

基于 Metropolis-Hastings 变异的粒子群优化粒子滤波器

路 威 张邦宁

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

摘 要 为了解决粒子滤波在粒子数量较少时估计精度不高的问题,提出了一种基于 Metropolis-Hastings(MH)变异的粒子群优化粒子滤波算法。该算法将 Metropolis-Hastings(MH)移动作为粒子群优化的变异算子,通过将 MH 变异规则与粒子群的速度-位置搜索过程相结合,使得重采样后的粒子群更接近真实的后验概率密度分布,有效解决了一般的变异粒子群算法容易发散的问题,加快了粒子滤波在序贯估计过程中的收敛速度,提高了其估计精度。仿真试验证明,基于 MH 变异的粒子群优化粒子滤波算法可以有效地克服粒子贫化现象,改善对非线性系统的跟踪估计效果。

关键词 粒子滤波, Metropolis-Hastings 变异, 粒子群优化, 粒子重采样

中图分类号 TP301.06 **文献标识码** A

Particle Swarm Optimized Particle Filter Based on Metropolis-Hastings Mutation

LU Wei ZHANG Bang-ning

(College of Communication Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract A particle swarm optimized resampling method for particle filter based on Metropolis-Hastings(MH) mutation was proposed for improving estimation performance and particle impoverishment problem in the particle filter. The new algorithm chooses the MH moving as a mutation operator of particle swarm optimized, combines the mutation operator with velocity-position searching progress, and generates the particles so that their stationary distribution is a target posterior density. The new algorithm solves the problem of particle divergence effectively, speeds up the convergence rate, and improves the estimation precision. The simulation results show that the PSO resampling based on MH mutation can remove the degeneracy phenomenon and improve the tracking estimating effects in non-line system.

Keywords Particle filter, Metropolis-hastings mutation, Particle swarm optimized, Particle resampling

1 引言

随着计算机计算能力的快速增长,粒子滤波(particle filter)已经成为研究非线性、非高斯动态系统最优估计问题的一个热点和有效方法。该方法通过使用蒙特卡罗原理来实现递推贝叶斯滤波,并利用带有权值的粒子集合来近似逼近状态变量的后验概率密度,因此,理论上该方法可以表示任意形式的概率分布。然而,常规粒子滤波采用次优的重要性函数作为先验分布,因此其需要大量的粒子才能保证状态估计的精度,特别当系统的初始状态未知时,常规粒子滤波需要大量粒子才能保证粒子集的收敛性,否则粒子集很容易发散从而导致估计失败。此外,粒子滤波中存在的另一个普遍问题是粒子集的贫化现象,常规的重采样方法(如残差重采样、分层重采样、系统重采样等)虽然能一定程度上解决贫化问题,但却减少了粒子集合的多样性。

为了解决上述问题,一些学者将生物进化思想引入到粒子重采样中,并且取得了较好的研究结果。文献[1-3]提出的将遗传算法和粒子重采样相结合,虽然改善了重采样后粒子集合的多样性,但却急剧增加了计算量。由于粒子群优化算

法的计算效率优于遗传算法^[4],因此,文献[5,6]将粒子群优化规则引入到粒子重采样中,在减少计算量的前提下保证了滤波的估计精度。然而,研究表明^[7,8],标准粒子群优化算法存在早熟收敛现象,容易陷入局部最优解。针对这一问题,文献[9-11]提出了变异粒子群优化规则,其增强了粒子群跳出局部最优解的能力,但在变异移动过程中未考虑状态的概率密度分布,进而增加了变异后发散的风险。

本文在粒子群优化粒子滤波的基础上,提出了一种基于 Metropolis-Hastings(MH)移动变异的粒子群优化粒子滤波新算法,该算法首先运用马尔可夫链蒙特卡罗(Markov chain Monte Carlo)方法对当前最佳粒子进行变异,再根据 MH 规则选择变异后的粒子。实验结果表明,与基于标准粒子群优化重采样^[5]和全变异粒子群优化重采样^[10]算法相比,本文算法的全局收敛性能得到了显著提高,能有效避免粒子群优化算法中的早熟收敛问题,更好地增加了粒子集合的多样性,有效提高了粒子滤波的跟踪估计精度。

2 粒子群优化粒子滤波

粒子滤波的理论基础来源于贝叶斯滤波原理,其实质是

本文受国家自然科学基金(61001106),国家“973”基金项目(2009CB320400),中国博士后基金(20100470098)资助。

路 威(1978-),男,博士,讲师,主要研究方向为通信信号处理、盲信号处理,E-mail:kahn_lu@163.com;张邦宁(1963-),男,博士,教授,主要研究方向为通信与信息系统、卫星通信。

利用已知信息来构造系统状态量的后验概率密度。即对于一个非线性离散系统,有:

$$\begin{aligned} X_k &= F_k(X_{k-1}, V_k) \\ Y_k &= H_k(X_k, U_k) \end{aligned} \quad (1)$$

式中, X_k 与 Y_k 分别表示目标状态值与观测值, $F_k(\cdot)$ 表示系统的非线性状态转移函数, V_k 为系统的状态转移噪声; $H_k(\cdot)$ 表示系统的非线性观测函数, U_k 为观测噪声。粒子滤波的目的就是通过观测值 Y_k 估计状态 X_k 。根据贝叶斯滤波的思想, 状态 X_k 的信息可以由后验概率密度 $p(X_k | Y_k)$ 估计得到, 粒子滤波则通过寻找一组在状态空间中传播的随机样本(粒子)对后验概率分布进行近似, 当样本点数足够大时, 便可获得状态的最小方差估计。为了获得有效粒子集合, 粒子滤波采用序贯重要性采样(Sequential Importance Sampling)的方法, 通过对粒子集合进行重要性递归修正, 来获得后验概率的近似分布。为了解决粒子序贯估计中的粒子贫化问题, 人们提出了残差重采样、系统重采样等策略, 但上述重采样策略都需要大量粒子逼近系统的状态值, 当粒子数较少时将丧失粒子集的多样性, 从而引起较大的估计误差。文献[5, 6]将粒子群优化规则引入粒子重采样, 从而较好地解决了这一问题。

作为一种有效的仿生优化方法, 粒子群优化机制为解决粒子贫化问题提供了重要的指导思想。粒子群优化重采样过程即粒子群的位置-速度更新过程, 其执行步骤如下:

步骤 1 初始化粒子集合 $\{x_i^0, \omega_i\}_{i=1}^N$, 并随机设定粒子的初始位置 p_i^0 和初始速度 v_i^0 ;

步骤 2 根据系统的状态转移函数 $F_k(\cdot)$, 进行粒子的状态预测, 即 $x_i^k \sim F_k(x_{i-1}^k)$, $i=1:N$;

步骤 3 利用系统的观测方程计算粒子的似然分布值: $p(Y_k | X_k) \propto \exp[-\frac{1}{2R_k}(Y_k - Y_{pred})^2]$, 其中 Y_k 为观测值, Y_{pred} 为各个粒子预测的观测值, R_k 为观测噪声的方差;

步骤 4 更新粒子状态权值, 即 $\omega_i^k \propto \omega_{i-1}^k p(Y_k | X_k)$, 并根据公式 $\hat{N}_{eff} = 1 / \sum_{i=1}^N (\omega_i^k)^2$ 判断有效粒子数;

步骤 5 若有效粒子数低于阈值, 则将似然函数计算公式作为粒子群优化的适应度函数, 似然分布值作为粒子的适应值执行步骤 6; 否则返回执行步骤 2;

步骤 6 根据粒子群优化规则进行重采样, 即:

1) 对于单个粒子, 将其当前适应值与其所经历过的最佳位置 P_i 的适应值进行比较, 若较好, 则将其作为最佳位置;

2) 对于全部粒子, 将每个粒子所经历过最佳位置 P_i 的适应值与粒子群的全局最佳位置 P_g 的适应值进行比较, 若较好, 则将其作为群体当前的全局最佳位置;

3) 根据式(2)、式(3)更新每个粒子的速度和位置:

$$v_{k+1}^i = \omega * v_k^i + c_1 * rand * (p_i - x_k^i) + c_2 * rand * (p_g - x_k^i) \quad (2)$$

$$x_{k+1}^i = x_k^i + v_{k+1}^i \quad (3)$$

式中, ω, c_1, c_2 为模型参数, $rand$ 是正态分布的随机数。

3 基于 MH 变异的粒子群优化粒子滤波

标准的粒子群优化算法易出现收敛早熟问题, 目前提出

的变异粒子群优化方法, 虽然增强了粒子群跳出局部最优解的能力, 但在移动变异过程中未考虑粒子群的后验概率密度分布, 进而增加了变异后发散的风险。为了克服普通变异方法的新产生的粒子不易收敛的缺点, 提出一种基于 MCMC-MH 变异的粒子群优化方法, 以依据后验概率密度分布产生有效的粒子, 提高粒子群的多样性及跟踪精度。

MCMC 方法提供了一种从后验分布中抽取样本的机制, 即根据 MCMC 方法建立马尔可夫链, 使它的平稳分布与后验分布相同。当马尔可夫链收敛时, 重采样的粒子可以看作由后验分布中抽取的样本。MH 移动变异是 MCMC 的一种实现途径, 其通过构造一个平稳分布为建议分布的马尔可夫链来获得新粒子集, 其实现流程为:

• 根据给定的转移函数(本文中为粒子的建议分布)进行扰动, 产生一个候选 x' , 如

$$q(x, x') = q(|x - x'|) \propto \exp[-\frac{(x - x')^2}{2\delta^2}] \quad (4)$$

• 计算接受率:

$$q(x, x') = \min[\frac{\pi(x'/x)q(x', x)}{\pi(x/x)q(x, x')}, 1] \quad (5)$$

• 按照 $u \sim U(0, 1)$ 均匀采样。

• 如果 $u \leq A(x, x')$, 则 $x^{t+1} = x'$; 否则, $x^{t+1} = x$ 。

根据上述的 MH 移动变异规则, 改进标准粒子群优化粒子滤波算法, 即在粒子群的速度-位置更新之后, 对最佳位置粒子进行 MH 移动变异。其实现原理为在前述的标准粒子群优化粒子滤波的步骤 6 之后增加步骤 7:

步骤 7 将当前最佳粒子作为式(4)中的 x , 依公式产生一个新的 x' , 并依据式(5)计算变异后的粒子的接受率, 如果 $u \leq A(x, x')$, 则选择变异后的粒子为最佳粒子; 否则保持不变。

增加了 MH 变异步骤后, 基于 MH 变异的粒子群优化粒子滤波的实现流程如图 1 所示。

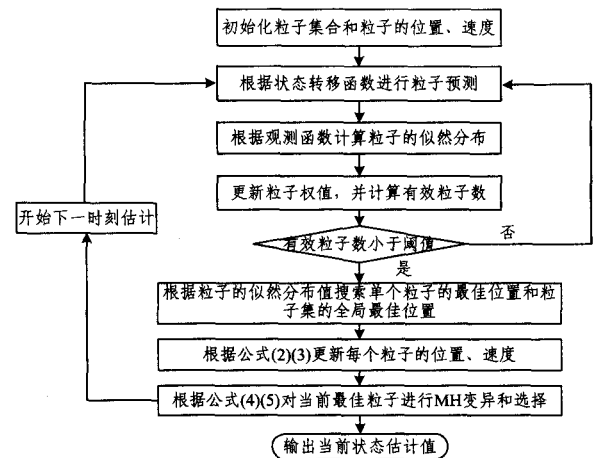


图 1 MH 变异的粒子群优化粒子滤波实现流程

4 计算仿真与性能分析

利用文献[12]给出的单变量非静态增长模型(Univariate nonstationary growth model, UNGM)和纯角度跟踪模型(Bearings-only tracking model, BOTM)进行了性能仿真分析。由于本文是针对普通变异粒子群优化粒子滤波算法做的改进, 并且基于系统重采样(System resampling, SR)的标准粒子

滤波作为基础方法被广泛采用,因此为了充分比较,本文对标准粒子滤波(Particle filter, SRPF)、粒子群优化粒子滤波(Particle swarm optimized particle filter, PSOPF)、变异粒子群优化粒子滤波(Mutation particle swarm optimized particle filter, MPSOPF)和本文算法(MHMP SOPF)进行了分析比较。以下主要比较几种方法得到的置信区间和 RMSE。

置信区间为:

$$\hat{x}_k - \frac{\sigma_k}{\sqrt{N}}U_{\alpha/2}, \hat{x}_k + \frac{\sigma_k}{\sqrt{N}}U_{\alpha/2} \quad (6)$$

式中, N 为粒子数量, \hat{x}_k 为 k 时刻的状态估计值, σ_k 为状态估计的方差, $U_{\alpha/2}$ 为标准正态分布 $\alpha/2$ 上的侧分位数。

RMSE 定义为:

$$RMSE = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_k - x_k^i)^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

仿真分析中,式(2)、式(3)的参数设置为: $\omega = 0.65$, $c_1 = 2.1$, $c_2 = 2.1$, MPSOPF 的变异算法参见文献[10]。对每个数据模型进行 100 次蒙特卡罗仿真实验。实验环境为 Intel Core Duo 2.66GHz, Matlab 2008B。

4.1 UNGM 模型实验

UNGM 系统模型见式(8):

$$\begin{aligned} x_k &= h_1 x_{k-1} + h_2 \frac{x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + h_3 \cos[1.2(k-1)] + u_k \\ y_k &= \frac{x_k^2}{20} + v_k, k=1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $u_k \sim N(0, 10)$, $v_k \sim N(0, 1)$ 为相互独立的高斯白噪声。模型参数 $h_1 = 0.5$, $h_2 = 25$, $h_3 = 8$, $K = 50$ 。置信区间设置为 $\alpha = 0.05$ 。

图 2 所示的结果是取 10 个粒子的单次跟踪结果的置信区间的分析比较,4 种方法对应的 RMSE 见表 1。图 2(a) 中 SRPF 得到的置信区间最窄,是 4 种方法中的最优置信区间,但跟踪估计误差最大;图 2(b) 中粒子群优化重采样得到的置信区间大,有效地增加了粒子多样性,但跟踪估计精度提高较小;图 2(d) 中 MH 变异的粒子群优化重采样跟踪估计差最小,且置信区间较窄,表明增加了多样性,而且保持了粒子的精度。

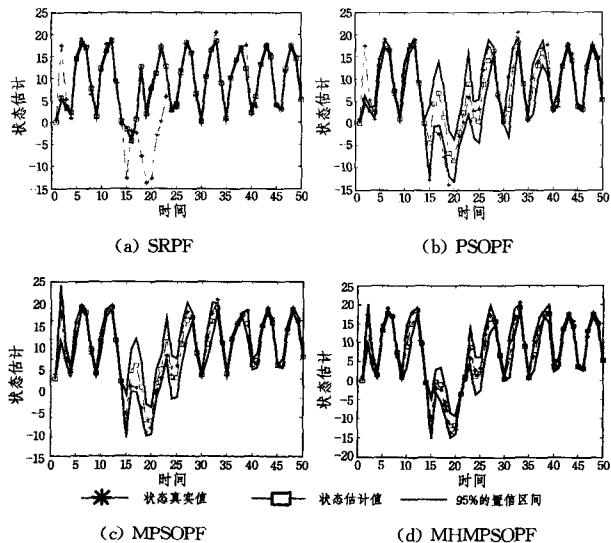


图 2 不同算法的跟踪估计效果及置信区间

不同粒子数目情况下,4 种算法的具体性能如表 1 所列。

表 1 4 种算法的性能比较(100 次实验平均)

		SRPF	PSOPF	MPSOPF	MHMP SOPF
N=10	RMSE	5.3078	2.0975	2.035	1.1797
	耗时(s)	0.25887	0.28754	0.34243	0.36161
N=30	RMSE	1.4572	1.4033	1.1957	0.86453
	耗时(s)	0.31796	0.36237	0.41799	0.4371

从表 1 可以看出, MHMP SOPF 算法仅 10 个粒子的滤波精度就优于 SRPF 算法 30 个粒子的滤波精度。在粒子数较少时, MHMP SOPF 算法比 SRPF 算法在跟踪精度上提升很多,而在粒子数较多时性能上的提高却不明显,这是因为粒子数的增加缓解了粒子贫乏和退化问题。通过对算法的估计精度和运行时间进行比较可以看出:虽然粒子数量相同时 MHMP SOPF 耗时最多,但其用较少的粒子数量即可达到较高的估计精度,综合估计精度与粒子数量来看,算法的总体运行效率得到提高。因此,在实际算法选择时, MHMP SOPF 粒子滤波是一个实用有效的算法。

4.2 Bearings-only 模型实验

Bearings-only 的系统模型见式(9):

$$\begin{aligned} x_k &= \Phi x_{k-1} + \Gamma u_k \\ z_k &= \arctan(y_k/x_k) + v_k \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $x_k = (x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k)^T$, 状态转移矩阵 $\Phi =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{系数 } \Gamma = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{状态转移噪声 } u_k \sim$$

$N(0, \delta_u^2 I)$, I 是单位阵, $\delta_u = 0.001$; 观测噪声 $v_k \sim N(0, \delta_v^2)$, $\delta_v = 0.005$ 。

表 2 给出的是 4 种算法 100 次仿真实验的 RMSE 均值。图 3 所示的结果是取 50 个粒子的单次跟踪效果及置信区间的分析比较,4 种方法对应的 RMSE 见表 2。

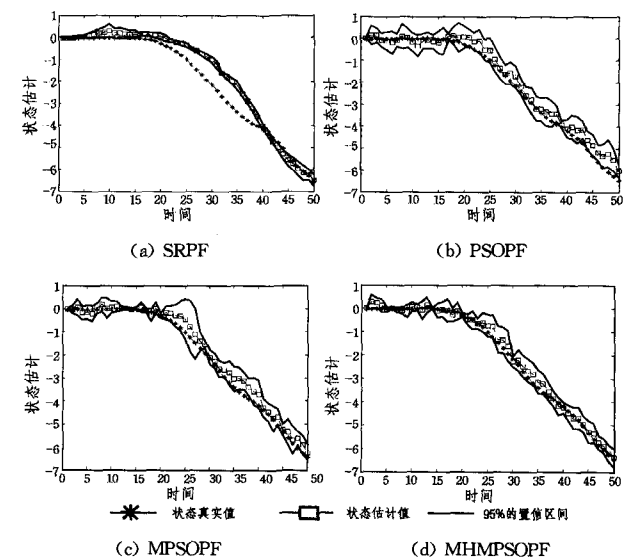


图 3 不同算法的跟踪估计效果及置信区间

可以看出,表 2 与图 3 所示的跟踪效果及置信区间分布与表 1 和图 2 所示结果相同,本文算法也能较好地解决高维模型的状态跟踪和估计问题。

表 2 4 种算法的性能比较(100 次实验平均)

		SRPF	PSOPF	MPSOPF	MHMPSOPF
N=50	x_k	0.56482	0.32642	0.28945	0.17871
	\dot{x}_k	0.12579	0.047492	0.04716	0.044083
	y_k	3.5704	1.9323	1.6901	1.1159
	\dot{y}_k	0.097863	0.05239	0.047519	0.041283
N=100	x_k	0.15296	0.14995	0.10695	0.09983
	\dot{x}_k	0.006479	0.0031815	0.003169	0.002757
	y_k	0.25006	0.22665	0.1721	0.16086
	\dot{y}_k	0.005793	0.003877	0.003351	0.003231

结束语 本文在 MH 变异粒子群优化规则的基础上,利用 MH 变异算子来改进传统的全变异粒子群优化规则,进而提出了一种基于 MH 变异粒子群优化的粒子滤波重采样方法。该方法按照状态的后验概率密度产生新粒子,保证了重采样粒子的有效性,提高了滤波器的跟踪估计精度。仿真结果表明,在粒子数量较少的情况下,MHMPSOPF 算法的滤波性能明显优于 PF、PSOPF、MPSOPF 算法,只是少量增加了运算时间,为减少粒子滤波所需的粒子数量和减少粒子滤波的跟踪估计精度提供了一条有效途径。

参 考 文 献

- [1] Park S, Hwang J, Rou K, et al. A new particle filter inspired by biological evolution: genetic filter[J]. International Journal of Applied Science Engineering and Technology, 2007, 4(1): 459-463
- [2] 叶龙, 王京玲, 张勤. 遗传重采样粒子滤波器[J]. 自动化学报, 2007, 33(8): 885-887
- [3] 胡振涛, 潘泉, 梁彦, 等. 基于进化采样的粒子滤波算法[J]. 控制

理论与应用, 2009, 26(3): 269-273

- [4] 沈艳, 郭兵, 古天祥. 粒子群优化算法及其与遗传算法的比较[J]. 电子科技大学学报, 2005, 34(5): 696-699
- [5] Guofeng T, Zheng F, Xinhe X. A Particle Swarm Optimized Particle Filter for Nonlinear System State Estimation[C]// 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Vancouver, 2006: 438-442
- [6] 方正, 佟国锋, 徐心和. 粒子群优化粒子滤波方法[J]. 控制与决策, 2007, 22(3): 273-277
- [7] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]// Proc IEEE international conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE Service Center, 1995: 1941-1948
- [8] De Oca M A, Stutzle T, Birattari M, et al. Frankenstein's PSO: A Composite Particle Swarm Optimization Algorithm[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(5): 1120-1132
- [9] 吕振肃, 侯志荣. 自适应变异的粒子群优化算法[J]. 电子学报, 2004, 32(3): 416-420
- [10] Xu D, Li Y, Tang X D, et al. Adaptive Particle Swarm Optimization with Mutation[C]// Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, 2012: 2044-2049
- [11] Zhang J L, Pan T S, Pan J S. A Parallel Hybrid Evolutionary Particle Filter for Nonlinear State Estimation[C]// IEEE 2011 First International Conference on Robot, Vision and Signal Processing, 2011: 308-312
- [12] Gordon N, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEE Proceedings of Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107-113

(上接第 18 页)

参 考 文 献

- [1] Storn R, Price K. Differential Evolution—A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359
- [2] Das S, Suganthan P N. Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art[J]. IEEE Transactions on evolutionary computation, 2011, 15(1): 4-28
- [3] 吴亮红, 王耀南, 袁小芳, 等. 自适应二次变异差分进化算法[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 898-902
- [4] 张雪霞, 陈维荣, 戴朝华. 带局部搜索的动态多群体自适应差分进化算法及函数优化[J]. 电子学报, 2010, 38(8): 1825-1830
- [5] Dorronsoro B, Ferrante N, David N. Compact Differential Evolution[J]. IEEE Transactions On Evolutionary computation, 2011, 15(1): 67-98
- [6] Ali M M, Kajej-Bagdadi Z. A local exploration-based differential evolution algorithm for constrained global optimization[J]. Applied Mathematics and Computation, 2009, 208(1): 31-48
- [7] 刘波, 王凌, 金以慧. 差分进化算法研究进展[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 721-727
- [8] 杨卫东, 姚峰, 张明. 基于自适应交叉概率因子的差分进化算法及其应用[J]. 信息与控制, 2010, 39(2): 187-193
- [9] Ernesto M, Price K, Lampine J. Differential Evolution—A Practical Approach to Global Optimization[M]. New York: Springer, 2005

- [10] Beyer H G, Deb K. On self-adapting features in real-parameter evolutionary algorithms[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2001, 5(3): 250-270
- [11] Brest J, Greiner S, Bo B, et al. Self adapting control parameters in differential evolution: A comparative study on numerical benchmark problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(6): 646-657
- [12] 杨启文, 蔡亮, 薛云灿. 差分进化算法综述[J]. 模式识别与人工智能, 2008, 21(4): 506-512
- [13] Qin A K, Suganthan P N. Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization[A]// Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation [C]. Edinburgh, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers Computer Society, 2005: 1785-1791
- [14] Zaharie D. Critical values for the control parameters of differential evolution algorithms[A]// Eighth International MENDEL Conference on Soft Computing[C]. Brno, Czech Republic: Brno University of Technology, 2002: 62-67
- [15] Kim H K, Chong J K, Park K Y, et al. Differential evolution strategy for Constrained global optimization and application to practical engineering problems[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(4): 1565-1568
- [16] 刘荣辉, 郑建国. 分区交叉差分进化算法及其约束优化[J]. 计算机科学, 2008, 39(2): 283-304
- [17] Dob K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 186(2-4): 311-338