几类新的笛卡尔乘积互连网络

师海忠
（西北师范大学数学与统计学院 兰州 730070）

摘 要 Star网络、Pancake网络、Bubble sort网络、修正Bubble sort网络(又称圈图)、轮图等都既是Cayley图又是重要的互连网络。利用图的笛卡尔乘积方法构建了几类新的笛卡尔乘积互连网络：环网、循环移数网络、ILLIAC网络、超立方体分别与Star网络、Pancake网络、Bubble sort网络、修正Bubble sort网络、轮图的笛卡尔乘积网络；这些网络的某些性能指标(例如，直径等)比Star网络或超立方体更好。

关键词 Cayley图，互连网络，笛卡尔乘积网络，超立方体，Star网络

中图法分类号 TP393 **文献标识码** A

Some New Cartesian Product Interconnection Networks

SHI Hai-zhong
(College of Mathematics and Statistics, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

Abstract Star network, pancake network, bubble sort network, modified bubble sort network, wheel network, etc, are not only Cayley graphs but also important interconnection networks. In this paper, we develop many new networks, called Cartesian product networks of the ring network, the barrell shifter network, the ILLIAC networks, the n-cube and the Star network, the pancake network, the bubble sort network, the modified bubble sort net works, the wheel network, respectively. These networks are shown to have better performance, as measured by some parameters(such as, diameter, etc.) than the n-cubes or the Star networks.

Keywords Cayley graph, Interconnection network, Cartesian product interconnection network, n-cube, Star network

1 引言

一个处理机/通信互连网络常常模型化为一个无向图。这个图中的顶点对应于处理机/通讯端口，边对应于通讯链路，在这个互连网络中它的关键特性有顶点度、直径、阻塞、对称性、连通度、路由选择算法以及结构。在设计对称互连网络时，总的目标是设计具有小的度、小的直径、高连通度、简单的路由选择算法以及巨大顶点数的对称图。n-立方体 Q_n、Star网络 S_n、Pancake网络 P_n 等都是非常著名的互连网络，但它们各有优缺点[1-5]。所以希望设计出有更多优良性能的互连网络。图的笛卡尔乘积方法是设计互连网络的一类重要方法[4]。在本文中，利用笛卡尔乘积方法设计了各种互连网络，并指出了它们所具有的优良性能，本文第2节是环网 C_n 与几类Cayley图的笛卡尔乘积；第3节是循环移数网络 BS_n 与几类Cayley图的笛卡尔乘积；第4节是ILLIAC网络 $G(n^2;\pm\{1,n\})$ 与几类Cayley图的笛卡尔乘积；第5节是 n-立方体与几类Cayley图的笛卡尔乘积；最后是结束语。

2 环网 C_n 与几类Cayley图的笛卡尔乘积

环网 C_n 是无向图，是循环无向图 $G(n,\pm1)$，也是Cayley图 $C_{Z_n}(\pm\{1\})$ 或 $C_{Z_n}(\{1,n-1\})$，该网络的连通度为2，直径为 $d(C_n)=\left\lfloor \frac{1}{2}n \right\rfloor$。

为了更好地展示笛卡尔乘积网络的性能，我们先引入一些概念(定义1—定义3)和重要结果(引理1—引理6)。

定义1[4] $\Gamma=(X,\circ)$ 是非平凡有限群，S 是 X 的非空子集，$S^{-1}=S$，且 S 不含 Γ 的单位元 e，定义无向图如下：

$V(G)=\Gamma;(x,y)\in E(G)\Leftrightarrow x^{-1}y\in S,\forall x,y\in\Gamma$

称 G 为群 Γ 关于 S 的Cayley图，记为 $C_\Gamma(S)$。

定义2[14] 设 G 是正则图，它的边集为 $E(G)$，称 G 是hamiltonian可分解的，如果

(i) $deg(G)=2k$ 且 $E(G)$ 可划分为 k 个Hamiltonian圈，或者

(ii) $deg(G)=2k+1$ 且 $E(G)$ 可划分为 k 个Hamiltonian cycles和一个完美对集，这里 $deg(G)$ 表示 G 的顶点度。

定义3 设 $G_i=(V_i,E_i)(i=1,2,\cdots,n)$ 是无向图，$G_1,G_2,\cdots,G_n$ 的笛卡尔乘积为 $G_1\times G_2\times\cdots\times G_n$，其中它的顶点集 $V(G_1\times G_2\times\cdots\times G_n)=V_1\times V_2\times\cdots\times V_n$，两顶点 $x_1x_2\cdots x_n$ 和 $y_1y_2\cdots y_n$ 相邻当且仅当向量 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $(y_1,y_2,\cdots,y_n)$ 有且仅有一个坐标不同。

引理1[4] 设 $G_i(i=1,2,\cdots,n)$ 是连通图，则 $d(G_1\times G_2\times\cdots\times G_n)=d(G_1)+d(G_2)+\cdots+d(G_n)$，这里 $d(G)$ 表示图 G 的直径。

引理2[4] 如果 $k(G_i)=\delta(G_i)>0,i=1,2,\cdots,n$，那么 $k(G_1\times G_2\times\cdots\times G_n)=k(G_1)+k(G_2)+\cdots+k(G_n)$。这里 k

师海忠(1962—)，男，博士，教授，主要研究方向为超级计算机互连网络设计与分析、组合最优化、形式语言等，E-mail：haizhong.shi@163.com。

(G)表示图 G 的连通度，$\delta(G)$表示图 G 的最小度。

引理 3[4] 如果对每个 $i=1,2,\cdots,n$ 均有 $k(G_i)>0$，那么 $k(G_1\times G_2\times\cdots\times G_n)\geqslant k(G_1)+k(G_2)+\cdots+k(G_n)$。这里 $k(G)$表示图 G 的连通度。

引理 4[4] Cayley 图的笛卡尔乘积仍是 Cayley 图，更精确地讲，设 $G_i=C_\Gamma(S_i)$是有限群 $\Gamma_i=(X_i,o_i)$关于集 S_i 的 Cayley 图，那么 $G=G_1\times G_2\times\cdots\times G_n$ 是群 $\Gamma=\Gamma_1\times\Gamma_2\times\cdots\Gamma_n$ 关于集 $S=\bigcup_{i=1}^{n}\{e_1,e_2,\cdots,e_{i-1}\}\times S_i\times\{e_{i+1},e_{i+2},\cdots,e_n\}$ 的 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$，其中 e_i 是 Γ_i 的单位元，$i=1,2,\cdots,n$。

引理 5[4] Cayley 图 $C_\Gamma(S)$是点对称的(即点可迁的)。

引理 6[4] 设 G_1 和 G_2 是无向图，$G_1\times G_2$ 是 Hamilton 图当且仅当 G_1 和 G_2 之一是 Hamilton 图，而另一个含 Hamilton 路。

2.1 环网 C_n 与 m-立方体 Q_m 的笛卡尔乘积网络 $C_n\times Q_m$

m 立方体 Q_m 的基本性质可概括如下：

引理 7[4] a)Q_m 是 m 正则的连通图，有 2^m 个顶点和 $m\cdot 2^{m-1}$条边；

b)Q_m 是二部分图；

c)若 $m\geqslant 2$，则 Q_m 是 Hamilton 图，若 m 是偶数，则 Q_m 是 Eulor 图；

d)Q_m 的直径 $d(Q_m)=m$；

e)Q_m 的连通度 $k(Q_m)=m$；

f)Q_m 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$，因此是点对称的(即点可迁的)，其中 $\Gamma=Z_2\times Z_2\times\cdots\times Z_2$，$S=\{100\cdots0,010\cdots0,\cdots,000\cdots01\}$；

g)Q_m 是边可迁的；

h)[15] Q_m 是 Hamiltonian 可分解的，$m\geqslant 2$。

于是由引理 1—引理 6 及引理 7 知，环网 C_n 与 m-立方体 Q_m 的笛卡尔乘积网络 $C_n\times Q_m$ 有下列性质：

定理 1 a)$C_n\times Q_m$ 的顶点数为 $n\cdot 2^n$，边数为 $n\cdot 2^{m-1}(m+2)$，$C_n\times Q_m$ 是 $m+2$ 正则的；

b)$C_n\times Q_m$ 的直径 $d(C_n\times Q_m)=\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor+m$，特别地，当 $n=m$时，$d(C_n\times Q_n)=\left\lfloor\frac{3}{2}n\right\rfloor$；

c)$C_n\times Q_m$ 的连通度 $k(C_n\times Q_n)=2+m$；

d)$C_n\times Q_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$，因此是点对称的(即点可迁的)，其中 $\Gamma=Z_n\times Z_2\times\cdots Z_2$，$S=(\{\pm1\}\times\{00\cdots0\})\cup(\{0\}\times\{100\cdots0,010\cdots0,\cdots,000\cdots1\})$；

e)$C_n\times Q_m$ 是 Hamilton 图；

f)$C_n\times Q_m$ 的边连通度 $\lambda(C_n\times Q_m)=2+m$。

特别地，$C_3\times Q_m$ 的顶点数为 $3\cdot 2^m$，直径为 $d(C_3\times Q_m)=m+1$，而 Q_{m+1}的顶点数为 $2\cdot 2^m$，直径也为 $d(Q_{m+1})=m+1$，显然，$C_3\times Q_m$ 优于 Q_{m+1}。或者，在 $C_n\times Q_m$ 中，固定 m(例如，$m=7$ 或者 8)，就可以得到新互连网络，例如，$C_n\times Q_7$ 等。

猜想 1 $C_n\times Q_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

2.2 环网 C_n 与 Star 网络的笛卡尔乘积网络 $C_n\times S_m$

Star 网络是作为 n-立方体网的替代品而提出来的[1,2]，其定义如下。

定义 4[1,2] Star 网络是如下 Cayley 图 $C_\Gamma(P)$：

$\Gamma=S_n$ 是集合$\{1,2,\cdots,n\}$上的对称群。

$P=\{i23\cdots(i-1)1(i+1)(i+2)\cdots n\mid 2\leqslant i\leqslant n\}$

简记为 S_n。

Star 网络 S_m 有如下性质：

引理 8[1-4] a)S_m 有 $m!$个顶点、$\frac{1}{2}(m-1)\cdot m!$条边，是 $m-1$ 正则的连通图；

b)S_m 的直径为 $d(S_m)=\left\lfloor\frac{3(m-1)}{2}\right\rfloor$；

c)S_m 是二部分图；

d)S_m 的连通度为 $k(S_m)=m-1$；

e)S_m 是点对称的(即点可迁的)；

f)S_m是边对称的(即边可迁的)；

g)S_m是 Hamilton 图。

由引理 1—引理 6 及引理 7 知，环网 C_n 与 Star 网络的笛卡尔乘积网络 $C_n\times S_m$ 有下列性质：

定理 2 a) $C_n\times S_m$ 有 $n\cdot(m!)$个顶点、$\frac{1}{2}(m+1)!n$ 条边，是 $m+1$ 正则的连通图；

b)$C_n\times S_m$ 的直径为 $d(C_n\times S_m)=\lfloor\frac{n}{2}\rfloor+\lfloor\frac{3(m-1)}{2}\rfloor$；

c)$C_n\times S_m$ 的连通度 $k(C_n\times S_m)=m+1$，边连通度为 $\lambda(C_n\times S_m)=m+1$；

d)$C_n\times S_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(P)$，因此是点对称的(即点可迁的)，其中 $\Gamma=Z_n\times S_m$，$P=(\{\pm1\}\times\{123\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i23\cdots(i-1)1(i+1)(i+2)\cdots(m-1)m\mid 2\leqslant i\leqslant m\})$；

e)$C_n\times S_m$ 是 Hamilton 图。

固定 m(例如 $m=7$ 或者 8)，就可以得到新互连网络，例如 $C_n\times S_7$ 等。

猜想 2 $C_n\times S_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

特别地，$C_3\times S_m$ 有 $3\cdot(m!)$个顶点，比 S_m 的顶点数扩大 3 倍，但直径仅增加 1，即 $d(C_3\times S_m)=d(S_m)+1$，所以 $C_3\times S_m$ 优于 S_m。

2.3 环网 C_n 与 Pancake 网络 P_m 的笛卡尔乘积网络 $C_n\times P_m$

Pancake 网络定义为 Cayley 图 $C_\Gamma(P)$：$\Gamma=S_m$ 是$\{1,2,\cdots,m\}$上的对称群，$P=\{i(i-1)\cdots2\cdot1(i+1)(i+2)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\}$。

Pancake 网络有如下性质：

引理 9[2] a) P_m 有 $m!$个顶点、$\frac{1}{2}(m-1)\cdot m!$条边，是 $m-1$ 正则的连通图；

b) P_m 是点对称的(即点可迁的)；

c) P_m 是 Hamilton 图。

由引理 4—引理 6 及引理 9 可知，具有如下性质：

定理 3 a)$C_n\times P_m$ 有 $m!\cdot n$ 个顶点、$\frac{1}{2}(m+1)!n$ 条边，是 $m+1$ 正则的连通图；

b)$C_n\times P_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(P)$，其中 $\Gamma=Z_n\times S_m$；

$P=(\{\pm1\}\times\{123\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i(i-1)\cdots21(i+1)(i+2)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\})$；

c)$C_n\times P_m$ 是点可迁的(即点对称的)；

d)$C_n\times P_m$ 是 Hamilton 图。

我们提出一个开问题：$C_n\times P_m$ 的直径是多少？

猜想 3 $C_n\times P_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

2.4 环网 C_n 与 Bubble sort 网络 B_m 的笛卡尔乘积网络 $C_n\times B_m$

Bubble sort 网络 B_m 定义为 Cayley 图 $C_\Gamma(B)$，其中，$\Gamma=S_m$ 为 $\{1,2,\cdots,m\}$ 上的对称群，$B=\{12\cdots(i-2)(i-1)(i+1)i(i+2)\cdots m\mid i=1,2,\cdots m-1\}$。

Bubble sort 网络有如下性质：

引理 10[2,16] a) B_m 有 $m!$ 个顶点、$\frac{1}{2}(m-1)\cdot m!$ 条边，是 $m-1$ 正则的连通图；

b) B_m 的直径为 $\frac{1}{2}m(m-1)$；

c) B_m 是点对称的（即点可迁的）；

d) B_m 的连通度为 $m-1$；

e) B_m 是二部分图；

f) B_m 是 Hamilton 图。

由引理 1—引理 6 及引理 10 知，$C_n\times B_m$ 有如下性质：

定理 4 a) $C_n\times B_m$ 有 $n\cdot m!$ 个顶点、$\frac{1}{2}(m+1)!n$ 条边，是 $m+1$ 正则的连通图；

b) $C_n\times B_m$ 的直径为 $\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor+\frac{1}{2}m(m-1)$；

c) $C_n\times B_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$：

$\Gamma=Z_n\times S_m$，

$S=(\{\pm1\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{12\cdots(i-1)(i+1)i(i+2)\cdots m\mid 1\leqslant i\leqslant m-1\})$；

d) $C_n\times P_m$ 是点可迁的（即点对称的）；

e) $C_n\times B_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

f) $C_n\times B_m$ 是 Hamilton 图；

g) $C_n\times B_m$ 的连通度为 $m+1$。

猜想 4 $C_n\times B_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

2.5 环网 C_n 与修正 bubble sort 网络 Y_m 的笛卡尔乘积网络 $C_n\times Y_m$

修正 bubble sort 网络 Y_m 定义为 Cayley 图 $C_\Gamma(Y)$，其中，$\Gamma=S_m$ 为 $\{1,2,\cdots,m\}$ 上的对称群，$Y=\{12\cdots(i-1)(i+1)i(i+2)\cdots m\mid,1\leqslant i\leqslant m-1\}\cup\{m23\cdots(m-1)1\}$。

修正 bubble sort 网络 Y_m 有如下性质：

引理 11 a) Y_m 有 $m!$ 个顶点、$\frac{1}{2}m\cdot m!$ 条边，是 m 正则的连通图；

b) Y_m 是点对称的（即点可迁的）；

c) Y_m 是 Hamilton 图。

修正 bubble sort 网络又叫圈图。

由引理 4—引理 6 及引理 11 知，环网 C_n 和修正 bubble sort 网络 Y_m 的笛卡尔乘积网络 $C_n\times Y_m$ 有如下性质：

定理 5 a) $C_n\times Y_m$ 有 $n\cdot m!$ 个顶点、$\frac{1}{2}(m+2)\cdot n\cdot m!$ 条边，是 $m+2$ 正则的连通图；

b) $C_n\times Y_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$：

$\Gamma=Z_n\times S_m$，

$S=(\{\pm1\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{12\cdots(i-1)(i+1)i(i+2)\cdots m\mid 1\leqslant i\leqslant m-1\})\cup(\{0\}\times\{m23\cdots(m-1)1\})$；

c) $C_n\times Y_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

d) $C_n\times Y_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 5 $C_n\times Y_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

2.6 环网 C_n 与轮图 W_m 的笛卡尔乘积网络 $C_n\times W_m$

轮图 W_m[17] 定义为 Cayley 图 $C_\Gamma(W)$：

$\Gamma=S_m$ 为 $\{1,2,\cdots,m\}$ 上的对称群；

$$W=\{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\}\cup\{i23\cdots(i-1)(i+1)i(i+2)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m-1\}\cup\{m34\cdots(m-1)2\}\qquad(1)$$

轮图 W_m 有如下性质：

引理 12 a) W_m 有 $m!$ 个顶点、$(m-1)\cdot m!$ 条边，是 $2(m-1)$ 正则的连通图；

b) W_m 是点对称的（即点可迁的）；

c) Star 网络 S_m 是 W_m 的一个生成子图；

d) W_m 是 Hamilton 图。

由引理 4—引理 6 及引理 12 知，$C_n\times W_m$ 有如下性质：

定理 6 a) $C_n\times W_m$ 有 $n\cdot m!$ 个顶点、$m\cdot m!$ 条边，是 $2m$ 正则的连通图；

b) $C_n\times W_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$

$\Gamma=Z_n\times S_m$，

$S=(\{\pm1\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times W)$

其中，W 同式(1)；

c) $C_n\times W_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

d) $C_n\times W_m$ 是 Hamilton 图；

e) $C_n\times S_m$ 是 $C_n\times W_m$ 的生成子图。

猜想 6 $C_n\times W_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

3 循环移数网络(barrel shifter) BS_n 与几类 Cayley 图的笛卡尔乘积

循环移数网络(barrel shifter) BS_n[8] 定义为 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$：

$\Gamma=Z_{2^n}$

$S=\{\pm2^i\mid 0\leqslant i\leqslant n-1\}$

简记为 BS_n。

循环移数网络 BS_n 有如下性质：

引理 13 a) BS_n 有 2^n 个顶点、$(2n-1)2^{n-1}$ 条边，是 $2n-1$ 正则的连通图；

b) BS_n 的直径为 $\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor$；

c) BS_n 是点对称的（即点可迁的）；

d) BS_n 是 Hamilton 图。

3.1 BS_n 与 m-立方体 Q_m 的笛卡尔乘积网络 $BS_n\times Q_m$

由引理 1—引理 6、引理 7 及引理 13 知，$BS_n\times Q_m$ 有下列性质：

定理 7 a) $BS_n\times Q_m$ 有 2^{n+m} 个顶点、$(2n-1+m)2^{2+m-1}$ 条边，是 $2n-1+m$ 正则的连通图；

b) $BS_n\times Q_m$ 的直径为 $\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor+m$；

c) $BS_n\times Q_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$：

$\Gamma=Z_{2^n}\times(Z_2\times Z_2\times\cdots\times Z_2)$，

$S=(\{\pm2^i\mid 0\leqslant i\leqslant n-1\}\times\{000\cdots0\})\cup(\{0\}\times\{100\cdots0,010\cdots0,\cdots,000\cdots01\})$；

d) $BS_n\times Q_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

e) $BS_n\times Q_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 7 $BS_n\times Q_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

显然，$BS_n\times Q_m$ 和 Q_{n+m} 都有 2^{n+m} 个顶点，但 $BS_n\times Q_m$ 的直径 $d(BS_n\times Q_m)=\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor+m$ 远小于 Q_{n+m} 的直径 $d(Q_{n+m})=n+m$，因此 $BS_n\times Q_m$ 优于 Q_{n+m}。当然，直径小的代价是增加了顶点度。

3.2 BS_n 与 Star 网络 S_m 的笛卡尔乘积网络 $BS_m\times S_m$

由引理 1—引理 6、引理 7 及引理 13 知，$BS_m\times Q_m$ 有下列性质：

引理 14 a)$BS_n\times S_m$ 有 $2^n\cdot m!$ 个顶点、$(2n+m-2)\cdot 2^{n-1}\cdot m!$ 条边，是 $2n+m-2$ 正则的连通图；

b)$BS_n\times S_m$ 的直径为 $\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{3(m-1)}{2}\right\rfloor$；

c)$BS_n\times S_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$：

$\Gamma=Z_{2^n}\times S_m$，

$S=(\{\pm 2^i\mid 0\leqslant i\leqslant n-1\}\times\{123\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\})$；

d)$BS_n\times S_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

e)$BS_n\times S_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 8 $BS_n\times S_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

特别地，$BS_4\times S_m$ 有 $16\cdot m!$ 个顶点，是 Star 网络 S_m 的顶点数 $m!$ 的 16 倍，但 $BS_4\times S_m$ 的直径仅比 S_m 的直径增大了 2。

3.3 BS_n 与 Pancake 网络 P_m 的笛卡尔乘积网络 $BS_n\times P_m$

由引理 1—引理 6、引理 9 及引理 13 知，$BS_n\times P_m$ 有如下性质：

定理 8 a)$BS_n\times P_m$ 有 $2^n\cdot m!$ 个顶点、$(2n+m-2)\cdot 2^{n-1}\cdot m!$ 条边，是 $2n+m-2$ 正则的连通图；

b)$BS_n\times P_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$：

$\Gamma=Z_{2^n}\times S_m$，

$S=(\{\pm 2^i\mid 0\leqslant i\leqslant n-1\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i(i-1)\cdots 21(i+1)(i+2)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\})$；

c)$BS_n\times P_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

e)$BS_n\times P_m$ 是 Hamilton 图。

进一步我们提出一开问题：$BS_n\times P_m$ 的直径是多少？

猜想 9 $BS_n\times P_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

3.4 BS_n 与 Bubble sort 网络 B_m 的笛卡尔乘积网络 $BS_n\times B_m$

由引理 1—引理 6、引理 10 及引理 13 知，$BS_n\times B_m$ 有如下性质：

定理 9 a)$BS_n\times B_m$ 有 $2^n\cdot m!$ 个顶点、$(2n+m-2)\cdot 2^{n-1}\cdot m!$ 条边，是 $2n+m-2$ 正则的连通图；

b)$BS_n\times B_m$ 的直径为 $\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor+\frac{1}{2}m(m-1)$；

c)$BS_n\times B_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$；

$\Gamma=Z_{2^n}\times S_m$，

$S=(\{\pm 2^i\mid 0\leqslant i\leqslant n-1\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{12\cdots(i-2)i(i-1)(i+1)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\})$；

d)$BS_n\times B_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

e)$BS_n\times B_m$ 是 Hamilton 图。

特别地，$BS_6\times B_m$ 的顶点数为 $64\cdot m!$，是 B_m 的顶点数 $m!$ 的 64 倍，而 $BS_6\times B_m$ 的直径（$\left\lfloor\frac{6}{2}\right\rfloor+\frac{1}{2}m(m-1)$）比 B_m 的直径 $\frac{1}{2}m(m-1)$ 仅增加了 3，所以就这一点而言，$BS_n\times B_m$ 比 B_m 更优。

猜想 10 $BS_n\times B_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

3.5 BS_n 与修正 Bubble sort 网络 Y_m 的笛卡尔乘积网络 $BS_n\times Y_m$

由引理 4—引理 6、引理 11 及引理 13 知，$BS_n\times Y_m$ 有如下性质：

定理 10 a)$BS_n\times Y_m$ 有 $2^n\cdot m!$ 个顶点、$(2n+m-1)\cdot 2^{n-1}\cdot m!$ 条边，是 $2n+m-1$ 正则的连通图；

b)$BS_n\times Y_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(B)$：

$\Gamma=Z_{2^n}\times S_m$，

$B=(\{\pm 2^i\mid 0\leqslant i\leqslant n-1\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{12\cdots(i-2)i(i-1)(i+1)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\})\cup(\{0\}\times\{m23\cdots(m-1)1\})$；

c)$BS_n\times Y_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

d)$BS_n\times B_m$ 是 $BS_n\times Y_m$ 的一个生成子图（同构意义下），即 $BS_n\times B_m$ 以膨胀数（dilation）1、拥塞 1 以及负载 1 嵌入 $BS_n\times Y_m$，且该嵌入的膨胀率为 1。

猜想 11 $BS_n\times Y_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

3.6 BS_n 与轮图 W_m 的笛卡尔乘积网络 $BS_n\times W_m$

由引理 4—引理 6、引理 12 及引理 13 知，$BS_n\times W_m$ 有如下性质：

定理 11 a)$BS_n\times W_m$ 有 $2^n\cdot m!$ 个顶点、$(2n+2m-3)\cdot 2^{n-1}\cdot m!$ 条边，是 $2n+2m-3$ 正则的连通图；

b)$BS_n\times W_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(B)$：

$\Gamma=Z_{2^n}\times S_m$，

$B=(\{\pm 2^i\mid 0\leqslant i\leqslant n-1\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m\mid 2\leqslant i\leqslant m\})\cup(\{0\}\times\{23\cdots(i-2)i(i-1)(i+1)\cdots m\mid 3\leqslant i\leqslant m\})\cup(\{0\}\times\{m34\cdots(m-2)(m-1)2\})$；

c)$BS_n\times W_m$ 是点对称的（即点可迁的）；

d)$BS_n\times W_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 12 $BS_n\times W_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

4 ILLIAC 网络 $G(n^2;\pm\{1,n\})$[7-10] 与几类 Cayley 图的笛卡尔乘积网络

ILLIAC 网络 $G(n^2;\pm\{1,n\})(n\geqslant 2)$ 定义为 Cayley 图 $C_\Gamma(S)$：

$\Gamma=Z_{n^2}$

$S=\{\pm 1,\pm n\}$

ILLIAC 网络 $G(n^2;\pm\{1,n\})$ 有如下性质：

引理 15[7-9,11] a)$G(n^2;\pm\{1,n\})$ 有 n^2 个顶点、$2n^2$ 条边，是 4 正则的连通图；

b)$G(n^2;\pm\{1,n\})$ 的直径为 $n-1$；

c)$G(n^2;\pm\{1,n\})$ 是点对称的（即点可迁的）；

d)$G(n^2;\pm\{1,n\})$ 是 Hamilton 图。

猜想 13 $G(n^2;\pm\{1,n\})$ 是 Hamiltonian 可分解的，即 $G(n^2;\pm\{1,n\})$ 是两个边不交 Hamiltonia 圈的并。

4.1 $G(n^2;\pm\{1,n\})$ 与 m-立方体 Q_m 的笛卡尔乘积网络 $G(n^2;\pm\{1,n\})\times Q_m$

由引理 1—引理 6、引理 7 及引理 15 知，$G(n^2;\pm\{1,n\})\times Q_m$ 有下列性质：

定理 12 a)$G(n^2,\pm\{1,n\})$ 有 $n^2\cdot 2^m$ 个顶点，有 $(m+4)$

$\cdot n^2 \cdot 2^{m-1}$条边，是 $m+4$ 正则的连通图；

b)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times Q_m$ 的直径是 $n+m-1$；

c)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times Q_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma=Z_{n^2}\times Z_2\times Z_2\times\cdots\times Z_2$，

$I=(\{\pm1,\pm n\}\times\{00\cdots0\})\cup(\{0\}\times\{100\cdots00,010\cdots00,\cdots,000\cdots01\})$；

d)$G(n^2;\pm\{1,n\})\times Q_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

e)$G(n^2;\pm\{1,n\})\times Q_m$ 的连通度为 $m+4$；

f)$G(n^2;\pm\{1,n\})\times Q_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 14 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times Q_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

特别地，$G(4^2,\pm\{1,4\})\times Q_m$ 和 Q_{m+4} 的顶点数均为 2^{m+4}，但 $G(4^2,\pm\{1,4\})\times Q_m$ 的直径 $m+3$ 比 Q_{m+4} 的直径 $m+4$要小，所以就这点而言，$G(4^2,\pm\{1,4\})\times Q_m$ 优于 Q_{m+4}。

4.2 $G(n^2;\pm\{1,n\})$与 Star 网络 S_m 的笛卡尔乘积网络 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$

由引理 1—引理 6，引理 8 及引理 15 知，$G(n^2;\pm\{1,n\})\times S_m$ 有下列性质：

定理 13 a)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 有 $n^2\cdot m!$个顶点，有 $\frac{1}{2}(m+3)\cdot n^2\cdot m!$条边，是 $m+3$ 正则的连通图；

b)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 的直径是 $n-1+\left\lfloor\frac{3(m-1)}{2}\right\rfloor$；

c)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma=Z_{n^2}\times S_m$，

$I=(\{\pm1,\pm n\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m\,|\,2\leqslant i\leqslant m\})$；

d)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 是 Hamilton 图；

e)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 是点对称的(即点可迁的)。

特别地，$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_8$ 的顶点数为 $n^2\cdot 8!$，直径为 $n+9$；$G(168n)^2,\pm\{1,168n\})$的顶点数为$(168n)^2$，直径为 $168n-1$，易知 $n^2\cdot 8!$远大于$(168n)^2$，但直径 $n+9$ 远小于 $168n-1$，故 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_8$ 优于 $G(168n)^2;\pm\{1,168n\})$，当然这是以顶点度增加 7(前者的度为 11，后者的度为 4)为代价的。

猜想 15 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

4.3 $G(n^2,\pm\{1,n\})$与 Pancake 网络的笛卡尔乘积网络 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$

由引理 4—引理 6，引理 9 及引理 15 知，$G(n^2;\pm\{1,n\})\times P_m$ 有下列性质：

定理 14 a)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$ 有 $n^2\cdot m!$个顶点，有 $\frac{1}{2}(m+3)\cdot n^2\cdot m!$条边，是 $m+3$ 正则的连通图；

b)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma=Z_{n^2}\times S_m$，

$I=(\{\pm1,\pm n\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i(i-1)\cdots21(i+1)(i+2)\cdots m\,|\,2\leqslant i\leqslant m\})$；

c)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

d)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$ 是 Hamilton 图。

开问题：$G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$ 的直径是多少？

猜想 16 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

4.4 $G(n^2;\pm\{1,n\})$与 Bubble Sort 网络 B_m 的笛卡尔乘积网络 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times P_m$

由引理 4—引理 6，引理 10 及引理 15 知，$G(n^2;\pm\{1,n\})\times P_m$ 有下列性质：

定理 15 a)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times B_m$ 有 $n^2\cdot m!$个顶点，有 $\frac{1}{2}(m+3)\cdot n^2\cdot m!$条边，是 $m+3$ 正则的连通图；

b)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times B_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma=Z_{n^2}\times S_m$，

$I=(\{\pm1,\pm n\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{12\cdots(i-2)i(i-1)(i+1)\cdots m\,|\,2\leqslant i\leqslant m\})$；

c)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times B_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

d)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times B_m$ 是 Hamilton 图；

e)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times B_m$ 的直径为 $n-1+\frac{1}{2}m(m-1)$。

猜想 17 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times B_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

4.5 $G(n^2,\pm\{1,n\})$与修正 Bubble sort 网络 Y_m 的笛卡尔乘积网络 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times Y_m$

由引理 4—引理 6，引理 11 及引理 15 知，$G(n^2;\pm\{1,n\})\times Y_m$ 有下列性质：

定理 16 a)$G(n^2;\pm\{1,n\})\times Y_m$ 有 $n^2\cdot m!$个顶点，有 $\frac{1}{2}(m+4)\cdot n^2\cdot m!$条边，是 $m+4$ 正则的连通图；

b)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times Y_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma=Z_{n^2}\times S_m$，

$I=(\{\pm1,\pm n\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{12\cdots(i-2)i(i-1)(i+1)\cdots m\,|\,2\leqslant i\leqslant m\})\cup(\{0\}\times\{m23\cdots(m-1)1\})$；

c)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times Y_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

d)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times Y_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 18 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times Y_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

4.6 $G(n^2,\pm\{1,n\})$与轮图 W_m 的笛卡尔乘积网络 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$

由引理 4—引理 6，引理 12 及引理 15 知，$G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$ 有下列性质：

定理 17 a)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$ 有 $n^2\cdot m!$个顶点，有 $(m+1)\cdot n^2\cdot m!$条边，是 $2(m+1)$正则的连通图；

b)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma=Z_{n^2}\times S_m$，

$I=(\{\pm1,\pm n\}\times\{12\cdots m\})\cup(\{0\}\times\{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m\,|\,2\leqslant i\leqslant m\})\cup(\{0\}\times\{23\cdots(i-2)i(i-1)(i+1)\cdots m\,|\,3\leqslant i\leqslant m\})\cup(\{0\}\times\{m34\cdots(m-2)(m-1)2\})$；

c)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

d)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$ 是 Hamilton 图；

e)$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 同构于 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$ 的一个生成子图，也就是说，$G(n^2,\pm\{1,n\})\times S_m$ 以膨胀数(dilation)1、拥塞 1 以及负载 1 嵌入 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$，且该嵌入的膨胀率为 1。

猜想 19 $G(n^2,\pm\{1,n\})\times W_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

5 n-立方体 Q_n 与几类 Cayley 图的笛卡尔乘积网络

5.1 n-立方体 Q_n 与 Star 网络 S_m 的笛卡尔乘积网络 $Q_n \times S_m$

由引理 1—引理 6，引理 7 及引理 8 知，$Q_n \times S_m$ 有下列性质：

定理 18 a)$Q_n \times S_m$ 有 $2^n \cdot m!$ 个顶点，有 $(n+m-1) \cdot n^{2-1} \cdot m!$ 条边，是 $n+m-1$ 正则的连通图；

b)$Q_n \times S_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma = Z_2 \times Z_2 \times \cdots Z_2 \times S_m$，

$I = (\{100\cdots0, 010\cdots0, \cdots 000\cdots01\} \times \{12\cdots m\}) \cup (\{000\cdots0\} \times \{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m \mid 2 \leqslant i \leqslant m\})$；

c)$Q_n \times S_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

d)$Q_n \times S_m$ 是 Hamilton 图；

e)$Q_n \times S_m$ 的直径为 $n + \left\lfloor \frac{3(m-1)}{2} \right\rfloor$；

f)$Q_n \times S_m$ 的连通度为 $n+m-1$。

猜想 20 $Q_n \times S_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

特别地，$Q_n \times S_8$ 有 $2^n \cdot 8!$ 个顶点，Q_{n+15} 有 2^{n+15} 个顶点，易知 $2^n \cdot 8! > 2^{n+15}$；但 $Q_n \cdot S_8$ 的直径为 $n+10$，Q_{n+15} 的直径为 $n+15$，显然 $n+10 < n+15$；另外，$Q_n \cdot S_8$ 的顶点度为 $n+7$，而 Q_{n+15} 的顶点度为 $n+15$。总之，$Q_n \times S_8$ 优于 Q_{n+15}。

5.2 n-立方体 Q_n 与 Pancake 网络 P_m 的笛卡尔乘积网络 $Q_n \times P_m$

由引理 4—引理 6，引理 7 及引理 9 知，$Q_n \times P_m$ 有下列性质：

定理 19 a)$Q_n \times P_m$ 有 $2^n \cdot m!$ 个顶点，有 $(n+m-1) \cdot n^{2-1} \cdot m!$ 条边，是 $n+m-1$ 正则的连通图；

b)$Q_n \times P_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma = Z_2 \times Z_2 \times \cdots \times Z_2 \times S_m$，

$I = (\{100\cdots0, 010\cdots0, \cdots 000\cdots01\} \times \{12\cdots m\}) \cup (\{000\cdots0\} \times \{i(i-1)\cdots21(i+1)\cdots m \mid 2 \leqslant i \leqslant m\})$；

c)$Q_n \times P_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

d)$Q_n \times P_m$ 是 Hamilton 图。

我们提出一个开问题：$Q_n \times P_m$ 的直径是多少？

猜想 21 $Q_n \times P_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

5.3 n-立方体 Q_n 与 Bubble Sort 网络 B_m 的笛卡尔乘积网络 $Q_n \times B_m$

由引理 4—引理 6，引理 7 及引理 10 知，$Q_n \times B_m$ 有下列性质：

定理 20 a)$Q_n \times B_m$ 有 $2^n \cdot m!$ 个顶点，有 $(n+m-1) \cdot 2^{n-1} \cdot m!$ 条边，是 $n+m-1$ 正则的连通图；

b)$Q_n \times B_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma = Z_2 \times Z_2 \times \cdots \times Z_2 \times S_m$，

$I = (\{100\cdots0, 010\cdots0, \cdots 000\cdots01\} \times \{12\cdots m\}) \cup (\{000\cdots0\} \times \{12\cdots(i-2)i(i-1)(i+1)\cdots m \mid 2 \leqslant i \leqslant m\})$；

c)$Q_n \times B_m$ 的直径为 $n + \frac{m(m-1)}{2}$；

d)$Q_n \times B_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 22 $Q_n \times B_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

5.4 n-立方体 Q_n 与修正 bubble sort 网络 Y_m 的笛卡尔乘积网络 $Q_n \times Y_m$

由引理 4—引理 6，引理 7 及引理 11 知，$Q_n \times Y_m$ 有下列性质：

定理 21 a)$Q_n \times Y_m$ 有 $2^n \cdot m!$ 个顶点，有 $(n+m) \cdot 2^{n-1} \cdot m!$ 条边，是 $n+m$ 正则的连通图；

b)$Q_n \times Y_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma = Z_2 \times Z_2 \times \cdots \times Z_2 \times S_m$，

$I = (\{100\cdots0, 010\cdots0, \cdots 000\cdots01\} \times \{12\cdots m\}) \cup (\{000\cdots0\} \times \{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m \mid 2 \leqslant i \leqslant m\}) \cup (\{000\cdots0\} \times \{m23\cdots(m-1)1\})$；

c)$Q_n \times Y_m$ 是点对称的(即点可迁的)；

d)$Q_n \times Y_m$ 是 Hamilton 图；

猜想 23 $Q_n \times Y_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

5.5 n-立方体 Q_n 与轮图 W_m 的笛卡尔乘积网络 $Q_n \times W_m$

由引理 4—引理 6，引理 7 及引理 12 知，$Q_n \times W_m$ 有下列性质：

定理 22 a)$Q_n \times W_m$ 有 $2^n \cdot m!$ 个顶点，有 $(n+2m-2) \cdot 2^{n-1} \cdot m!$ 条边，是 $n+2m-2$ 正则的连通图；

b)$Q_n \times W_m$ 是 Cayley 图 $C_\Gamma(I)$：

$\Gamma = Z_2 \times Z_2 \times \cdots \times Z_2 \times S_m$，

$I = (\{100\cdots0, 010\cdots0, \cdots 000\cdots01\} \times \{12\cdots m\}) \cup (\{000\cdots0\} \times (\{i23\cdots(i-1)1(i+1)\cdots m \mid 2 \leqslant i \leqslant m\} \cup \{23\cdots(i-1)(i+1)i(i+2)\cdots m \mid 2 \leqslant i \leqslant m-1\} \cup \{m34\cdots(m-1)2\}))$；

c)$Q_n \times W_m$ 是点可迁的(即点对称的)；

d)$Q_n \times W_m$ 是 Hamilton 图。

猜想 24 $Q_n \times W_m$ 是 Hamiltonian 可分解的。

结束语 一个并行计算机最根本的功效很大程度上依赖于连接处理器与存储器(或处理器)的互连网络[5,18]。一个互连网络的性能优劣的指标有小的固定的顶点度、小通信传输延迟(小直径或平均距离)。简单的路由算法中，要使对称性、高容错性(高连通度)、可嵌入性等所有指标都达到最优是不可能的。这就使设计互连网络有了更大的空间，本文利用图的笛卡尔乘积方法设计了多种互连网络，并指出了它们的部分优良性能，这些互连网络的其他性能还有待进一步探讨。另外，我们还提出了多个猜想供后续研究。

参 考 文 献

[1] Akers S B, Harel D, Krishnamurphy B. The star graph: An attractive alternative to the n-cube[C] // Proceedings of International Conference on Parallel Processing. 1987:393-400

[2] Akers S B, Krishnamurthy B. A group-theoretic Model for symmetric interconnection networks [J]. IEEE Transactions on Computers, 1989, 38(4): 555-565

[3] 师海忠. 互连网络的代数环模型[D]. 北京：中国科学院应用数学研究所，1998

[4] 徐俊明. 组合网络理论[M]. 北京：科学出版社，2007

[5] Lakshmivaraha S, Two J-S, Dhall S K. Symmetry in interconnection networks based on Cayley graphs of permutation groups: a survey[J]. Parallel computing, 1993, 19(4): 361-407

[6] Andre F, Verjus J P. Hypercubes and Distributed computer [M]. Amsterdam, New York, Oxford: North-Halland, 1989

[7] Biggs N. Algebraic Graph Theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1993

(下转第 306 页)

事件流过滤模型表示，如表 5 所列。

表 5 程序输入包与网卡输入不一致检测

操作	条件
选择操作	DNS 包数量 > 阈值
连接操作	无
分组操作	
投影操作	事件 ID 网卡输入流量 主机 IP 地址 事件时间

5 性能测试

5.1 测试数据集说明

根据程序输入包与网卡输入不一致这种故障发生时分布式网络系统相关数据指标的特点，人工构造 50 组故障数据，将这些随机插入采集的真实网络流量中，构成最终用于系统性能测试的模拟数据集。真实网络流量的采集方法和模拟故障数据的构造方法如下：

真实网络流量：通过 DCEP 的分布式采集节点，我们连续 24 个小时采集这个分布式网络系统的事件流信息。

模拟故障数据：这个分布式网络系统在正常运行时，网卡出入流量和程序输入流量的数值差不应超过 20%。我们统计分析真实数据集，得出一个月来程序输入流量的最大值和最小值，分别记为 max 和 min。在构造每组故障数据时，通过 rand()函数生成区间[min，max]上的伪随机数，将该值作为程序输入流量的数值。然后，通过 rand()函数生成区间(0.70，0.80)或者区间(1.20，1.30)上的伪随机数，将该值记为 rate。程序输入流量 * rate 的数值作为网卡输入流量的数值。

5.2 系统性能测试结果与分析

通过我们编写的模拟器程序重放测试数据集数据，模拟分布式事件流信息采集代理定时采集某个分布式网络系统事件流信息的过程，性能测试结果与分析如下：

1)系统在运行时检测出测试数据集中的“输入包与网卡输入不一致”故障 49 个，并将发生故障的设备和运行的程序准确定位，正确率达到 98%。

2)系统检测出“输入包与网卡输入不一致”故障并进行报警共计用时 44s，具有较高的时效性。

结束语 面对分布式网络系统对系统故障及时发现并准确定位的应用需求，我们提出基于复杂事件处理的故障定位方法。在此基础上，我们开发了故障定位系统 DCEP，用以验证基于复杂事件处理的故障定位方法的可行性。我们对故障定位系统 DCEP 的功能进行了测试，测试结果显示，该系统具有较高的故障检测准确率和较快的时效性，进一步证明了基于复杂事件处理的故障定位方法的有效性。DCEP 仅为理论验证性的原型系统，在日后的研究中可以对系统功能进行进一步的研究和完善。

参考文献

[1] Kamoshida Y，Taura K. Scalable Data Gathering for Real-Time Monitoring Systems on Distributed Computing[C]// Proceedings of IEEE International Symposium on Cluster Computing and the Grid. Tokyo，Japan，IEEE Computer Society，May 2008

[2] Robert D，Gardner David A. Network Fault Detection：A Simplified Approach to Alarm Correlation[C]// Proceedings of XVI World Telecom Congress，university of Strathclyde. 1997：115-123

[3] Harrison K. Event Correlation in Telecommunication Network Management[R]. Hewlett-Packard Labs，Bristol，1994

[4] Lewis L. A Case-based Reasoning Approach to the Management of Faults in Communication Networks[C]// Proceeding IEEE Infocom'93，vol. 3. San Francisco，1993：114-120

[5] Lewis L. Implementing Policy in Enterprise Network[J]. IEEE Communications Magazine，1996，34(1)：50-55

[6] Jakobson G，Weissman M. Alarm Correlation [J]. IEEE Network，1993，7(6)：52-59

[7] Gabriele S，Chiaravalloti E，D'Aquila Q，et al. Distributed real-time monitoring system to natural hazard evaluation and management：the AMAMiR system[C]// Proceedings of World IMACS|MODSIM Congress. 2009

[8] White W，Riedewald M，Gehrke J. What is "next" in event processing[C]// Proceedings of the twenty-sixth ACM SIGMOD-SIGACT-SIGART symposium on Principles of database systems. New York，NY，USA，2007：263-272

[9] 岳海涛. 基于事件关联和数据挖掘的网络故障管理技术的研究[D]. 长沙：中南大学，2010

(上接第 270 页)

[8] Bondy J A，Murty U S R. Graph Theory with Applications[M]. London and Basingstoke：MacMillan Press LTD，1976

[9] Harary F. Recent results and unsolved problems on hypercube theory[M]. Alavi Y，Chartrand G，Oellermann O R，et al.，eds. Graph Theory，Combinatorics，Applications，John Wiley & sons，1991：621-632

[10] Barnes G H，Brown R M，Kato M，et al. The ILLIAN computer [J]. IEEE Transactions on Computers，1968，17：746-757

[11] Kai Hwang. 高等计算机系统结构：并行性、可扩展性、可编程性[M]. 王鼎兴，等译. 北京：清华大学出版社，南宁：广西科学技术出版社，1995

[12] 李亚民. 计算机组成与系统结构[M]. 北京：清华大学出版社，2000

[13] Witte D，Gallian J A. A survey Hamilton cycles in Cayley graphs [J]. Discrete Mathematics 1984，51：293-304

[14] Curran S J，Gallian J A. Perspectives Hamiltonian cycles and paths in Cayley graphs and digraphs-A survey[J]. Discrete Mathematic，1996，156：1-18

[15] Alspach B，Bermond J C，Sotteau D. Decompositions into Cycle：Hamilton decompositions[M]. Hahn G，ed. Cycles and Rays (kluwer Academic pubbishers，Netherlands)，1990：9-18

[16] Araki T，Kikuchi Y. Hamiltonian laceability of bubble sort graphs with edge faults[J]. Information Sciences，2007，177：2679-2691

[17] 师海忠，路建波. 关于互连网络的几个猜想[J]. 计算机工程与应用，2008，44(31)：112-115

[18] 高随祥. 图论与网络流理论[M]. 北京：高等教育出版社，2009