差为 9.68×10^{-5} ,使用渐近神经网络求解得到的各个关节角的终值误差的最大偏差为 4.28×10^{-3} 。

定义计算误差 $J_E(t) = \|W(t)y(t) - v(t)\|_2$,用于判断冗余机械臂轨迹规划的二次优化方法的解是否收敛。图 11 给出使用终态神经网络和递归神经网络求解二次规划问题的误差收敛轨迹。从图中可以看出,利用 ATNN 求解时,当时间 t 接近 0.6 s 时,误差收敛精度达到 5×10^{-4} ;利用 TNN 求解时,当时间 t 接近 2.5 s 时,误差收敛精度达到 4×10^{-4} ;利用 ANN 求解时,时间接近 6 s 时误差仍然没有收敛,精度只达到 0.02,误差收敛的精度有待提高。

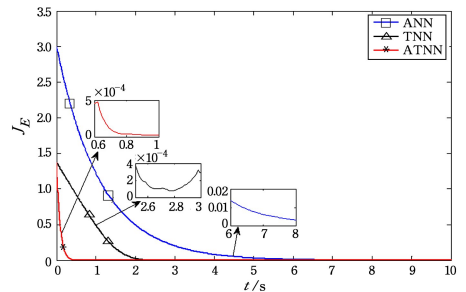


图 11 不同神经网络求解时的误差轨迹
Fig. 11 Convergece error trajectories using different neural network models

结束语 本文提出一种新的终态神经网络方法,用于求解 Sylvester 时变矩阵方程。与渐近网络相比,该新型网络求解方法具有有限时间收敛性,不仅能够提升收敛速度,而且能达到较高的收敛精度。文中给出了终态神经网络的收敛性证明和收敛时间的计算;同时,终态神经网络求解方法可应用于求解冗余机械臂有限时间收敛的重复运动规划问题。理论分析和数值仿真结果表明了所提方法的有效性。

参 考 文 献

[1] BARTELS R H, STEWART G W. Solution of the matrix equation $AX + XB = C$ [J]. Communications of the Acm, 1972, 15(9): 820-826.

[2] LIU E D, JIN Y W, ZHANG S Y. Adaptive observer for nonlinear combinatorial systems based on dynamic neural networks [J]. Control and Decision, 2004, 19(7): 8764-8768. (in Chinese) 刘恩东, 井元伟, 张嗣瀛. 基于动态神经网络的非线性组合系统自适应观测器[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 8764-8768.

[3] ZHU R J, CAI T Y. The observer of nonlinear system based on dynamic neural networks [J]. Information and Control, 1998, 27(6): 421-425. (in Chinese) 朱瑞军, 柴天佑. 基于动态神经网络的非线性系统鲁棒观测器设计[J]. 信息与控制, 1998, 27(6): 421-425.

[4] YANG J Y, JIA Y M. Adaptive observer for a class of nonlinear uncertain systems based on dynamic recurrent neural networks [J]. Control and Decision, 2002, 17(1): 81-91. (in Chinese) 杨晋勇, 贾英民. 基于动态递归神经网络的一类非线性不确定系统的自适应观测器[J]. 控制与决策, 2002, 17(1): 89-91.

参 考 文 献

- [1] HASHEMZADEH M. Crowd Counting Using Motion Clues of Feature-Points [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013. (in Chinese)
Hashemzadeh M. 基于特征点运动信息的人群计数方法研究 [D]. 杭州:浙江大学,2013.
- [2] QIN X H, WANG X F, ZHOU X, et al. Counting People in Various Crowded Density Scenes Using Support Vector Regression [J]. Journal of Image and Graphics, 2013, 18(4): 392-398. (in Chinese)
覃勋辉,王修飞,周曦,等. 多种人群密度场景下的人群计数[J]. 中国图象图形学报, 2013, 18(4): 392-398.
- [3] LIANG R H, LIU X D, MA X Y, et al. High-Density Crowd Counting Method Based on SURF Feature [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2012, 27(12): 1568-1575. (in Chinese)
梁荣华,刘向东,马祥音,等. 基于 SURF 的高密度人群计数方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, 27(12): 1568-1575.
- [4] CHEN C L, GONG S, XIANG T. From Semi-supervised to Transfer Counting of Crowds [C] // 2013 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). IEEE, 2013: 2256-2263.
- [5] JI Q G, CHEN J, CHI R, et al. Counting Pedestrians in High-Density Crowd Scenes Using Cross-Sectional Flow Statistics [J]. Journal of Software, 2014, 25(S2): 258-267. (in Chinese)
纪庆革,陈婧,迟锐,等. 采用截面流量统计的高密度人群行人计数[J]. 软件学报, 2014, 25(S2): 258-267.
- [6] LEMPITSKY V S, ZISSERMAN A. Learning To Count Objects in Images [J]. NIPS, 2010, 43(3): 1591.
- [7] PENG T L, ZHANG W J, WANG Y B, et al. Video shot boundary detection algorithm based on multi-features [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(9): 2013-2020. (in Chinese)
彭太乐,张文俊,汪友宝,等. 基于多特征的视频镜头检测方法 [J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(9): 2013-2020.
- [8] LI R P. The application of deep learning in pedestrian re-identification [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2013. (in Chinese)
李瑞平. 深度学习在行人重现检测中的应用研究 [D]. 北京:中国科学院大学, 2013.
- [9] JING S, KAI K, CHEN L, et al. Deeply learned attributes for crowd scene understanding [C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2015: 4657-4666.
- [10] KANG K, WANG X. Fully Convolutional Neural Networks for Crowd Segmentation [J]. Computer Science, 2014, 49(1): 25-30.
- [11] RYAN D, DENMAN S, FOOKES C, et al. Crowd Counting Using Multiple Local Features [C] // Digital Image Computing: Techniques & Applications. 2009: 81-88.
- [12] PATTERSON G, XU C, SU H, et al. The SUN Attribute Database: Beyond Categories for Deeper Scene Understanding [J]. International Journal of Computer Vision, 2014, 108(2): 59-81.
- [13] FU H Y. Research on intelligent video scene understanding technology for crowd supervision [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2014. (in Chinese)
傅慧源. 面向人群监管的智能视频场景理解技术研究 [D]. 北京:北京邮电大学, 2014.
- [14] CHAN A B, LIANG Z S J, VASCONCELOS N. Privacy preserving crowd monitoring: Counting people without people models or tracking [C] // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2008: 1-7.
- [15] IDREES H, SALEEMI I, SEIBERT C, et al. Multi-source Multi-scale Counting in Extremely Dense Crowd Images [C] // 2013 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. IEEE, 2013: 2547-2554.
- [16] YIN K. Comparison and analysis of commonly used statistical software on ridge regression calculation principle [J]. Statistical Research, 2013, 30(2): 109-112. (in Chinese)
尹康. 常用统计软件关于岭回归计算原理的比较分析 [J]. 统计研究, 2013, 30(2): 109-112.
- [5] BAI J, LU R. Finite-time stability analysis of discrete-time fuzzy hopfield neural network [J]. Neurocomputing, 2015, 159(2): 263-267.
- [6] CAO Y. Dynamic modeling and neural network adaptive control of a deployable manipulator system [J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2015, 29(1): 192-195.
- [7] ZHANG Y, CHEN D C, GUO D S. On exponential convergence of nonlinear gradient dynamics system with application to square root finding [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 79(2): 983-1003.
- [8] LI S. Accelerating a recurrent neural network to finite-time convergence for solving time-varying sylvester equation by using a sign-bi-power activation function [J]. Neural Processing Letters, 2013, 37(2): 189-205.
- [9] WANG J. Analysis and design of a recurrent neural networks for linear programming [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1993, 40(9): 613-618.
- [10] WHITNEY D E. Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses [J]. IEEE Transactions on Man Machine Systems, 1969, 10(2): 467-453.
- [11] POLVERINI M, ZANCHETTIN A. A computationally efficient safety assessment for collaborative robotics applications [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2017, 46: 25-37.
- [12] CHEN F T, SUN Y Y. Resolving manipulator redundancy under inequality constraints [J]. IEEE Transactions on Robotics Automation, 1994, 10(1): 65-71.
- [13] JIN L, ZHANG Y N. Neural network-based discrete-time Z-type model of high accuracy in noisy environments for solving dynamic system of linear equations [J]. Neural Computing & Applications, 2018, 29(11): 1217-1232.
- [14] LI Z P, SHAO X Y, ZHANG D X, et al. Steering System Control Strategy Based on Overview of Automotive Electric Power [J]. Journal of Chongqing Institute of Technology, 2015, 29(8): 6-11. (in Chinese)
李志鹏,邵宪友,张东兴,等. 基于 BP 神经网络的电控发动机故障诊断研究 [J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2015, 29(8): 6-11.

(上接第 211 页)