

# 基于 Spatially-Variant 数学形态学的二值图像边缘检测

李晓琳 邱卫根 张立臣

(广东工业大学计算机学院 广州 510006)

**摘 要** 结合二值图像边缘检测的需要,提出一种基于 Spatially-Variant 数学形态学的图像边缘检测算法。该算法使用了依像素位置而变化的 Spatially-Variant (SV) 结构元,使其能够依据图像细节而变化,达到自适应的效果并能有效检测图像边缘并保持边缘的平滑性。与传统边缘检测算子进行的对比实验结果表明,该算法有以下明显优点:抗噪声性能好,实时性好,非常容易实现,具有一定的实用性和可行性。

**关键词** Spatially-Variant 结构元,数学形态学,二值图像,边缘检测

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A

## Binary Image Edge Detection Based on Spatially-Variant Mathematical Morphology

LI Xiao-lin QIU Wei-gen ZHANG Li-chen

(Computer Faculty of Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract** Based on spatially-variant mathematical morphology, a new image edge detection method was proposed in this paper to meet needs of detecting binary image edge. The proposed method constructed by the spatially variant (SV) structuring elements can achieve good adaptive effectiveness and keep the edge smoothness in the binary image edge detection. The experimental results show that compared with the traditional edge detection operators, the algorithm has the following distinct advantages: good performance of anti-noise, better real-time performance, easy to implement and a certain practicality and feasibility.

**Keywords** Spatially-Variant structuring element, Mathematical morphology, Binary image, Edge detection

## 1 引言

图像边缘是图像的基本特征,包含了丰富的信息<sup>[1]</sup>,边缘检测的质量对图像处理后续工作的展开有很大的影响,边缘提取在图像处理中占有重要的地位,也是图像预处理阶段的研究热点之一<sup>[2]</sup>。目前应用比较广泛的边缘检测算法主要有以下两类:1)基于微分算子的边缘检测算法,例如 Roberts 算子、Prewitt 算子等<sup>[3]</sup>,它们都是依据图像的边缘对应一阶导数的极大值点和二阶导数的过零点,该类算法在复杂度和边缘提取效果之间取得好的折中比较困难;2)传统形态学边缘检测算法(整个空间使用固定的结构元),例如多结构、多尺度<sup>[4]</sup>边缘检测算法,该类算法抗噪性能比较好,但是各种结构或者尺度结构元的权重比较难预测,目前还未形成一种统一的方式,如果权重值设置不合理,会模糊一些细节。

鉴于上述算子的不足,新兴的多种边缘检测算子在一些方面具有一定优势。文献[5]提出新的数学形态学算子用于图像的边缘检测,该算法虽具有一定的抗噪声性,但是可以看出其构造的梯度算子较复杂,运算量较大。文献[6]中陈恩庆等提出了一种基于 Ostu 阈值分割和数学形态学的灰度图像边缘检测新算法,其具有运算量小、连续性好、适用性强等优点。

点。

本文提出一种基于 Spatially-Variant 数学形态学的图像边缘检测算法。该算法根据图像特点构造了一个基于空间位置变化的结构元,并利用该结构元构造了相应的形态学腐蚀、膨胀算子及其开闭运算,能有效检测图像边缘并保持边缘的平滑性。与传统边缘检测算子的对比实验结果表明,该算法有以下明显优点:抗噪声性能好,运算量较小,实时性好,检测的边缘轮廓清晰,容易实现,可获得较好的边缘检测效果。

## 2 数学形态学基本原理

### 2.1 经典数学形态学

数学形态学在 1970s 由 Matheron 和 Serra 提出,利用集合、几何以及拓扑的概念来分析图像和信号,是一门新型的图像处理技术。数学形态学 4 个基本运算是膨胀、腐蚀、开启和闭合,选择不同尺寸和形状的结构元,可以实现不同的图像处理效果,达到对图像分析和识别的目的<sup>[7]</sup>。经典的形态学方法遵循两个原则<sup>[8]</sup>:1)结构元是固定不变的,也即其不依赖于空间位置而改变;2)基本的形态学算子具有位移不变性质。

数学形态学把图像看成是点的集合,用结构元对其进行移位、交、并等集合运算。令  $E=R^2$ ,  $P(E)$  为  $E$  的幂集,二值

本文受国家自然科学基金项目(61173046)资助。

李晓琳(1987—),女,硕士生,主要研究方向为人工智能、计算机图形图像,E-mail:lixiaolin8720@163.com;邱卫根(1968—),男,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为人工智能、粗糙集理论及应用、计算机图形图像;张立臣(1962—),男,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为嵌入式、物联网。

图像  $g(x,y)$  可以看成是  $E$  的子集, 即集合  $\{(u,v) \in E | g(u,v)=1\} \in P(E)$ 。任意  $x=(x_1, x_2) \in E, y=(y_1, y_2) \in E$ , 记  $x+y=(x_1+y_1, x_2+y_2) \in E, -x=(-x_1, -x_2)$ 。设  $B \in P(E), x \in E$ , 则  $B$  相对于  $x$  的平移记为:  $B+x=\{b+x | b \in B\}$ ; 另外  $B$  的反射记为:  $\check{B}=\{-b | b \in B\}$ 。有以下膨胀、腐蚀、开启和闭合运算定义:

**定义 1** 设  $A, B \in P(E)$ ,  $A$  被  $B$  膨胀与腐蚀分别定义为:

$$A \oplus B = \bigcup \{A+b | b \in B\} \quad (\text{膨胀定义})$$

$$A \ominus B = \bigcap \{A-b | b \in B\} \quad (\text{腐蚀定义})$$

**定义 2** 设  $A, B \in P(E)$ ,  $B$  对  $A$  的开启运算和闭合运算分别用  $A \circ B$  和  $A \cdot B$  表示, 其定义分别为:

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (\text{开启运算})$$

$$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B \quad (\text{闭合运算})$$

这 4 个运算都具有单调增性, 膨胀和闭运算具有扩张性, 腐蚀和开运算具有反扩张性, 膨胀和腐蚀互为伴随, 且具有位移不变性。

## 2.2 Spatially-Variant 数学形态学

在传统的数学形态学算子的定义中, 位移不变性是一个很重要的性质。但是, 位移不变性质的假设在很多应用场合是不适合的, 因此结构元的选择不再是全局固定不变的, 而更多地和其所在位置以及所处图像的局部特征(例如色调、亮度等)相关, 由此而得到所谓的自适应形态学, 其中结构元的选择与空间位置相关, 称为 Spatially-Variant(SV)形态学<sup>[8]</sup>。目前, SV 数学形态理论已经有了广泛的应用, 比如: 图像还原、图像骨架表示<sup>[9]</sup>等。关于更多的 Spatially-Variant 数学形态学可以参看文献<sup>[10, 11]</sup>。

Bouaynaya 等的最新研究文献<sup>[10]</sup>给出了一个比较全面的 SV 二值数学形态学定义, 其基本运算包括 SV 腐蚀、SV 膨胀、SV 开启、SV 闭合等, 其他运算则由这 4 种基本运算组合而来。记 SV 结构元映射  $\theta: E \rightarrow P(E)$ , SV 结构元  $\theta$  的转置  $\theta': E \rightarrow P(E), \theta'(y) = \{z \in E | y \in \theta(z)\}, y \in E$ 。对于传统形态学, 任意  $y \in E, \theta(y) = B+y$ , 其中  $B$  为结构元。

**定义 3**<sup>[10]</sup>(SV 腐蚀运算与膨胀运算) 设  $\theta$  为结构元映射, 则 Spatially-Variant 腐蚀运算  $\varepsilon_\theta$  和膨胀运算  $\delta_\theta$  分别定义为: 对任意  $X \in P(E)$ ,

$$\varepsilon_\theta(X) = \{z \in E | \theta(z) \subseteq X\} \quad (\text{SV 腐蚀运算})$$

$$\delta_\theta(X) = \{z \in E | \theta'(z) \cap X \neq \emptyset\} \quad (\text{SV 膨胀运算})$$

其它很多 SV 二值形态学算子可由这两个基本的 SV 腐蚀和 SV 膨胀形态学算子组合得到, 这里只给出 SV 开运算和 SV 闭运算定义。

**定义 4**<sup>[10]</sup>(SV 开运算与闭运算) 设  $\theta$  为结构元映射, 则 Spatially-Variant 开运算  $\gamma_\theta$  和闭运算  $\phi_\theta$  分别定义为: 对任意  $X \in P(E)$ ,

$$\gamma_\theta(X) = \delta_\theta(\varepsilon_\theta(X)) \quad (\text{SV 开启运算})$$

$$\phi_\theta(X) = \varepsilon_\theta(\delta_\theta(X)) \quad (\text{SV 闭合运算})$$

## 3 边缘检测算法描述

### 3.1 SV 结构元的选择

结构元是数学形态学中最重要的重要组成部分, 在图像形态

学处理过程中, 结构元起着非常重要的作用, 结构元选择合适与否, 会直接影响图像形态学处理的结果。如结构元尺寸选择得过大, 会使不同目标的边缘连接在一起, 过小会使边缘的连续性不好。同时大尺寸的结构元去噪能力较强但检测到的边缘信息较少, 而小尺度的结构元可以很好地保持边缘细节但去噪能力较弱。

在图像的形态学处理中采用单一的结构元, 会因结构元与图像细节匹配程度的逐步降低, 而使处理效果逐渐变差。本文采用依据像素位置变化的 SV 结构元集合, 由于本文算法处理过程中需要将结构元内图像分解成行, 因此选择结构元形状为矩形, 方便计算。每一行使用同尺度同结构的矩形结构元, 而每一列使用宽度不变、高度逐渐增大的矩形结构元进行边缘检测, 形状如图 1 所示。

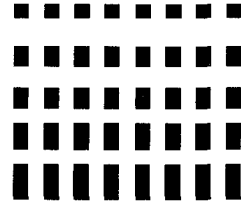


图 1 本文结构元集合

### 3.2 边缘检测算子

本文应用 SV 数学形态学检测二值图像的边缘, 如果输入图像为彩色或者灰度图像, 则先将其转化为二值图像, 再使用本文算法对其进行边缘检测。本算法首先定义了一种自适应结构元  $B$ , 然后通过计算结构元素范围内输入图像每行像素与结构元像素连续相等的像素个数  $d$  来定义 SV 腐蚀、膨胀、开启、闭合等形态学算子, 并利用它们对图像进行处理, 最后得到图像边缘。

#### 3.2.1 结构元定义

假设输入图像为受前景影响的  $I(M, N)$ ,  $M$  为图像矩阵的行数,  $N$  为图像矩阵的列数; 输出图像为  $O$ 。通过形态学运算依据从左到右、从上到下的顺序计算图像  $O$  的像素值。假设正在计算输出图像  $O(k, l)$  处的像素值, 该处 SV 结构元映射定义为:

$$B(k, l) = \text{strel}(\text{rectangle}', [B_h, B_w])$$

其中, 行数  $B_h = \text{floor}(k/30) + 3$  和列数  $B_w = \text{floor}(l/30) + 3$ 。由 SV 二值数学形态学属性可知, 结构元  $B(k, l)$  中心位置对  $O(k, l)$  处的像素值有很大影响, 定义  $B(k, l)$  的中心位置如表 1 所列。

表 1  $O(k, l)$  处结构元  $B(k, l)$  中心位置

		$B_h$	
$B_l$	(0,0)	$B_r$	
		$B_d$	

注记: 若  $B$  列数为偶数,  $B_r = B_w/2$ ; 否则,  $B_r = (B_w - 1)/2, B_l = B_w - B_r - 1$ ; 若  $B$  的行数为偶数,  $B_d = B_h/2$ ; 否则,  $B_d = (B_h - 1)/2, B_u = B_h - B_d - 1$ 。

#### 3.2.2 计算结构参数 $d$

将结构元  $B(k, l)$  范围内的输入图像  $I$  分解成行, 计算每

行内输入图像  $I$  像素与结构元像素连续相等的个数  $d(j)$ , 其中:  $B(k, l) = 1$ , 即计算每行中  $I(i, j) = 1$  的像素连续有多少个。计算下一行时  $d$  值归零。  $d(j)$  值的计算方式:

$$d(j) = \begin{cases} 0, & I(i, j) = 0 \\ d+1, & I(i, j) \neq 0 \end{cases}$$

其中:

$$i \in [\max(1, k - B_h + B_d + 1), \min(k + B_d, M)]$$

$$j \in [\max(1, l - B_w + B_r + 1), \min(l + B_r, N)]$$

### 3.2.3 SV 数学形态学

根据 3.2.2 节中过渡值  $d$  的计算方式, 定义腐蚀膨胀开闭算子如下:

**定义 5** 腐蚀算子  $\epsilon_B(I)$  定义:

$B(k, l)$  范围内输入图像  $I$  的每一行像素与结构元  $B$  像素连续相等的像素个数  $d(j)$  满足:

$$d(j) \geq \min(l + B_r, N) - \max(1, l - B_w + B_r + 1) + 1$$

则  $O(k, l) = 1$ , 否则  $O(k, l) = 0$ 。

**定义 6** 膨胀算子  $\delta_B(I)$  定义:

$B(k, l)$  范围内的输入图像  $I$ , 只要有一行的像素与结构元  $B$  像素连续相等的像素个数  $d(j)$  满足; 当且仅当  $d(j) \neq 0$ ,  $O(k, l) = 1$ ; 否则  $O(k, l) = 0$ 。

**定义 7** 开运算算子  $\gamma_B(I)$  定义:

$$\gamma_B(I) = \delta_B(\epsilon_B(I))$$

**定义 8** 闭运算算子  $\varphi_B(I)$  定义:

$$\varphi_B(I) = \epsilon_B(\delta_B(I))$$

### 3.2.4 本算子

形态学开运算可以除去比结构元小的明亮细节, 形态学闭运算可以去除比结构元小的暗色细节, 它们组合到一起可以有效实现图像的平滑并去除噪声。常用的边缘检测算子中, 腐蚀型边缘检测算子可以较好地保留细节, 较少出现边缘错位或者错检测, 所以本文边缘检测算法为:

$$E = \varphi_B(\gamma_B(I)) - \epsilon_B(\varphi_B(\gamma_B(I)))$$

具体实现步骤为:

- 1) 若输入图像为彩色图像或灰度图像, 则先将其转换为二值图像, 若图像本身就是二值图像, 则直接用本算法检测边缘。设二值图像为  $I$ ;
- 2) 运用本文提出的 SV 结构元对  $I$  进行 SV 形态学开、闭运算, 平滑  $I$  并去除噪声, 得到图像  $I_1$ ;
- 3) 运用本文提出的 SV 形态学腐蚀算子, 对  $I_1$  进行腐蚀运算, 得到图像  $I_2$ ;
- 4) 开闭运算后图像减去开闭运算再腐蚀的图像得到图像边缘, 记为:  $E = I_2 - I_1$ 。

## 4 实验结果与分析

为了验证本文算法在前景图像边缘检测方面优于传统边缘检测算法, 利用 matlab 环境对以下几种较有代表性的边缘检测算法进行了仿真。首先应用各个边缘检测算法对原图进行边缘检测, 然后在原图中加入椒盐噪声, 再对其进行边缘检测, 实验效果如图 1、图 2 所示。

图 2 检测结果对比可知: sobel 等微分算子中, sobel 算子效果是最好的, 边缘较清晰而且较细, 但是存在边缘连续性不好、会检测无用边缘等缺点, 本文算法很好地克服了这些缺点; 传统形态学边缘检测算子, ①使用小结构元, 边缘连接较

好且较细, 但是对图像下面部分的大物体, 会导致一些假边被检出; ②使用大结构元, 则会忽略掉一些细节; ③使用多尺度结构元<sup>[8]</sup>, 加权方式很难确定, 存在上述的矛盾。本文算法也很好地克服了这些缺点。综上, 本文算法在前景图像边缘检测方面优于传统边缘检测算法。

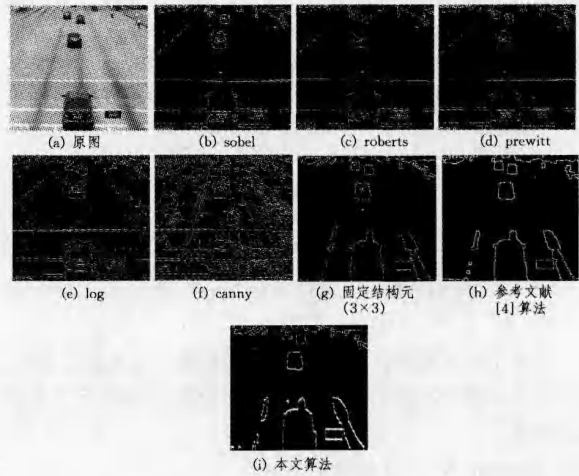


图 2 不含噪声前景图像边缘检测结果

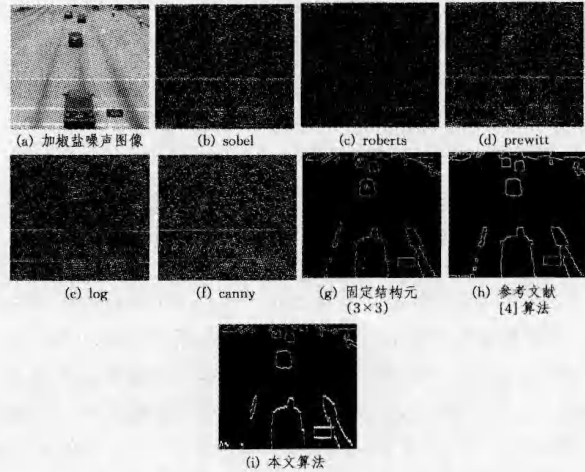


图 3 加入“椒盐”噪声的前景图像边缘检测结果

图 3 检测结果显示, 微分算子对噪声比较敏感, 不适合应用于含噪声图像的边缘检测; 传统形态学边缘检测算子总体抗噪效果较好, 但是同上会检测出一些假边或存在丢失细节的问题。而本文算法很好地克服了噪声的影响, 检测出清晰、连续、完整的边缘, 由于本文使用从上到下逐渐变大的结构元, 既可以尽量避免假边出现, 又不丢失图像细节。

**结束语** 针对二值图像, 本文对传统的边缘检测算法进行了改进, 设计了一种基于 Spatially Variant 数学形态学思想的结构元映射, 并由此构造了一种新的边缘检测形态学算法。通过仿真以及与传统边缘检测算法处理效果进行对比, 该算法明显克服了传统算法抗噪性能差、边缘连续性不好、出现假边等缺点, 检测出较平滑的边缘而且算法编程非常简单, 易于仿真和实现, 具有一定的实用性。对于灰度图像, 可以利用 Ostu 阈值分割算法将其转化为二值图像, 然后再利用本文的算法进行边缘检测, 也可以设计一种直接针对灰度图像的结构元映射, 再构造相应的算法进行边缘检测, 这将是作者下一步研究的课题。

## 参考文献

- [1] 蓝章礼,等. 数字图像处理与图像通信[M]. 北京:清华大学出版社,2009:157-162
- [2] 常娜. 图像处理中的边缘检测算法研究综述[J]. 中国科技信息, 2011,4:131-149
- [3] 高朝阳,等. 图像边缘检测研究进展[J]. 科学导报,2010,28(20):112-117
- [4] 李杰,等. 基于数学形态学的图像边缘检测算法的研究[J]. 计算机科学,2012,6:546-548
- [5] 侯宝生. 一种基于数学形态学的图像边缘检测方法[J]. 计算机应用技术,2010,8:93-96
- [6] 陈恩庆,等. 采用多结构元素模板的形态学边缘检测新算法[J]. 计算机工程与应用,2012
- [7] 孙继平,吴冰,刘晓阳. 基于膨胀/腐蚀运算的神经网络图像预处理方法及其应用研究[J]. 计算机学报,2005,28(6):985-990

- [8] Roerdink J B T M. Adaptivity and Group Invariance in Mathematical Morphology[C]//IEEE ICIP 2009. 2009:2253-2256
- [9] Bouaynaya N, Charif-Chefchaoui M, Schonfeld D. Spatially variant morphological restoration and skeleton representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(11): 3579-3591
- [10] Bouaynaya N, Charif-Chefchaoui M, Schonfeld D. Theoretical foundations of Spatially-Variant mathematical morphology-Part I; Binary images[J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 2008,30(5):823-836
- [11] Bouaynaya N, Charif-Chefchaoui M, Schonfeld D. Theoretical foundations of Spatially-Variant mathematical morphology-Part II; Gray-level images[J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 2008,30(5):837-850

(上接第 280 页)

遍历抽样的方法。交叉算子采用基本的单点交叉算子方法。对于变异算子,则使用随机方法选出发生变异基因。如果所选的基因的编码为 1,则变为 0;反之,则变为 1。

### 3 改进对比实验结果及分析

根据第 2 节所介绍的改进的 GBP-Pruning 剪枝模型理论,利用 sheffield 遗传算法工具箱,在 MATLAB 软件中编程,实现基于遗传算法优化的 BP 神经网络剪枝算法。通过仿真对比剪枝模型算法改进前后的误差值,证明改进的 GBP-Pruning 算法对其剪枝模型的预测精确度有所提高。实现结果如图 5、图 6 所示。

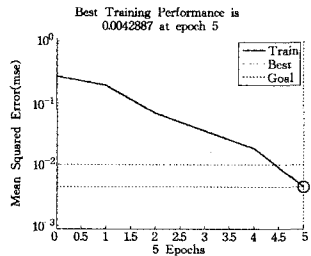


图 5 随机权值和阈值训练误差曲线

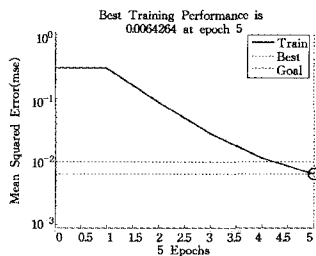


图 6 优化权值和阈值训练误差曲线

如图 5、图 6 所示,纵坐标为均方误差,横坐标为迭代次数,可以看出图 5 在迭代次数为 4.4 时达到实验最优结果,图 6 在迭代次数为 4.1 时达到实验最优结果。两次实验的模型误差值如下:

#### 1. 使用随机权值和阈值

测试样本预测结果:

测试样本的仿真误差:0.67067

训练样本的仿真误差:0.90895

Warning:NEWFF used in an obsolete way.

>In obs\_use at 18

In newff >create\_network at 127

In newff at 102

In callbackfun at 29

See help for NEWFF to update ca

#### 2. 使用优化的权值和阈值

测试样本预测结果:

测试样本的仿真误差:0.37476

训练样本的仿真误差:0.6371

通过比较可以看出,未改进的 BP 神经网络剪枝算法模型的测试数据样本的误差值为 0.67,改进后的 GBP-Pruning 算法剪枝模型的测试数据样本的误差值为 0.37。通过实验仿真结果可以看出,GBP-Pruning 算法在一定程度上比原来的 BP 神经网络剪枝算法在模型预测精确度上有所提高,即改进的算法达到了实验的预期结果,提高了模型的预测精度<sup>[5]</sup>。

**结束语** 本文研究的基于遗传算法改进的 BP 神经网络剪枝算法,是在已经构建的决策树模型的基础上,为了提高模型预测准确性,采用先进的称为软剪枝算法的 BP 神经网络决策树剪枝算法对其模型进行后剪枝处理,并在此算法基础上引入遗传算法对其进行改进,优化其权值,从而进一步提高挖掘模型的预测精度,防止过度拟合现象。通过实验已经证明了该算法的正确性。下一步就经过 GBP-Pruning 算法优化过的数据挖掘模型构建时间过长的问题进行进一步的研究,以使其应用于实际的工业产品生产线上。

## 参考文献

- [1] 王丽珍,周丽华,等. 数据仓库与数据挖掘原理及应用[M]. 北京:科学出版社,2005
- [2] 邵峰晶,于忠清,王金龙,等. 数据挖掘原理与算法[M]. 北京:科学出版社,2009
- [3] 魏红宁. 决策树剪枝方法的比较[J]. 西南交通大学学报,2005,2(40):44-48
- [4] 王小平,曹立明. 遗传算法-理论、应用于软件实现[M]. 西安:西安交通大学出版社,2002
- [5] 程辉. 决策树算法在生产线质量控制决策系统的应用研究[D]. 贵阳:贵州大学,2013