基于粒隶属约简的地震数据库简化方法研究

孙昱薇 郑学锋 潘常周 靳平
(西北核技术研究所 西安 710024)

摘 要 地震数据的共享大大推动了地震科学的研究进展,对海量地震数据进行知识发现,以促进地震监测技术发展。概念格是知识发现的有力工具,知识约简是知识发现的一个重要方面。通过定义的隶属关系对形式背景进行分类,利用粒隶属约简对隶属类做有选择的简化;并提出简化概念格扩充定理,最终将简化概念扩充为原形式背景概念格。对UCI机器学习知识库真实数据集进行了实验,结果表明该方法可行有效,可最大限度地简化对象属性。该方法正应用于地震核查数据库。

关键词 地震数据,概念格,形式背景,粒隶属约简

中图法分类号 TP301.6 **文献标识码** A

Research on Simplification Methods of Seismic Database for CTBT Based on Granular Membership Reduction

SUN Yu-wei ZHENG Xue-feng PAN Chang-zhou JIN Ping
(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

Abstract Sharing of seismic data greatly promote the progress of seismic science. Meanwhile, knowledge discovery for massive seismic data is advancing the development of seismic monitoring technology. Concept lattice is a powerful tool in knowledge discovery. Knowledge reduction, moreover, is one of the important aspects of knowledge discovery. Firstly, this paper used membership relationships defined to classify formal context, and simplified membership class by using granular membership reduction. And then, the reduced concept lattice was expanded by selecting objects and attributes dynamically, accordingly, the concept lattice of original formal context was converted eventually. Finally, typical examples of UCI database were analyzed. The results show that this method is effective and can simplify the objects and attributes in the maximum scale. The method is also applyied in the seismic database.

Keywords Seismic data, Concept lattice, Formal context, Granular membership reduction

1 引言

地震监测是CTBT(Comprehensive Test Ban Treaty)国际核查体系的主要技术手段。地震核查基础数据库是服务于CTBT地震核查的重要基础性数据库系统[1,2],该系统管理了大量与CTBT核查相关的国内外主要地震台站的基本信息以及记录到的历史地震事件的相关信息,如地震事件公报、波形数据、台站及通道响应等。由于该地震核查基础数据库数据信息量庞大,因此需要对数据进行信息处理,挖掘数据间隐含的知识,最大限度地优化数据,提取有用信息并提高系统查询相应效率,以有效支持CTBT地震核查[3,4]。

形式概念分析(Formal Concept Analsis, FCA),也称概念格理论,是由德国数学家Wille R教授于1982年提出的一种用于知识表示和知识发现的有力工具,已被成功应用于数据挖掘、信息检索、知识工程等众多领域[5-7]。知识发现的一个重要方面就是知识约简。因此,概念格的构建及其简化是近年来研究的热点。张文修等人通过保持格结构不变,提出了属性约简理论[8-10];吴克生等通过在区间形式背景上定义伽罗瓦算子,提出保持概念格不变的属性向量约简算法[11];黄艳等在此基础上,分析了决策形式背景的属性向量约简理论[12]。

本文通过定义隶属关系对对象集和属性集分类,针对形式背景的可减性,利用粒隶属约简做有选择的简化,建立简化概念格;证明了通过增加对象或属性可将简化形式背景概念格动态扩充为原形式背景概念格,并可将简化形式背景概念格嵌入到原形式背景概念格中。利用该方法对UCI机器学习知识库真实数据集进行实验,结果表明其运行效率较高。该方法正初步应用于地震数据库的信息处理。

2 基本定义

定义1[6] 设(G,M,I)是一个形式背景,其中$G=\{x_1, x_2,\cdots,x_n\}$为对象集,每个$x_i(i\leqslant n)$称为一个对象;$M=\{a_1, a_2,\cdots,a_m\}$为属性集,每个$a_j(j\leqslant m)$称为一个属性;$I$为$G$和$M$之间的二元关系,$I\subseteq G\times M$。若$(x,a)\in I$,则称$x$具有属

到稿日期:2013-01-27 返修日期:2013-05-06

孙昱薇(1985-),女,硕士生,助理工程师,主要研究方向为人工智能、地理信息系统,E-mail:yszx07@163.com;郑学锋 博士生,高级工程师,主要研究方向为禁核试地震核查中数据库与系统集成、信号与信息处理研究;潘常周 博士生,副研究员,主要研究方向为禁核试核查技术;靳平 研究员,博士生导师,主要研究方向为禁核试核查技术。

性a。

对于形式背景(G,M,I)，在对象集$X\subseteq G$和属性集$B\subseteq M$上分别定义：

$$X^*=\{a|a\in M,\forall x\in X,(x,a)\in I\} \quad (1)$$

$$B^*=\{x|x\in G,\forall a\in B,(x,a)\in I\} \quad (2)$$

X^*表示X中对象共同具有的属性集合，B^*表示B中所有属性的对象集合。$\forall x\in X$，记$\{x\}^*$为x^*；$\forall a\in M$，记$\{a\}^*$为a^*。

定义 2[6] 设(G,M,I)是一个形式背景，如果一个二元组(X,B)满足$X^*=B,B^*=X$，则称(X,B)是一个概念。其中X称为概念的外延，B称为概念的内涵。

$\forall X,X_1,X_2\subseteq G,\forall B,B_1,B_2\subseteq M$，相关性质如下：

(1)$X_1\subseteq X_2\Rightarrow X_2^*\subseteq X_1^*,B_1\subseteq B_2\Rightarrow B_2^*\subseteq B_1^*$；

(2)$X\subseteq X^{**},B\subseteq B^{**}$；

(3)$(X_1\cup X_2)^*=X_1^*\cap X_2^*,(B_1\cup B_2)^*=B_1^*\cap B_2^*$；

(4)$(X_1\cap X_2)^*\supseteq X_1^*\cup X_2^*,(B_1\cap B_2)^*\supseteq B_1^*\cup B_2^*$。

$L(G,M,I)$表示形式背景(G,M,I)的全体概念，记$\forall(X_1,B_1),(X_2,B_2)\in L(G,M,I)$，定义$(X_1,B_1)\leqslant(X_2,B_2)\Leftrightarrow X_1\subseteq X_2(B_1\supseteq B_2)$，则$(L(G,M,I),\leqslant)$是偏序集。进一步，若定义其中的上、下确界为：

$$(X_1,B_1)\wedge(X_2,B_2)=(X_1\cap X_2,(B_1\cup B_2)^{**}) \quad (3)$$

$$(X_1,B_1)\vee(X_2,B_2)=((X_1\cup X_2)^{**},B_1\cap B_2) \quad (4)$$

则$L(G,M,I)$是一个完备格，称为概念格，其外延集记为$L_U(G,M,I)$。

定义 3[6] 设$L(G_1,M_1,I_1)$和$L(G_2,M_2,I_2)$是两个概念格。如果对于任意$(A_2,B_2)\in L(G_2,M_2,I_2)$，总存在$(A_1,B_1)\in L(G_1,M_1,I_1)$，使得$A_1=A_2$，则称$L(G_1,M_1,I_1)$细于$L(G_2,M_2,I_2)$，记作$L(G_1,M_1,I_1)\leqslant L(G_2,M_2,I_2)$。若同时成立$L(G_2,M_2,I_2)\leqslant L(G_1,M_1,I_1)$，则称这两个概念格同构，记作$L(G_1,M_1,I_1)\cong L(G_2,M_2,I_2)$。

3 形式背景的分类简化

定义4和定义5分别定义了对象粒隶属约简和属性粒隶属约简。本文利用粒隶属约简对对象和属性进行约简。

定义 4 对于形式背景(G,M,I)，$\forall x,y\in G,R_U=\{(x,y)|x^*\supseteq y^*\}$，称$R_U$是隶属关系。$[x]=\{y|(x,y)\in R_U\}$为对象$x$的隶属类，则$[x]$中不同于$x$的对象$y$是冗余的，此时可约简对象$y$，称这种约简为对象粒隶属约简。

定义 5 对于形式背景(G,M,I)，$\forall a,b\in M,R_A=\{(a,b)|a^*\supseteq b^*\}$，则称$R_A$是隶属关系。$[a]=\{b|(a,b)\in R_A\}$为属性$a$的隶属类，则$[a]$中不同于$a$的属性$b$是冗余的，此时可约简属性$b$，称这种约简为属性粒隶属约简。

通过隶属关系对形式背景的对象集和属性集进行分类，利用定义的粒隶属约简进行简化，简化后的形式背景记为(G',M',I')。原形式背景的对象和属性可同时约简，也可顺序约简。此时，粒隶属约简去掉了拥有属性较少的对象和拥有对象较少的属性，大大简化了形式背景。

4 简化形式背景概念格的扩充及复原

将复杂形式背景(G,M,I)约简为简化形式背景(G',M',I')，建立简化形式背景的概念格，对简化形式背景的概念格进行动态扩充，并利用对象和属性复原定理，根据需要逐步进行复原，最终可将其复原为原形式背景的概念格。

4.1 简化形式背景概念的扩充

将简化形式背景概念格的概念扩充为原形式背景概念格的概念，并讨论简化形式背景概念格与原形式背景概念格的关系。

引理 1 对于形式背景(G,M,I)及其简化形式背景(G',M',I')，$\forall(X',B')\in L(G',M',I')$，记$U=\{x_j|(x_i^*-x_j^*)\cap B'=\varnothing,x_i\in X',x_j\in G-X',x_i^*\supseteq x_j^*\}$，$V=\{a_j|(a_i^*-a_j^*)\cap(X'\cup U)=\varnothing,a_i\in B',a_j\in M-B',a_i^*\supseteq a_j^*\}$，则$V^*\supseteq X'\cup U,U^*\supseteq B'\cup V$。

证明：由$(X',B')\in L(G',M',I')$可知，在形式背景(G,M,I)中，$B'^*\supseteq X',X'^*\supseteq B'$。因为$\forall x_i\in X'$，所以$x_i^*\supseteq X'^*\supseteq B'$，根据$U$的定义知$x_j\in G-X',(x_i^*-x_j^*)\cap B'=\varnothing$，由于$x_i^*\supseteq B'$，于是$x_j^*\supseteq B'$，有$B'\subseteq U^*$；又因为$X'^*\supseteq B'$，所以$B'\subseteq X'^*\cap U^*=(X'\cup U)^*,B'^*\supseteq X'\cup U$。由$\forall a_i\in B'$可知$a_i^*\supseteq X'$，得$a_i\in a_i^{**}\subseteq X'^*$，而$a_i\in U^*$，有$a_i\in X'^*\cap U^*$，故$a_i^*\supseteq X'\cup U$。由$(a_i^*-a_j^*)\cap(X'\cup U)=\varnothing$得$a_j^*\supseteq X'\cup U$，即$V^*\supseteq X'\cup U$；成立$V\subseteq V^{**}\subseteq(X'\cup U)^*\subseteq U^*$，因此$U^*\supseteq B'\cup V$。证明完毕。

定理 1(概念格扩充定理) 对于形式背景(G,M,I)及其简化形式背景(G',M',I')，$\forall(X',B')\in L(G',M',I')$，则$(X'\cup U,B'\cup V)\in L(G,M,I)$。

证明：由引理1可知$V^*\supseteq X'\cup U,U^*\supseteq B'\cup V$。下证$(X'\cup U)^*=B'\cup V,(B'\cup V)^*=X'\cup U$，先对$U,V$分情况讨论：

(i)若$U=\varnothing,V=\varnothing$，依据$U,V$的定义可知，对于$(X',B')\in L(G',M',I')$，不$\exists a_j\in M-B'$，使得$a_j^*\supseteq X'$；不$\exists x_j\in G-X'$，使得$x_j^*\supseteq B'$。显然在原形式背景$(G,M,I)$中$B'^*=X',X'^*=B'$，所以$(X'\cup U)^*=B'\cup V,(B'\cup V)^*=X'\cup U$。因此$(X'\cup U,B'\cup V)\in L(G,M,I)$。

(ii)若$U\neq\varnothing,V=\varnothing$，可知不$\exists a_j\in M-B'$，使得$a_j^*\supseteq X'\cup U$。因为$U^*\supseteq B'\cup V$，所以$(X'\cup U)^*=X'^*\cap U^*=U^*\supseteq B'\cup V$。下面只需证明$(X'\cup U)^*\subseteq B'\cup V$。设$\forall a\notin B'\cup V$，因为不$\exists a_j\in M-B'$，使得$a_j^*\supseteq X'\cup U$，有$a^*\not\supseteq X'\cup U$，即$a\notin(X'\cup U)^*$。因此$(X'\cup U)^*\subseteq B'\cup V,(X'\cup U)^*=B'\cup V$得证。

易知$(B'\cup V)^*=B'^*\cap V^*=B'^*\supseteq X'\cup U$，只需证$(B'\cup V)^*\subseteq X'\cup U$即可。

设$\forall x\notin X'\cup U$，有$x^*\not\supseteq B'$，得$x\notin(B'\cup V)^*$，即$(B'\cup V)^*\subseteq X'\cup U$。

由此可得，$(B'\cup V)^*=X'\cup U,(X'\cup V,B'\cup U)\in L(G,M,I)$。

(iii)若$U=\varnothing,V\neq\varnothing$，因为不$\exists x_j\in G-X'$，使得$x_j^*\supseteq$

B'，易知$(B'\cup V)^*=B'^*\cap V^*=V^*\supseteq X'\cup V$，再证$(B'\cup V)^*\subseteq X'\cup U$。设$\forall x\notin X'\cup U$，有$x^*\not\supseteq B'$，即$x\notin B'^*$，$x\notin(B'\cup V)^*$，可得$(B'\cup V)^*\subseteq X'\cup U$，因此$(B'\cup V)^*=X'\cup U$。

已知$(X'\cup U)^*\supseteq B'\cup V$，下证$(X'\cup U)^*\subseteq B'\cup V$。设$\forall a\notin B'\cup V$，有$a^*\not\supseteq X'$，得$a\notin(X'\cup U)^*$，即$(X'\cup U)^*\subseteq B'\cup V$。

于是$(X'\cup U)^*=B'\cup V$，$(X'\cup U,B'\cup V)\in L(G,M,I)$。

(iv)若$U\neq\emptyset,V\neq\emptyset$，由(ii)(iii)易证$(X'\cup U,B'\cup V)\in L(G,M,I)$。

综上可得，$(X'\cup U,B'\cup V)\in L(G,M,I)$。

4.2 简化形式背景概念的复原

定理1将简化形式背景的概念复原为相应的原形式背景的概念。定理2和定理3分别经过对象和属性复原逐步得到原形式背景的所有概念，最终可得到原形式背景的概念格。

定理2(对象复原定理) 对于形式背景(G,M,I)及其简化形式背景(G',M',I')，$\forall(X,B)\in L(G,M,I)$。$S=\{x_j\mid x_j^*\subseteq x_i^*,\forall x_i\in X,x_j\in G-X\}$，$T=\{X_j\mid X_i^*\cap B=X_j^*\cap B\neq\emptyset,\forall X_i,X_j\subseteq S$且$X_i\neq X_j\}$，$X_{max}$是$R$的极大元。若不存在$x_p\in G'-G'\cap X$，使得$x_p^*\supseteq X_{max}^*\cap B$，则$(X_{max}\cup X,X_{max}^*\cap B)\in L(G,M,I)$。

证明：因为$(X,B)\in L(G,M,I)$，所以$X^*=B,B^*=X$。

下证$(X_{max}\cup X,X_{max}^*\cap B)\in L(G,M,I)$。

$(X_{max}\cup X)^*=X_{max}^*\cap X^*=X_{max}^*\cap B$，又因为$(X_{max}^*\cap B)^*\supseteq X_{max}^{**}\cup B^*\supseteq X_{max}\cup X$，则只需证明$X_{max}\cup X\supseteq(X_{max}^*\cap B)^*$。假设$\forall x_l\notin X_{max}\cup X$，因为不存在$x_p\in G'-G'\cap X$，使得$x_p^*\supseteq X_{max}^*\cap B$，所以$x_p^*\not\supseteq(X_{max}\cup X)^*=X_{max}^*\cap B$，两边取$*$运算$x_p\in x_p^{**}\not\subseteq(X_{max}^*\cap B)^*$，得$x_p\notin(X_{max}^*\cap B)^*$，有$X\cup X_{max}\supseteq(B\cap X_{max}^*)^*$，由于$(B\cap X_{max}^*)^*\supseteq X\cup X_{max}$，于是$(B\cap X_{max}^*)^*=X\cup X_{max}$，从而$(X_{max}\cup X,X_{max}^*\cap B)\in L(G,M,I)$。

定理3(属性复原定理) 对于形式背景(G,M,I)及其简化形式背景(G',M',I')，$\forall(X,B)\in L'(G,M,I)$，$H=\{a_j\mid a_j^*\subseteq a_i^*,\forall a_i\in B,a_j\in M-B\}$，$L=\{B_j\mid B_i^*\cap X=B_j^*\cap X\neq\emptyset,\forall B_i,B_j\subseteq T$且$B_i\neq B_j\}$，$B_{max}$是$L$的极大元。若不存在$a_p\in M'-M'\cap B$，使得$a_p^*\supseteq X\cap B_{max}^*$，则$(B_{max}^*\cap X,B_{max}\cup B)\in L(G,M,I)$。

$L'(G,M,I)$的概念经过对象和属性复原后，即可获得原形式背景的所有概念，进而可构建出原形式背景概念格$L(G,M,I)$。

5 算法

5.1 形式背景简化算法

Step1 输入形式背景转换的$n\times m$二值矩阵A；

Step2 对矩阵A任意两对象的所有属性进行循环比较，得到被包含对象数组B_1；

Step3 对矩阵A任意两属性做类似Step2操作，被包含属性存入数组B_2；

Step4 对B_1，B_2进行无重复升序排列，根据B_1和B_2中的对象和属性，对矩阵A约简；

Step5 得到约简后的形式背景矩阵B及保留的形式背景的对象和属性数组Q_1、Q_2；

Step6 输出B、Q_1和Q_2，结束。

5.2 概念格扩充及复原算法

Step1 输入形式背景转换的$n\times m$二值矩阵A；

Step2 对矩阵A任意两对象的所有属性进行循环比较，得到具有包含关系的对象区别矩阵D和对象无区别矩阵E；

Step3 输出矩阵D和E，同理可以得到属性输出矩阵。

5.2.1 概念格扩充算法

Step1 输入形式背景转换的$n\times m$二值矩阵B及简化形式背景的概念矩阵C；

Step2 对所得矩阵D进行合并操作；

Step3 调用保留对象数组Q_1。对于概念格矩阵C，若其任一概念外延中含有矩阵E和矩阵D中保留的对象，则在其内涵中添加矩阵D和E中相应约简的对象；

Step4 对矩阵C的属性同样进行Step3操作；

Step5 输出矩阵C，结束。

5.2.2 概念格复原算法

Step1 输入扩充的概念矩阵C；

Step2 $\forall(X,B)\in C$，对于X中任意$Q_1(i)$，若$Q_1(i)\in X$且$Q_1(i)\in D(:,2)$，其包含对象为$(x_s,x_t,\cdots,x_l)$，令$F=C$，从x_s开始，对B进行$B\cap x_s^*$运算，并循环进行$B\cap x_s^*\cap x_t^*,\cdots,B\cap x_s^*\cap x_t^*\cap\cdots\cap x_l^*$运算，若与$B\cap x_s^*$相等，且没有$Q_1^*(i)$包含$B\cap x_s^*$，则将其最大者形成的概念$(X\cup X_{max},B\cap X_{max}^*)$存入矩阵$F=[F(:);X\cup X_{max},X_{max}^*\cap B]$，依次进行到$B\cap x_l^*$操作；

Step3 对X中所有$Q_1(i)$进行Step3操作，得到对象复原后的概念矩阵F；

Step4 根据对偶定理，对概念内涵进行类似的属性复原操作，得到属性复原后的概念矩阵F；

Step5 F即是完全复原的概念，输出矩阵F，建立概念格，结束。

6 实验

6.1 例子

地震台站为地震事件的分析与研究提供了大量的科学数据。表1是关于地震事件与地震台站的二元关系表，设(U,A,I)为形式背景，其中对象集$U=\{1,2,3,4\}$表示各个地震事件，属性集$A=\{WMQ,KEL,BLK,MUL,MAK\}$表示各个地震台站，关系$I$表示地震台站是否接收到该事件的波形数据，若接收到波形数据记为1，否则记为0。

表1 震例形式背景

U	WMQ	KEL	BLK	MUL	MAK
1	1	0	1	0	1
2	1	1	1	0	1
3	0	1	1	1	1
4	0	0	0	1	0

区域地震历史事件的台站信息对地震事件分析具有重要

参考意义。当要分析新的事件时，可在区域历史事件中寻求与其台站信息类似度较高的最优事件，将其作为分析新事件的依据。

如表 1 所列，由于地震事件与地震台站数量众多，需先对震例形式背景进行简化，依据定义的对象粒隶属约简对对象集进行约简。先对对象集进行隶属分类，因为 $1^* \subseteq 2^*$，$4^* \subseteq 3^*$，所以$[2]=\{1,2\}$，$[3]=\{3,4\}$。接着在隶属类中进行对象粒隶属约简，即保留事件 2，3，约简掉事件 1，4，简化后的震例形式背景如表 2 所列。

表 2 简化后的震例形式背景

U	WMQ	KEL	BLK	MUL	MAK
2	1	1	1	0	1
3	0	1	1	1	1

如表 2 所列，形式背景得到了大大的简化。依据简化形式背景建立简化形式背景的概念格。当要分析新的事件时，依据该事件对应的属性按照其在简化概念格中节点的属性链排序关系，将其添加到简化概念格中，寻找与该事件的台站信息一致或相似度较高的目标事件。若在该概念格的节点中未找到一致的台站信息，则需进一步将简化的概念格通过添加约简对象进行逐步复原，可在逐步复原的概念格中寻找台站信息一致或相似度较高的最优事件作为分析该事件的依据，复原过程可完善对最优事件的定位效果，保证了数据的可追溯性和完整性。

该方法可以显著约简地震数据库，同时也大大降低了数据库的时间复杂度。通过实际例子的实验得到，随着数据库的增大，约简效果更加明显。例如在数据库对象集为 4 时，约简比(原对象数与约简后对象数的比值)为 $4/2=2$。随着对象集的数目的增大使得属性重合概率增大，聚类效果也更加明显，例如在数据库对象集为 100 时，约简比为 $100/11=9.9$，此时约简比明显变大。

所以，该方法简便快捷，其先对数据库进行简化，再对简化的数据库进行搜索，从而简化了地震数据库大量的冗余信息，减小了数据运算量，既提高了工作效率，又保证了数据的完整性，对于地震事件的分析与研究具有重要的意义。

6.2 实验

基于 Matlab 平台编写了相应的形式背景约简和概念格扩充复原程序，对 UCI 数据库真实数据集进行分析，验证了该理论可有效地用于大数据量的数据挖掘中。实验环境为基于 3.00GHz Intel(R)Core 2 Duo E8400 处理器、2GB 内存、运行 Windows XP 操作系统的台式机，运算结果如表 3 所列。

表 3 UCI 典型数据库计算结果

数据库	对象/属性数目	简化对象/属性数目	简化时间/s	扩充时间/s
Zoo	101/16	16/10	0.011227	5.3214
Hepatitis	155/14	29/10	0.025238	15.368
Primary-tumor	339/15	48/15	0.171782	140.94
Vote	435/17	45/17	0.239894	200.32

表 3 结果表明，该方法对数据库形式背景的简化及概念格扩充复原效率较高，对象和属性数目都得到了很大的简化；且数据库形式背景越庞大，约简形式背景和概念扩充复原效率越高。将上述数据与实际对比，该程序结果正确可靠，实现方便快捷，具有很大的应用性和拓展性。

结束语 本文基于地震数据库简化需求背景，通过定义的粒隶属约简，实现了可选择性的简化形式背景，给出了简化形式背景概念格扩充定理，根据需要选择对象和属性对简化概念格进行扩充，并讨论了简化形式背景和原形式背景概念格的关系。该方法不仅实现了概念格约简，大大简化了原形式背景概念格的构造过程，且完成了原形式背景概念格的复原，对地震数据库中的数据简化及查询效率的提高具有重要的意义。

参考文献

[1] 库尔哈奈克. 地震图解析[M]. 刘启元，吴宁远，修济刚，译. 北京：地震出版社，1990：10-40

[2] 郑学锋，靳平，张慧民，等. 禁核试核查中的信息知识库系统[A]//中国地球物理会第二十七届年会论文集[C]. 中国地球物理2011，2011：507

[3] 周克昌. 分布式地震数据库系统的研究与实践[D]. 北京：中国地震局物理研究所，2003

[4] 王洪伟. 基于 GIS 的地震数据库结构设计及其访问技术研究[D]. 青岛：中国海洋大学，2008

[5] Wille R. Restructuring lattice theory：an approach based on hierarchies of concepts[M]//Rival I，ed. Ordered Sets. Reidel：Dordrecht-Boston，1982：445-470

[6] Ganter B，Wille R. Formal Concept Analysis：Mathematical Foundations[M]. New York：Springer-Verlag，1999

[7] Ho T B. An approach to concept formation based on formal concept analysis[J]. IEICE Trans. Information and Systems，1995，E78-D(5)：553-559

[8] Zhang Wen，Xiu Wei-ling，Qi Jian-jun. Attribute reduction theory and approach to concept analysis[J]. Proceedings of the 10th International Conference on Rough Sets，Data Mining，and Granular Computing，2005，48(6)：713-726

[9] 魏玲，祁建军，张文修. 概念格与粗糙集的关系研究[J]. 计算机科学，2006，33(3)：19-21

[10] 王霞，张文修. 概念格的属性约简与属性特征[J]. 计算机工程与应用，2008，4(12)：1-4

[11] 吴克生，魏玲. 基于区间值形式背景的属性约简[Z]. 信息科学与技术中心论坛，2010：4978-4981

[12] 黄艳，任苗苗，魏玲. 区间值决策形式背景的属性值向量约简[J]. 计算机科学，2012，39(1)：193-197

[13] 杨丽，徐扬. 基于形式背景的概念格约简及其修复[J]. 计算机工程，2008，34(9)：22-24