

带差商信息的云搜索优化算法及其收敛性分析

殷 哲 曹 炬

(华中科技大学数学与统计学院 武汉 430074)

摘 要 将云的生成、动态运动、降雨和再生成等自然现象与智能优化算法的思想融合,设计了一种新的智能优化算法——云搜索优化算法(Clouds Search Optimization Algorithm)。云团内部水滴可以产生差商信息来指导搜索,差商可以逼近梯度,且负差商与负梯度同样为函数值下降方向。基于此,进一步提出带差商信息的云搜索优化算法(Clouds Search Optimization Algorithm with Difference Quotient Information)。依据差商与梯度的近似关系,证明了 DCSO 具有类似经典的基于梯度的优化算法的收敛性,最优水滴可以收敛到极值点。benchmark 函数的数值实验表明,CSO 与 DCSO 都具有很强的寻优能力,且差商信息可以指导水滴迅速向极值点移动,大大提高了 DCSO 的收敛速度。

关键词 云搜索优化算法,智能优化,函数优化,差商信息,梯度

中图分类号 TP301 **文献标识码** A

Clouds Search Optimization Algorithm with Difference Quotient Information and its Convergence Analysis

YIN Zhe CAO Ju

(School of Mathematics and Statistics, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract Clouds have many natural phenomena such as generation, dynamic movement, rainfall and regeneration. A novel intelligent optimization algorithm called clouds search optimization algorithm, or CSO was proposed by blending these natural phenomena of clouds with the ideas of intelligent optimization algorithms. Droplets inside a cloud can produce difference quotient information to guide the search. Difference quotient information can approximate gradient, and its reverse direction can guide function value's decline. On the basis of difference quotient's those properties, clouds search optimization algorithm with difference quotient information (DCSO) was also proposed. It proved to be convergent by using the relationship between difference quotient and gradient, and the convergence property is similar to classical gradient-based algorithm. Finally, the numerical experiments on benchmark functions show the excellent performance of the two algorithms and the fast convergence speed of DCSO.

Keywords Clouds search optimization algorithm, Intelligent optimization, Function optimization, Difference quotient information, Gradient

1 引言

优化问题广泛存在于工程应用、经济管理、科学研究等领域^[1],对优化算法的研究一直具有重大意义。能够解决全局优化问题的智能算法受到国内外众多研究人员的关注,其中包括遗传算法^[2,3]、粒子群优化算法^[4,5]和人工蜂群算法^[6]。这类算法比经典的基于梯度的算法(如最速下降法和共轭梯度法)有更大的机会找到全局最优解^[7],但它却忽略了解的准确性、算法收敛性理论及收敛速度。尽管 Rudolph^[8], Zheng^[9], Trelea^[10], Jiang^[11]和 Zeng^[12]等人在收敛性方面做了一些工作,但这些工作要么没有保证算法收敛到极值点,要么只是概率收敛到最优点,收敛速度无法保证。这都缘于智能算法中缺乏梯度等局部信息,因而创造出一种带有类似梯度信息的智能优化算法具有重要意义。

李德毅院士提出云模型以后,众多学者将其融入到遗传算法等进化算法中,提出了很多基于云模型的进化算法^[13-16],取得了一定的成效。云模型是一种定性概念与定量数据之间的不确定性转换模型^[13],其思想来源主要是云团中水滴分布的随机性。而除了上述自然现象外,云还有生成、动态运动、降雨和再生成等自然现象,可以用来构建新的智能算法。

云团形成后不断运动,一方面在高低气压差产生的风的作用下整体漂浮移动,似乎在寻找一个共同的目的地;另一方面,新生云团内部杂乱的水滴聚集成形后有规律地收缩或扩张,形成千奇百怪的姿态。运动着的云团继续吸收小水滴、小冰晶以及空气中的灰尘,待达到一定重量,且其温度过低时,会形成降雨,云团即刻消失,在天空中的某个位置又会有新的云团产生。基于云的这些自然现象,提出了一种新的群智能

到稿日期:2011-02-28 返修日期:2011-04-23

殷 哲(1988-),男,硕士生,主要研究方向为智能优化算法及其应用,E-mail:paul_in@126.com;曹 炬(1955-),男,博士,教授,主要研究方向为 NP 难解问题的近似算法和排队论等。

优化算法——云搜索优化算法(Clouds Search Optimization Algorithm,CSO)。

赵小平在文献[17]中证明了差商最速下降法的收敛性,由此可见,差商信息可以近似梯度保证算法的收敛性。将水滴信息有序化,使其产生在正交直角坐标系的轴上,这样可以产生差商梯度来近似精确梯度指导搜索,并且使算法具备与经典算法类似的收敛性。基于以上考虑,为了保证CSO的收敛性,在其基础上进一步提出带差商信息的云搜索优化算法(Clouds Search Optimization Algorithm with Difference Quotient Information,DCSO)。

2 带差商信息的云搜索优化算法

2.1 算法相关概念

设目标函数维数为 n 维,即讨论的解空间为 n 维,空间中每一维限定在区间 $[X_{\min}, X_{\max}]$,云团的个数为 C_n ,每个云团中的水滴数为 W_n ,以下 $i=1,2,\dots,C_n, j=1,2,\dots,W_n$ 。算法相关概念见表1。

表1 算法相关概念

概念名称	定义
云团	由水滴组成,带动水滴一起移动,其形状抽象为一个球体
云团半径	即云团球形体的半径, R 大小为 $\lambda(X_{\max}-X_{\min})$,其中 $\lambda \in (0,1)$ 为半径因子
水滴	优化问题的潜在最优解,云团的组成部分,第 i 个云团中的第 j 个水滴的位置记为 $X_{ij}=(X_{ij1}, X_{ij2}, \dots, X_{ijn})$
云团中心水滴	每个云团都有一个处于云团中心位置的水滴,即云团球形形状的球心,不妨设第 i 个云团的第一个水滴为中心水滴,即 X_{i1}
水滴速度	水滴移动的速度,第 i 个云团的第 j 个水滴的移动速度记为 v_{ij}
水滴适应度值	在求最大值的函数优化问题中为水滴坐标对应的函数值,在求最小值的函数优化问题中为水滴坐标对应的函数值的相反数,第 i 个云团的第 j 个水滴的适应度值记为 f_{ij}
云团平均适应度值	云团中所有水滴的适应度值的均值,第 i 个云团的平均适应度值记为 f_{avei}
云团最优水滴	云团中适应度值最大的水滴,第 i 个云团最优水滴的位置记为 X_{io}, o 为 optimum 的缩写
全局最优水滴	所有云团的所有水滴中适应度值最大的一个水滴,其位置记为 $X^{(gbest)}$
最优水滴云团	全局最优水滴所在的云团,该云团中第 j 个水滴的位置记为 $X_j^{(gbest)}$
云团气压	每个云团都有着自己的气压值,为处理问题的方便,该值定为每个云团的平均适应度值的相反数
云团温度	每个云团都有自己的温度值,为处理问题的方便,该值定为每个云团的平均适应度值
最优云团	气压值最小的云团,该云团的第 j 个水滴的位置记为 $X_{p\min j}$

2.2 算法介绍

2.2.1 云搜索优化算法

CSO算法的整个搜索过程分为云团的生成飘移、降雨生云和内部水滴的抖动(即收缩和扩张)3个步骤。云团的生成和飘移形成对空间的全局搜索,有较强的弥漫性;降雨生云是避免陷入局优、保持群体多样性的有效手段;水滴抖动是对云团内部进行局部搜索,能有效判断云团所在之处是否为最优区域,并能有效提高求解精度。3个过程同时进行,大大加快了求解效率。

据引言所述,云团的飘移是由气压差引发气流运动造成的。气压差存在于云团间、不同云团的水滴间,甚至相同云团

的不同水滴之间。云团的飘移受到这3种气压差的影响,分别简化为最优云团对其它云团、全局最优水滴对其它云团以及云团最优水滴对该水滴所处云团飘移的影响。最优云团对第 i 个云团飘移速度方向的影响因子记为 $\alpha_i=(X_{p\min o}-X_{i1})/\|X_{p\min o}-X_{i1}\|$,全局最优水滴对第 i 个云团的影响因子记为 $\beta_i=(X^{(gbest)}-X_{i1})/\|X^{(gbest)}-X_{i1}\|$,第 i 个云团的云团最优水滴对该云团飘移速度方向的影响因子记为 $\gamma_i=(X_{io}-X_{i1})/\|X_{io}-X_{i1}\|$ 。3种气压差产生的速度大小记为常数 M_1 ,根据影响的程度定义 $M_1=0.5\|X_{p\min o}-X_{i1}\|+0.3\|X^{(gbest)}-X_{i1}\|+0.2\|X_{io}-X_{i1}\|$ 。分3类定义出云团速度、位置的更新公式,以下 a 均为 $[0,1]$ 区间的随机数,第一类是非最优水滴云团和最优云团第 $t+1$ 次迭代的更新公式。

$$v_{ij}^{(t+1)}=aM_1(b_1\alpha_i+b_2\beta_i+b_3\gamma_i) \quad (1)$$

$$X_{ij}^{(t+1)}=X_{ij}^{(t)}+v_{ij}^{(t+1)} \quad (2)$$

式中, b_1, b_2, b_3 为飘动因子。第二类是最优云团的更新,该云团只受全局最优水滴与内部云团最优水滴的影响,更新公式为

$$v_{p\min j}^{(t+1)}=aM_2(0.5\beta_{p\min}+0.5\gamma_{p\min}) \quad (3)$$

$$X_{p\min j}^{(t+1)}=X_{p\min j}^{(t)}+v_{p\min j}^{(t+1)} \quad (4)$$

式中, M_2 的确定与 M_1 类似, $M_2=0.5\|X_{p\min 1}^{(gbest)}-X_{p\min 1}\|+0.5\|X_{p\min o}-X_{p\min 1}\|$ 。第三类是最优水滴处云团的更新,更新公式为

$$X_j^{(gbest)}=X_j^{(gbest)}+X^{(gbest)}-X_j^{(gbest)} \quad (5)$$

云团必须飘动足够的时间,吸收足够多的小水滴、小冰晶与灰尘,并满足温度条件才能降雨。设置参数 rt 与降雨率为 $rain\%$,将云团按温度值由高到低排序,若某云团的排序在后 $rain\%$,且飘动代数超过 rt ,则会降雨,同时在搜索空间中随机产生新的云团。

收缩与扩张也需云团飘动一定的代数,待云团中的水滴稳定地聚集后才发生,以参数 s 记需飘移的代数。收缩过程可简化为云团中的所有水滴向中心水滴的聚拢过程。当水滴与中心水滴的距离小于 ϵ 时,中心水滴便沿坐标轴方向扩张出新的水滴,此为扩张过程。收缩时水滴的位置更新公式为

$$X_{ij}=X_{ij}+a(X_{i1}-X_{ij}), (j \neq 1) \quad (6)$$

扩张时水滴的位置更新公式为

$$X_{ij}=X_{i1}+r\vec{n}, (j \neq 1) \quad (7)$$

式中, r 为 $[0,R]$ 区间的随机数, R 为云团的半径, \vec{n} 轮流为 $(1, 0, \dots, 0), (0, 1, \dots, 0), \dots, (0, 0, \dots, 1), (-1, 0, \dots, 0), (0, -1, \dots, 0) \dots (0, 0, \dots, -1)$ 中的一个。

2.2.2 带差商信息的云搜索优化算法

带差商梯度信息的云搜索优化算法(DCSO)与原算法的主要区别在于最优水滴云团位置的更新方式,DCSO在最优水滴云团内部引入水滴产生差商梯度信息来指导云团搜索。

设 M 是目标函数 Hessian 阵范数上确界的估计值, k 为当前迭代次数,DCSO的最优水滴云团移动前,除最优水滴外,所有水滴全部降雨。然后以最优水滴为原点,分别在 n 个正交坐标轴上随机产生 n 个新水滴。记 $h_i^{(k)}$ 为第 i 个坐标轴上水滴的坐标, $h_i^{(k)} > 0$ 表示在正半轴, $h_i^{(k)} < 0$ 表示在负半轴, $|h_i^{(k)}|$ 表示到原点的距离,为了保证收敛,每个 $|h_i^{(k)}|$ 须小于等于 $\frac{1}{M}\|\vec{g}_k\|$,若不满足,令 $h_i^{(k)}=\frac{1}{2}h_i^{(k)}$,直到满足条件或 $|h_i^{(k)}|$ 小到一定程度。最后产生的水滴满足 $\max\{|h_1^{(k)}|, |h_2^{(k)}|, \dots,$

$$\{ |h_n^{(k)}| \} \leq \frac{1}{M} \| \bar{g}_k \|, \text{ 这样可以产生一个差商方向}$$

$$\left(\frac{f(x^{(k)} + h_1^{(k)} e_1) - f(x^{(k)})}{h_1^{(k)}}, \frac{f(x^{(k)} + h_2^{(k)} e_2) - f(x^{(k)})}{h_2^{(k)}}, \dots, \right.$$

$$\left. \frac{f(x^{(k)} + h_n^{(k)} e_n) - f(x^{(k)})}{h_n^{(k)}} \right)$$

记为 \bar{g}_k^T ,其中 $x^{(k)}$ 表示最优水滴 $X^{(gbest)}$ 在第 k 次迭代时的位置, e_i 是 R^n 中的单位向量,其中 $(i=1,2,3,\dots,n)$ 。接下来用精确的步长搜索,求出满足 $f(x^{(k)} - \lambda_k \bar{g}_k) = \min_{\lambda} \{ f(x^{(k)} - \lambda \bar{g}_k) \}$ 的步长 λ_k 。最后按如下公式更新最优水滴云团中各个水滴的位置。

$$X_j^{(gbest)} = X_j^{(gbest)} - \lambda_k \bar{g}_k \quad (8)$$

2.3 算法实现步骤

假设总迭代次数为 N ,当前迭代次数为 t ,算法迭代步骤见图1。

Step1 在空间中随机产生 C_n 个点,作为 C_n 个云团的中心水滴位置,当前的代数数为云团生成时间,第 i 个云团的生成时间记为 CG_i ,最后按公式 $\lambda(X_{\max} - X_{\min})$ 计算云团半径 R ,其中 $\lambda \in (0,1)$;

Step2 每个云团随机产生 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n-1}, r$ 等参数 $W_n - 1$ 次,用来产生除中心水滴外的 $W_n - 1$ 个水滴,其中 $0 \leq \phi_{n-1} \leq 2\pi, 0 \leq \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{n-2} \leq \pi, 0 < r < R$,按如下公式计算出第 i 个云团中第 j 个水滴的位置:

$$\begin{cases} X_{ij1} = r \cos \phi_1 + X_{i11} \\ X_{ij2} = r \sin \phi_1 \cos \phi_2 + X_{i12} \\ X_{ij3} = r \sin \phi_1 \sin \phi_2 \cos \phi_3 + X_{i13} \\ \dots \\ X_{ijn-1} = r \sin \phi_1 \sin \phi_2 \dots \sin \phi_{n-2} \cos \phi_{n-1} + X_{i1n-1} \\ X_{ijn} = r \sin \phi_1 \sin \phi_2 \dots \sin \phi_{n-2} \sin \phi_{n-1} + X_{i1n} \end{cases} \quad (9)$$

式中, $j=2,3,\dots,W_n, i=1,2,\dots,C_n, X_{ij} = (X_{ij1}, X_{ij2}, \dots, X_{ijn})$ 记第 i 个云团中第 j 个水滴的位置, $X_{i1} = (X_{i11}, X_{i12}, \dots, X_{i1n})$ 记第 i 个云团的中心水滴位置;

Step3 计算所有云团内部水滴的适应度值及云团气压值,找出云团最优水滴、全局最优水滴、最优水滴云团、最优云团,将最优解更新为全局最优水滴的函数值;

Step4 飘动过程,首先按照式(1)、式(2)更新非最优水滴云团和最优云团的位置,其次按照式(3)、式(4)更新最优云团的位置,最后按照式(8)更新最优水滴云团的位置;

Step5 计算所有云团内部水滴的适应度值及云团温度值,将云团按温度值高低进行排序,找出温度最低的 $rain\%$ 的云团;

Step6 降雨过程,Step5找出的云团中飘移代数大于等于 rt 的即刻消失,并按照Step1、Step2产生新的云团;

Step7 收缩扩张过程,云团的飘移代数达到 s 后,按照式(6)、式(7)进行收缩或扩张;

Step8 迭代次数 $t=t+1$,若 $t \leq N$,则返回Step3,否则输出最优值。

图1 带差商信息的云搜索优化算法迭代步骤

3 收敛性分析

假设目标函数 f 是二次连续可微的,且存在 $0 < m < M < +\infty$,使得

$$m \| y \|^2 \leq y^T G(x) y \leq \frac{M}{n} \| y \|^2 \quad (10)$$

式中, $G(x)$ 为 $\nabla^2 f(x)$ 。由泰勒公式可得

$$f(x^{(k)} + h_i^{(k)} e_i) = f(x^{(k)}) + h_i^{(k)} g_i^T e_i + \frac{1}{2} h_i^{(k)2} \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_i^{(k)} e_i) e_i, (0 < \theta < 1) \quad (11)$$

$$\frac{f(x^{(k)} + h_i^{(k)} e_i) - f(x^{(k)})}{h_i^{(k)}} = g_i^T e_i + \frac{1}{2} h_i^{(k)} e_i^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_i^{(k)} e_i) e_i \quad (12)$$

将 $(h_1^{(k)} e_1^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_1^{(k)} e_1) e_1, h_2^{(k)} e_2^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_2^{(k)} e_2) e_2, \dots, h_n^{(k)} e_n^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_n^{(k)} e_n) e_n)$ 记为 C_k^T ,则根据式(12)可得

$$\bar{g}_k = g_k + \frac{1}{2} C_k \quad (13)$$

负梯度方向 $-g_k$ 是函数值下降最快的方向。现证明最优水滴沿着 $-\bar{g}_k$ 方向走,函数值也会下降,即证明 $-g_k$ 与 $-\bar{g}_k$ 的夹角小于 90° 。文献[17]中引理1在 $h_1^{(k)} = h_2^{(k)} = \dots = h_n^{(k)} = h^{(k)}$ 且 $h^{(k)}$ 大于0的条件下,证明了负差商方向为下降方向。本文在 $h_i^{(k)}$ 可互不相同,且可正、可负的情况下对文献中的引理进行推广,得如下引理。

引理1 若

$$\max\{ |h_1^{(k)}|, |h_2^{(k)}|, \dots, |h_n^{(k)}| \} \leq \frac{1}{M} \| \bar{g}_k \| \quad (14)$$

则 $d_k = -\bar{g}_k$ 为下降方向,且

$$\frac{1}{2M} \leq \lambda_k \leq \frac{3}{2m} \quad (15)$$

式中, λ_k 为精确搜索步长。

证明:由式(13)知

$$\begin{aligned} -g_k^T * (-\bar{g}_k) &= (g_k - \frac{1}{2} C_k)^T \bar{g}_k = \| \bar{g}_k \|^2 - \frac{1}{2} C_k^T \bar{g}_k \\ &= \| \bar{g}_k \|^2 - \frac{1}{2} (h_1^{(k)} e_1^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_1^{(k)} e_1) e_1 \bar{g}_{k1} \\ &\quad + h_2^{(k)} e_2^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_2^{(k)} e_2) e_2 \bar{g}_{k2} + \dots \\ &\quad + h_n^{(k)} e_n^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_n^{(k)} e_n) e_n \bar{g}_{kn}) \end{aligned}$$

设 $h_i^{(k)} e_i^T \nabla^2 f(x^{(k)} + \theta h_i^{(k)} e_i) e_i \bar{g}_{ki}, (i=1,2,\dots,n)$ 中小于零的项之和为 $-2C, C > 0$,不妨设后 $n-p$ 项为负,前 p 项为正,利用式(10)、式(14)得

$$\begin{aligned} -g_k^T * (-\bar{g}_k) &\geq \| \bar{g}_k \|^2 + C - \frac{1}{2M} \| \bar{g}_k \| \\ &\quad \left(\frac{M}{n} g_{k1} + \frac{M}{n} g_{k2} + \dots + \frac{M}{n} g_{kp} \right) \\ &\geq \| \bar{g}_k \|^2 + C - \frac{p}{2n} \| \bar{g}_k \| \\ &\quad \sqrt{g_{k1}^2 + g_{k2}^2 + \dots + g_{kp}^2} \\ &\geq \| \bar{g}_k \|^2 + C - \frac{p}{2n} \| \bar{g}_k \| \\ &\quad \sqrt{g_{k1}^2 + g_{k2}^2 + \dots + g_{kn}^2} \\ &= \| \bar{g}_k \|^2 + C - \frac{p}{2n} \| \bar{g}_k \| > 0 \quad (16) \end{aligned}$$

可见, d_k 是下降方向。设 $s_k = \lambda_k d_k$,则有 $g_{k+1} = g_k + \int_0^1 G(x_k + ts_k) s_k dt$,两边用 d_k 做内积,由于是精确的搜索,则必有 $g_{k+1}^T d_k = 0$,内积后结果为

$$\begin{aligned} 0 &= -g_k^T g_k + \lambda_k \int_0^1 g_k^T G(x_k + ts_k) g_k dt \\ &\Rightarrow \lambda_k = \frac{g_k^T g_k}{\int_0^1 g_k^T G(x_k + ts_k) g_k dt} \quad (17) \end{aligned}$$

由式(10)和式(13)可得

$$\frac{g_k^T g_k}{\frac{M}{n} \| \bar{g}_k \|^2} \leq \lambda_k \leq \frac{g_k^T g_k}{m \| \bar{g}_k \|^2}$$

$$\frac{\bar{g}_k^T(\bar{g}_k - \frac{1}{2}C_k)}{\frac{M}{n} \|\bar{g}_k\|^2} \leq \lambda_k \leq \frac{\bar{g}_k^T(\bar{g}_k - \frac{1}{2}C_k)}{m \|\bar{g}_k\|^2}$$

由式(16)知左边不等式可以化为

$$\lambda_k \geq \frac{\bar{g}_k^T(\bar{g}_k - \frac{1}{2}C_k)}{\frac{M}{n} \|\bar{g}_k\|^2} \geq \frac{\|\bar{g}_k\|^2 + C - \frac{p}{2n} \|\bar{g}_k\|^2}{\frac{M}{n} \|\bar{g}_k\|^2} \geq \frac{2n-p}{2M} \geq \frac{1}{2M}$$

右边不等式可化为

$$\lambda_k \leq \frac{\bar{g}_k^T(\bar{g}_k - \frac{1}{2}C_k)}{m \|\bar{g}_k\|^2} \leq \frac{1}{m} \cdot \frac{\frac{1}{2} \bar{g}_k^T C_k}{\|\bar{g}_k\|^2} \leq \frac{1}{m} \cdot \frac{\frac{1}{2} \bar{g}_k^T C_k}{\|\bar{g}_k\|^2}$$

$$\frac{1}{2} \bar{g}_k^T C_k = \frac{1}{2} (h_1^{(k)} e_1^T \nabla^2 f(x^{(k)}) + \theta h_1^{(k)} e_1) e_1 \bar{g}_{k1} + h_2^{(k)} e_2^T \nabla^2 f(x^{(k)}) + \theta h_2^{(k)} e_2) e_2 \bar{g}_{k2} + \dots + h_n^{(k)} e_n^T \nabla^2 f(x^{(k)}) + \theta h_n^{(k)} e_n) e_n \bar{g}_{kn}$$

设 $h_i^{(k)} e_i^T \nabla^2 f(x^{(k)}) + \theta h_i^{(k)} e_i) e_i \bar{g}_{ki}$, ($i=1, 2, \dots, n$) 中大于零的项之和为 $2D$, $D > 0$, 不妨设后 $n-p$ 项为正, 则前 p 项为正, 得

$$\lambda_k \leq \frac{1}{m} + \frac{\frac{1}{2M} \|\bar{g}_k\| (\frac{M}{n} \bar{g}_{k1} + \frac{M}{n} \bar{g}_{k2} + \dots + \frac{M}{n} \bar{g}_{kn})}{m \|\bar{g}_k\|^2}$$

$$-\frac{\frac{1}{2} D}{m \|\bar{g}_k\|^2} \leq \frac{1}{m} + \frac{p}{2nm} \leq \frac{3}{2m}$$

将文献[17]中的定理2转述如下。

定理 1^[17] $d_k = -\bar{g}_k$ 与负梯度方向有一致的夹角, 即 $\exists \epsilon > 0$, 对 $\forall k$ 有

$$\cos \langle -\bar{g}_k, -\bar{g}_k \rangle = \frac{\bar{g}_k^T \bar{g}_k}{\|\bar{g}_k\| \|\bar{g}_k\|} \geq \epsilon \quad (18)$$

证明详见文献[17], ϵ 取 $m/2M$ 。

根据式(10), 将空间维数 n 引入文献[18]中的定理 3.4.2, 得如下引理。

引理 2^[18] 设 $d_k = -\bar{g}_k$, λ_k 是精确线性搜索的步长因子, 对 $\forall k$ 有

$$f(x^{(k)}) - f(x^{(k)} + \lambda_k d_k) \geq \frac{n}{2M} \|\bar{g}_k\|^2 \cos \theta_k \quad (19)$$

式中, $\theta_k = \langle -\bar{g}_k, d_k \rangle$ 。证明见文献[18]。

根据文献[18]中定理 4.1.3 得:

定理 2 DCSO 算法的最优水滴要么在有限次迭代中有 $g_k = 0$, 要么 $f(x^{(k)}) \rightarrow -\infty$ 或 $\|\bar{g}_k\|^2 \rightarrow 0$ 。

证明: 参照文献[18]中定理 4.1.3 的证明, 由引理 2 和定理 1 知

$$f(x^{(k)}) - f(x^{(k+1)}) \geq \frac{n}{2M} \|\bar{g}_k\|^2 \cos^2 \theta_k, \cos^2 \theta_k \geq \frac{m^2}{4M^2}$$

如果在有限次迭代中没有满足 $g_k = 0$, 则无限迭代下去有

$$f(x^{(0)}) - f(x^{(k)}) = \sum_{i=0}^{k-1} [f(x^{(i)}) - f(x^{(i+1)})] \geq \frac{n}{2M} \sum_{i=0}^{k-1} \|\bar{g}_i\|^2 \cos^2 \theta_i \geq \frac{n}{2M} \sum_{i=0}^{k-1} \|\bar{g}_i\|^2 \frac{m^2}{4M^2}$$

两边同时取极限, 则可知要么 $f(x^{(k)}) \rightarrow -\infty$, 要么 $\|\bar{g}_k\|^2 \rightarrow 0$ 。

4 数值实验

现利用两个 benchmark 函数测试 CSO, DCSO 的性能, 并与 GA 和 PSO 进行比较。表 2 是对这两个函数的介绍。

表 2 benchmark 函数

函数名	函数形式	维数	M	最优值
Sphere(f1)	$f(x) = \sum_{i=1}^{30} x_i^2, x_i \leq 100$	30	2×30	0
Rastrigin(f2)	$f(x) = \sum_{i=1}^{30} [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10], x_i \leq 5.12$	30	$(2+40\pi^2) \times 30$	0

程序中精确步长搜索采用 0.618 法, 飘动因子 b_1 取 0.5, b_2 取 2.4, b_3 取 0.2, 云团中水滴数 W_n 取函数的维数加 1, 即 31, 云团数 C_n 取 10, 降雨率 $rain\%$ 取 10%, rt 取 10, s 取 10, 对于函数 $f1$, 半径因子 λ 取 0.06, 收缩系数 ϵ 取 10^{-10} , 对于函数 $f2$, 半径因子 λ 取 0.72, 收缩系数 ϵ 取 10^{-7} , 这些参数的设置是经过大量实验确定的。GA 种群规模为 100, 采用高斯变异, 交叉变异概率为 0.8 和 0.1。PSO 的惯性权重由 0.9 线性递减到 0.4, $C_1 = C_2 = 2.05$, 粒子数为 100。测试 $f1$ 时的迭代次数 N 取 500, 测试 $f2$ 时的迭代次数取 1000。

分别用 4 种算法求解函数的最优值。运行程序 50 次, 最后输出 50 次运行结果的最优值、平均值及标准方差, 实验结果见表 3。图 2、图 3 是 4 种算法的最优值的对数下降曲线。对比实验结果可以看出, DCSO 和 CSO 的计算结果都优于 GA 和 PSO; 且加入差商信息后, 不仅保证了 DCSO 的收敛性, 而且明显提高了收敛速度。

表 3 数值实验结果

函数		f1	f2
DCSO	最优值	2.06×10^{-27}	1.08×10^{-12}
	平均值	3.32×10^{-27}	2.72×10^{-12}
	标准差	6.52×10^{-28}	9.02×10^{-13}
CSO	最优值	7.13×10^{-8}	3.41×10^{-13}
	平均值	2.64×10^{-6}	9.66×10^{-13}
	标准差	3.86×10^{-6}	7.78×10^{-13}
GA	最优值	7.12×10^{-5}	9.67×10^{-7}
	平均值	9.07×10^{-4}	1.31
	标准差	8.54×10^{-4}	1.75
PSO	最优值	1.36	22.44
	平均值	8.08	53.33
	标准差	8.97	12.56

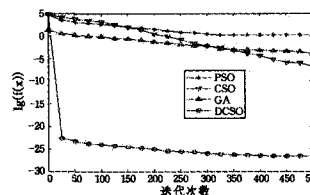


图 2 函数 $f1$ 的最优值曲线

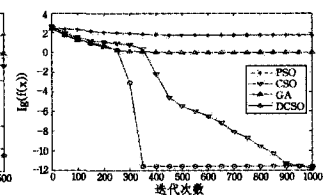


图 3 函数 $f2$ 的最优值曲线

对单峰函数 $f1$, DCSO 算法的 3 项比较指标均强于 CSO, 且结果非常接近理论最优值。从图 2 可以看出 DCSO 收敛速度非常快, 这体现了差商信息指导最优水滴迅速收敛到最优点的优秀能力。

对多峰函数 $f2$, DCSO 在数值结果的 3 项指标上与 CSO 差不多, 两者都很优秀, 相比并没有很大的区别。但是从图 3 可以看出, 一旦搜索到全局最优值附近, 差商信息可以带动水滴迅速地收敛到最优值, 这就是 DCSO 的函数值下降曲线比

(下转第 267 页)

出发,提出了基于用户查询意图的 Web 搜索优化模型,实现了对搜索结果的优化。

为了更好地满足用户的查询意图,在较低时间代价下获得高质量的查询结果,进一步的研究工作包括:(1)探索新的用户查询意图,归纳出更准确的查询特征词,并基于此改进本文的优化模型;(2)进一步研究搜索内容关键词的抽取,并在抽取过程中引入领域知识;(3)探索和引入更多、更科学的查询结果评价方法^[11],对优化模型及查询结果进行更全面、客观的评价,并根据评价结果对模型进行改进;(4)对优化模型中设计的查询意图目标地址表的内容进行知识化处理以便查询复用。

参考文献

- [1] Broder A. A taxonomy of Web search[C]//SIGIR Forum, New York, N Y, USA; ACM Press, 2002; 3-10
- [2] Rose D E, Levinson D. Understanding user goals in web search [C]//WWW '04; Proceedings of the 13th international conference on World Wide Web. New York, N Y, USA; ACM Press, 2004; 13-19
- [3] Jansen B J, Booth D L, Spink A. Determining the user intent of Web search engine queries[C]// Williamson CL, Zurko ME, Patel-Schneider PF, et al., eds. Proc. of the 16th Int'l Conf. on World Wide Web. New York; ACM Press, 2007; 1149-1150
- [4] Ricardo A, Liliana C B, Cristina N. The intention behind Web

- queries[C]//Crestani F, Ferragina P, Sanderson M, eds. Proc. of the 13th Int'l Conf. on String Processing and Information Retrieval (SPIRE 2006). Berlin, Heidelberg; Springer-Verlag, 2006; 98-109
- [5] Qi G, Eugene A. Exploring mouse movements for inferring query intent[C]//Myaeng SH, Oard DW, Sebastiani F, et al., eds. Proc. of the 31st Annual Int'l ACM SIGIR Conf. on Research and Development in Information Retrieval. 2008; 707-708
- [6] 袁鼎荣, 钟宁, 张师超. 文本信息处理研究述评[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 9-13
- [7] 吴晓辉, 宋萍萍, 张荣欣. 有无查询意图的分类与实现架构模型研究[J]. 情报科学, 2009, 27(12): 1829-1833
- [8] 王大玲, 于戈, 鲍玉斌, 等. 基于用户搜索意图的 Web 网页动态泛化[J]. 软件学报, 2010, 21(5): 1083-1097
- [9] 罗长寿, 康丽, 刘国靖. 基于遗传算法的主题信息搜索系统研究[J]. 现代情报, 2009, 29(3): 176-181
- [10] 凌波, 周水庚, 周傲英. P2P 信息检索系统的查询结果排序与合并策略[J]. 计算机学报, 2007, 30(3): 405-414
- [11] Liu YQ, Fu Y P, Zhang M, et al. Automatic search engine performance evaluation with click-through data analysis[C]//Williamson CL, Zurko ME, Patel-Schneider PF, et al., eds. Proc. of the 16th Int'l Conf. on World Wide Web. New York; ACM Press, 2007; 1133-1134
- [12] 余肖生, 司新霞. 基于聚类分析的元搜索引擎模型[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学版, 2011, 25(6): 69-72

(上接第 255 页)

CSO 更快达到最优的原因。

结束语 依据云的随风飘浮、降雨、形态的反复变化等自然现象构造了云搜索优化算法。为了保证算法收敛性,结合云团内部水滴信息的局部性,将其有序化为差商信息,提出了带差商信息的云搜索优化算法,并证明了其收敛性。benchmark 函数的数值实验展现了两算法优秀的寻优能力,特别是差商信息的加入大大提高了 DCSO 的收敛速度。

现有智能优化算法要么无法保证收敛到极值点,要么只能依概率收敛到全局最优值,收敛速度无法保证。而本文利用差商和梯度的关系证明了 DCSO 类似经典算法的收敛性,因而其与经典算法一样至少具有线性收敛速度。

参考文献

- [1] Li Yu-ying, Wen Qiao-yan, Li Li-xiang. Modified chaotic ant swarm to function optimization [J]. The Journal of China University of Posts and Telecommunications, 2009, 16(1): 58-63
- [2] Holland J. Adaptation in Natural and Artificial Systems [M]. Ann Arbor, MI; Univ. of Michigan Press, 1975; 1-9
- [3] Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning [M]. New York; Addison-Wesley, 1989
- [4] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. 1995, 4: 1942-1948
- [5] 李太勇, 吴江, 朱波, 等. 一种基于距离度量的自适应粒子群优化算法 [J]. 计算机科学, 2010, 37(10): 214-216
- [6] Karaboga D, Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. Journal of Global Optimization, 2007, 39: 459-471
- [7] Chen Ting-yu, Chi Tzu-ming. On the improvements of the parti-

- cle swarm optimization algorithm [J]. Advances in Engineering Software, 2010, 41: 229-239
- [8] Rudolph G. Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1994, 5(1): 96-101
- [9] Zheng Yong-ling, Ma Long-hua, Zhang Li-yan, et al. On The Convergence Analysis and Parameter Selection in Particle Swarm Optimization [C]// Proceedings of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Xi'an, China, IEEE, 2003; 1082-1087
- [10] Trelea I C. The Particle Swarm Optimization Algorithm: Convergence Analysis and Parameter Selection [J]. Information Processing Letters, 2003, 85: 317-325
- [11] Jiang M, Luo Y P, Yang S Y. Stochastic Convergence Analysis and Parameter Selection of the Standard Particle Swarm Optimization Algorithm [J]. Information Processing Letters, 2007, 102: 8-16
- [12] Zeng Jian-chao, Jie Jing, Cui Zhi-hua. Particle swarm optimization [M]. Beijing; Science Press, 2004
- [13] 张光卫, 何锐, 刘禹, 等. 基于云模型的进化算法 [J]. 计算机学报, 2008, 31(7): 1082-1091
- [14] 戴朝华, 朱云芳, 陈维荣, 等. 云遗传算法及其应用 [J]. 电子学报, 2007, 35(7): 1419-1424
- [15] 张光卫, 康建初, 李鹤松, 等. 基于云模型的全局最优化算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2007, 33(4): 486-490
- [16] 刘禹, 李德毅, 张光卫, 等. 云模型雾化特性及在进化算法中的应用 [J]. 电子学报, 2009, 37(8): 1651-1658
- [17] 赵小平. 差商最速下降法及其收敛性 [J]. 华东化工学院学报, 1992, 18(6): 807-812
- [18] 孙文瑜, 徐成贤, 朱德通. 最优化方法 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004; 94-114