

基于迭代无迹 H_∞ 滤波的移动机器人 SLAM

罗 元 苏 琴 张 毅 管国伦

(重庆邮电大学信息无障碍工程与机器人技术研发中心 重庆 400065)

摘 要 为缓解移动机器人同步定位与构图(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)在恶劣噪声干扰下存在估计精度低、不一致及鲁棒性差的问题,提出一种新颖的基于迭代无迹 H_∞ 滤波的 SLAM 算法。所提算法将无迹变换融入到扩展 H_∞ 滤波中,以此估计系统状态均值和协方差,无需推导 Jacobian 矩阵,避免了线性化误差积累,增强了算法的数值稳定性;此外,通过迭代更新方式,利用观测信息不断校正系统状态均值和协方差,进一步减小估计误差。在仿真实验中,在不同环境和不同噪声下对比分析所提算法、EKF-SLAM、UKF-SLAM 及 CEHF-SLAM。结果表明所提算法在不同恶劣噪声干扰下依然能保持高的估计精度和强鲁棒性,并能适应不同的环境,是一种有效且可行的 SLAM 算法。

关键词 同时定位与地图构建,迭代无迹 H_∞ 滤波,鲁棒性,估计精度

中图分类号 TP242.6 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.08.053

Iterated Unscented H_∞ Filter Based Mobile Robot SLAM

LUO Yuan SU Qin ZHANG Yi GUAN Guo-lun

(Research Center of Information Accessibility and Robotics Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract To alleviate the problems of low estimation accuracy, serious inconsistencies and poor robustness in mobile robot simultaneous localization and mapping(SLAM), a novel iterated unscented H_∞ filter based SLAM algorithm was derived. The unscented transformation is introduced into the extended H_∞ filter to estimate the system state mean and covariance matrix, avoiding the derivation of Jacobian matrix and linearization error accumulation. Meanwhile, the numerical stability of the algorithm is enhanced. With the iterative update method, the observation information is utilized to repeatedly correct the state mean and the covariance matrix to further lower the estimation error. The proposed algorithm was compared with EKF-SLAM, UKF-SLAM and CEHF-SLAM under different environments and noises in simulation experiments. Results show that the proposed SLAM can still maintain the high estimation accuracy and robustness in different terrible noises, and adapts to different environments. The effectiveness and feasibility of the algorithm are verified.

Keywords Simultaneous localization and mapping, Iterated unscented H_∞ filter, Robustness, Estimation accuracy

1 引言

同步定位与构图(SLAM)最早由 Smith 和 Cheeseman 于 1988 年提出,用于解决移动机器人的定位与构图问题。该问题可描述为移动机器人通过机载传感器(声呐、激光、摄像头等)感知未知环境信息,逐步构建周围环境地图并形成全局地图,同时运用此地图完成对自身位姿的确定^[1];它已成为该研究领域的热点和难点,具有重大的科研价值和实际意义^[2]。

解决 SLAM 问题最普遍的方法之一是基于扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)的 SLAM 算法,它广泛

应用于室内、室外、水下等领域^[3-4]。然而,线性化误差积累等不足导致滤波器发散、估计精度低以及不一致的地图。因此,许多学者将无迹变换(Unscented Transform, UT)引入 EKF 框架中,提出基于 UKF 的 SLAM 算法^[5-7]。该算法利用 UT 非线性传播均值和方差,避免了线性化近似非线性方程引起的误差积累,一定程度上提高了估计精度,但这些均依赖于精确的系统模型和对噪声的统计特性的先验知识,并且对噪声种类与强度的变化十分敏感^[8-9]。此外,UKF-SLAM 的非正定协方差矩阵会产生近似误差,导致滤波失败。

在实际应用中,移动机器人常运行在未知且不确定的环

到稿日期:2016-07-16 返修日期:2016-12-06 本文受重庆市教委科学技术研究项目基金(KJ130512),重庆市科学技术委员会项目资助基金(cstc2015cyjB0241)资助。

罗 元(1972—),女,博士,教授,主要研究方向为机器人导航、图像处理,E-mail:luoyuan@cqupt.edu.cn;苏 琴(1991—),女,硕士生,主要研究方向为机器人 SLAM、导航控制;张 毅(1966—),博士后,教授,主要研究方向为机器人导航、图像处理、语言识别;管国伦(1990—),男,硕士生,主要研究方向为机器人导航控制、路径规划。

境中,伴有随时间变化的非高斯干扰噪声,使得系统鲁棒性变得至关重要。为缓和干扰噪声和不确定因素的影响, H_∞ 滤波(H_∞ filter, HF)被引入到 SLAM 中^[9-12]。HF 无需噪声的先验统计特性,只要求噪声是能量有界的,可最小化恶劣噪声对估计误差干扰的影响,对不确定的噪声模型具有较强的鲁棒性^[13-14]。

在此基础上,本文提出一种基于迭代无迹 H_∞ 滤波(Integrated Unscented H_∞ Filter, IUHF)的 SLAM 算法。首先,将 UT 融入到扩展 H_∞ 滤波(Extended H_∞ Filter, EHF)框架中,利用统计学 Sigma 点方式代替非线性变换,求解系统均值和协方差,避免了推导 Jacobian 矩阵,在减小线性化误差积累的同时增强了算法的鲁棒性;然后,根据迭代观测判决准则,使用观测信息不断校正系统均值和协方差,使估计精度得到进一步提高。仿真实验对比分析了不同环境和不同噪声干扰下 EKF-SLAM, UKF-SLAM, CEHF-SLAM 及 IUHF-SLAM 的性能,验证了本文 SLAM 算法的优越性及可行性。

2 移动机器人 SLAM 问题的一般描述

移动机器人 SLAM 问题的实质是一个概率问题,与未知统计特性的噪声特性和不确定的环境信息相关。其关键思想是通过移动机器人对环境观测的历史信息 $\mathbf{z}^{1:k} = \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_k$ 和里程计控制的历史信息 $\mathbf{u}^{1:k} = \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k$ 来估算 k 时刻的系统状态信息 $\mathbf{s}_k = [\mathbf{x}_k^T, \Theta^T]^T$, 其中 $\mathbf{x}_k = (x_{v,x,k}, x_{v,y,k}, x_{v\theta,k})$ 包括机器人的位置和朝向, $\Theta = \Theta_k^1, \Theta_k^2, \dots, \Theta_k^m$ 为路标的集合^[15], 即基于机器人位姿 $\mathbf{x}_k$ 和路标 Θ 的联合条件概率为 $p(\mathbf{s}_k | \mathbf{z}^{1:k}, \mathbf{u}^{1:k})$, 假设机器人运动是 Markov 过程以及周围环境是静态的, 利用 Bayes 公式, 可得:

$$p(\mathbf{s}_k | \mathbf{z}^{1:k}, \mathbf{u}^{1:k}) = \alpha p(\mathbf{z}_k | \mathbf{s}_k) \int p(\mathbf{s}_k^t | \mathbf{s}_k^{t-1}, \mathbf{u}_k) \cdot p(\mathbf{s}_{k-1} | \mathbf{z}^{1:k-1}, \mathbf{u}^{1:k-1}) d\mathbf{s}_{k-1} \quad (1)$$

3 基于 IUHF 的 SLAM 算法

3.1 EHF 的一般描述

首先,将移动机器人的运动模型和观测模型分别定义为:

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \quad (2)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (3)$$

其中, $\mathbf{x}_k$ 为 k 时刻机器人的位姿, 包括位置和方向; $\mathbf{u}_k$ 为 k 时刻机器人控制输入的相关信息; $\mathbf{z}_k$ 为 k 时刻环境观测信息; 在此, 不再假设运动噪声 $\mathbf{w}_k$ 和观测噪声 $\mathbf{v}_k$ 服从 0 均值的高斯分布, 只是方差分别为 $\mathbf{Q}$ 和 $\mathbf{R}$; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 分别为本系统下的非线性运动模型和观测模型。

假设运动噪声 $\mathbf{w}_k$ 和观测噪声 $\mathbf{v}_k$ 均为未知统计特性的能量有界噪声, 表示如下:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{w}_k\|^2 < \infty, \sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{v}_k\|^2 < \infty \quad (4)$$

HF 不直接估计系统状态 $\mathbf{x}_k$, 而是估计系统状态的某种线性组合, 即

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{x}_k \quad (5)$$

对于任意能量有界噪声 $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k \in \mathbf{I}_2$, 已知初始状态 $\mathbf{x}_0$, 利用博弈论推导滤波方法, HF 的代价函数表示为^[16-17]:

$$J = \frac{\sum_{k=0}^N \|\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k\|_2^2}{\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{0|0}\|_{P_{0|0}}^2 + \sum_{k=0}^N (\|\mathbf{w}_k\|_{Q_k}^2 + \|\mathbf{v}_k\|_{R_k}^2)} < \gamma \quad (6)$$

其中, $\mathbf{Q}_k > 0$ 和 $\mathbf{R}_k > 0$ 分别为运动噪声和观测噪声; $P_{0|0} > 0$

反映了初始系统状态 $\mathbf{x}_0$ 与初始估计 $\mathbf{x}_{0|0}$ 的接近程度的先验知识; γ 为门限值; 定义 $\|\mathbf{a}\|_W^2 = \mathbf{a}^T \mathbf{W} \mathbf{a}$ 。HF 旨在经归一化输入噪声能量和初始误差能量后尽可能最小化估计误差能量, 即估计目的是最小化 J 的最大值, 定义如下:

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k, \mathbf{x}_{0|0}} (\max J) < \gamma \quad (7)$$

值得注意的是, γ 的选择对平衡 HF 和最小化方差有着至关重要的作用, 当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, EHF 退化成 EKF。对于离散时间系统, 最小化 γ 的推导如下:

$$\text{由 } P_{k|k}^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_k - \gamma_k^{-2} \mathbf{I} > 0 \text{ 得:}$$

$$\gamma_k^2 > \max\{\text{eig}(P_{k|k-1}^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1}\} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{H}_k$ 表示观测模型的 Jacobian 矩阵, $\max\{\text{eig}(\mathbf{A})\}$ 表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的最大特征值, 可得:

$$\gamma_k^2 = \alpha \max\{\text{eig}(P_{k|k-1}^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1}\} \quad (9)$$

将 $\mathbf{H}_k^T = P_{k|k-1}^{-1} P_{k|k-1}^{\pi}$ 代入式(8), 得:

$$\gamma_k^2 = \alpha \max\{\text{eig}(P_{k|k-1}^{-1} + P_{k|k-1}^{-1} P_{k|k-1}^{\pi} \mathbf{R}^{-1} [P_{k|k-1}^{-1} P_{k|k-1}^{\pi}]^T)^{-1}\} \quad (10)$$

其中, α 为大于 1 的尺度参数。

EHF 算法如下:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}) \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}, \mathbf{F}_k = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{P}_{k|k-1} [\mathbf{H}_k^T \mathbf{I}] \mathbf{R}_{e,k}^{-1} [\mathbf{H}_k^T \mathbf{I}]^T \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (14)$$

其中:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{R}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T]^{-1} \quad (15)$$

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \quad (16)$$

$$\mathbf{R}_{e,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 & -\mathbf{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_k \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{P}_k [\mathbf{H}_k^T \mathbf{I}] \quad (17)$$

其中, $\mathbf{P}_{k|k}$ 为预测协方差, $\mathbf{F}_k$ 和 $\mathbf{H}_k$ 分别为非线性系统模型和观测模型的 Jacobian 矩阵, $\mathbf{I}$ 为本模型下的单位矩阵。

3.2 基于 IUHF 的 SLAM 的设计

利用极大极小准则, EHF 无需假设干扰噪声的统计特性, 同时能在各种噪声干扰下保证估计误差最小, 一定程度上增强了系统的鲁棒性, 但无可避免地需对 Jacobian 矩阵进行求解, 受到非线性系统的限制, 因此本文首先将 UT 加入到 EHF 得到 IUHF, 然后将 IUHF 融入 SLAM 框架, 提出 IUHF-SLAM 算法。该算法结合 UT, Cholesky 分解先验状态估计的协方差, 获得 $2n+1$ 个加权的对称 Sigma 点, 通过非线性系统模型传播这些 Sigma 点, 从而获得估计的系统状态均值和协方差, 避免推导 Jacobian 矩阵; 同时, 利用迭代判决准则进一步约束估计误差, 在保证 SLAM 算法性能的同时提高系统的鲁棒性及机器人估计路径的精度。

IUHF-SLAM 算法主要包括以下 3 个阶段:观测预测、观测更新及地图增广。

3.2.1 观测预测

(1)首先,结合控制噪声的均值和协方差,将 $k-1$ 时刻的机器人系统状态 $\mathbf{x}_{k-1}$ 增广为 $\mathbf{x}_{k-1}^a$, 即:

$$\mathbf{x}_{k-1|k-1}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k-1|k-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k-1|k-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{P}_{k-1|k-1}^a$ 为 $k-1$ 时刻的增广状态协方差矩阵。

(2)通过 Cholesky 分解得到 IUHF-SLAM 的初始状态:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^a = E[\mathbf{x}_{k-1|k-1}^a] \quad (19)$$

$$\mathbf{S}_{k-1} = \text{chol}[(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^a - \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^a)(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^a - \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^a)^T] \quad (20)$$

(3)产生 $2n+1$ 个加权的 Sigma 点集。

通过一组表示高斯概率密度的对称 Sigma 支撑点集来传播不确定性, Sigma 点集为:

$$\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{a[s]} = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^a, & s=0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^a + \sqrt{(n+\lambda)}(\mathbf{S}_{k-1})_s, & s=1, 2, \dots, n \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^a - \sqrt{(n+\lambda)}(\mathbf{S}_{k-1})_s, & s=n+1, \dots, 2n \end{cases} \quad (21)$$

其中, $\lambda = n(\alpha^2 - 1)$, α 为尺度因子, 决定 Sigma 支撑点在样本均值附近的分布情况; $\sqrt{(n+\lambda)}(\mathbf{S}_{k-1})_s$ 表示该矩阵的第 s 行或列的值。每个 Sigma 点 $\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{a[s]}$ 包含状态和控制噪声, 表示如下:

$$\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{a[s]} = [\mathbf{x}_{v,k-1|k-1}^{a[s]} \quad \mathbf{x}_{u,k-1|k-1}^{a[s]} \quad \mathbf{x}_k^{u[s]}] \quad (22)$$

(4)预测粒子的状态以及协方差。

在当前控制输入 u_k 和控制噪声 $\mathbf{x}_k^{u[s]}$ 下经由非线性运动模型传播一系列 Sigma 点 $\mathbf{x}_{v,k-1|k-1}^{a[s]}$, 表示如下:

$$\mathbf{x}_{v,k|k-1}^{[s]} = f(\mathbf{x}_{v,k-1|k-1}^{a[s]}, u_k + \mathbf{x}_k^{u[s]}) \quad (23)$$

路标特征方程如下:

$$\mathbf{x}_{\theta,k|k-1}^{[s]} = \mathbf{x}_{\theta,k-1|k-1}^{[s]} \quad (24)$$

(5)通过变换后的 Sigma 点样本的线性加权回归近似计算预测粒子的状态均值和协方差:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_m^{[s]} \mathbf{x}_{k|k-1}^{[s]} \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{[m]} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_k^{[s]} [\mathbf{x}_{k|k-1}^{[s]} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}] \cdot [\mathbf{x}_{k|k-1}^{[s]} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}]^T + \mathbf{Q} \quad (26)$$

其中,

$$\omega_m^{[s]} = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+\lambda}, & s=0 \\ \frac{\lambda}{2(n+\lambda)}, & s=1, 2, \dots, 2n \end{cases} \quad (27)$$

$$\omega_k^{[s]} = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1-\alpha^2+\beta), & s=0 \\ \frac{\lambda}{2(n+\lambda)}, & s=1, 2, \dots, 2n \end{cases} \quad (28)$$

3.2.2 观测更新

(1)将观测模型获得的观测信息数据(即环境特征)与真实环境中已存在的特征进行数据关联, 若某一时刻重复观测

到地图上的同一特征, 则需依据观测信息更新机器人状态。从观测信息中获得一系列 Sigma 点样本, 即将 Sigma 点样本代入非线性观测模型:

$$\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1} = h(\mathbf{x}_{k-1|k-1}^{[s]}) \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_m^{[s]} \bar{\mathbf{z}}_{k|k-1} \quad (30)$$

其中, $\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1}$ 表示经非线性观测模型 $h(\cdot)$ 传播后的 Sigma 点, 包含观测噪声分量; $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$ 为对环境特征的观测预测。

(2)利用传播变换后的 Sigma 点集推导观测协方差矩阵和相关系数协方差矩阵:

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{zz} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_k^{[s]} [\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}][\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}]^T \quad (31)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{rz} = \sum_{s=0}^{2n} \omega_k^{[s]} [\mathbf{x}_{k|k-1}^{[s]} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}][\bar{\mathbf{z}}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}]^T \quad (32)$$

(3)机器人在 k 时刻的更新状态为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{P}_{k|k-1}^{rz} [\mathbf{R} + \mathbf{P}_{k|k-1}^{zz}]^{-1} (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - [\mathbf{P}_{k|k-1}^{rz} \quad \mathbf{P}_{k|k-1}^{zz}] \mathbf{R}_{c,k}^{-1} [\mathbf{P}_{k|k-1}^{rz} \quad \mathbf{P}_{k|k-1}^{zz}]^T \quad (34)$$

其中:

$$\mathbf{R}_{c,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} + \mathbf{P}_{k|k-1}^{zz} & [\mathbf{P}_{k|k-1}^{rz}]^T \\ \mathbf{P}_{k|k-1}^{rz} & -\gamma^2 \mathbf{I} + \mathbf{P}_{k|k-1} \end{bmatrix} \quad (35)$$

(4)在迭代更新判断准则约束下进一步提高估计精度, 具体过程如下:

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k}^d = h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}) \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k|k}^d = \mathbf{z}_{k|k}^d - \hat{\mathbf{z}}_{k|k}^d \quad (37)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^d = \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{d-1} \quad (38)$$

$$[\tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^d]^T \mathbf{P}_{k|k} \tilde{\mathbf{x}}_{k|k}^d + [\tilde{\mathbf{z}}_{k|k}^d]^T \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{z}}_{k|k}^d < [\tilde{\mathbf{z}}_{k|k}^d]^T \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{z}}_{k|k}^d \quad (39)$$

其中, $\mathbf{z}_{k|k}^d$ 为 k 时刻的观测值, d 为迭代次数, 一般小于 3, 将式 (33)、式 (34) 所得的 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 和 $\mathbf{P}_{k|k}$ 代入式 (36) 一式 (38) 中, 若式 (39) 成立且 $d \leq 3$, 则返回到 3.2.1 节, 重新采样滤波; 反之, 不再进行迭代运算, 返回系统状态均值 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 和协方差 $\mathbf{P}_{k|k}$ 。

3.2.3 地图增广

若某时刻新观测到的特征无法与地图中已存在的任何特征相匹配, 则需将其初始化并加入到系统状态中。

(1)联合第 i 个新路标特征点的观测值 $\mathbf{z}_{k|k}^{[i]}$, 对系统状态 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ 进行增广:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^a = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k} \\ \mathbf{z}_{k|k}^{[i]} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{k|k}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k|k} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_k \end{bmatrix} \quad (40)$$

(2)Cholesky 分解更新如下:

$$\bar{\mathbf{x}}_{k|k}^a = E[\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^a] \quad (41)$$

$$\mathbf{S}_k = \text{chol}[(\bar{\mathbf{x}}_{k|k}^a - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^a)(\bar{\mathbf{x}}_{k|k}^a - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^a)^T] \quad (42)$$

(3)产生 $2n_L+1$ 个 Sigma 对称点集:

$$\mathbf{x}_{k|k}^{a[i]} = [\bar{\mathbf{x}}_{k|k}^{a[i]} \quad \bar{\mathbf{x}}_{k|k}^{a[i]} \pm (\sqrt{(n_L+\lambda)}(\mathbf{S}_k)_c)] \quad (43)$$

其中, $c=0, 1, \dots, 2n_L+1$ 。

(4)增广地图后的状态均值和协方差分别为:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \sum_{s=0}^{2n_L} \omega_m^{[i]} \mathbf{x}_{k|k}^{a[i]} \quad (44)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \sum_{i=0}^{2n_f} \omega_k^{[i]} [\mathbf{x}_{k|k}^{[i]} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}] [\mathbf{x}_{k|k}^{[i]} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}]^T \quad (45)$$

若在时刻 k 有多个新特征被观测到,则需逐一初始化新特征,直到在系统状态中加入全部的新特征。

4 仿真结果及分析

4.1 不同干扰噪声下 IUHF-SLAM 仿真结果及性能分析

4.1.1 实验平台

为突显 IUHF-SLAM 的优越性,在 Matlab2012 平台上(计算机主频 3.30GHz)将 IUHF-SLAM 与 EKF-SLAM, UKF-SLAM 及 CEHF-SLAM 在大规模密集路标环境下进行仿真研究。为简化运算,实验均假设数据关联已知。参数设置如下:实验区域约为 230m×220m,包括 350 个人为设定的路标。机器人从全局坐标点(0,0,0)出发,逆时针方向沿指定

轨迹运动。两轮中心间距为 0.8m,机器人速度 $v=3\text{m/s}$,最大转向角为 30° ,最大转向角速度为 $20^\circ/\text{s}$,速度误差和转向角误差分别为 0.3m/s 和 2° ,系统采样间隔为 25ms;激光采样时间为 200ms,最大探测距离为 30m,距离误差为 0.1m,角度误差为 1° ,IUHF 中的 $\gamma=5.9, \alpha=1.1$ 。

在上述仿真环境下,分别对 4 种算法进行了 20 次 Monte Carlo 实验,并对结果进行对比分析。图 1—图 3 分别为 4 种算法在不同干扰噪声下的仿真结果,其中,实线为机器人原始路径,虚线为机器人的真实路径,* 为真实路标,十为机器人估计的路标。为评估 SLAM 的估计精度和稳定性,将 20 次 Monte Carlo 仿真的位置均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)^[15]作为 3 种算法估计精度的性能评价标准。

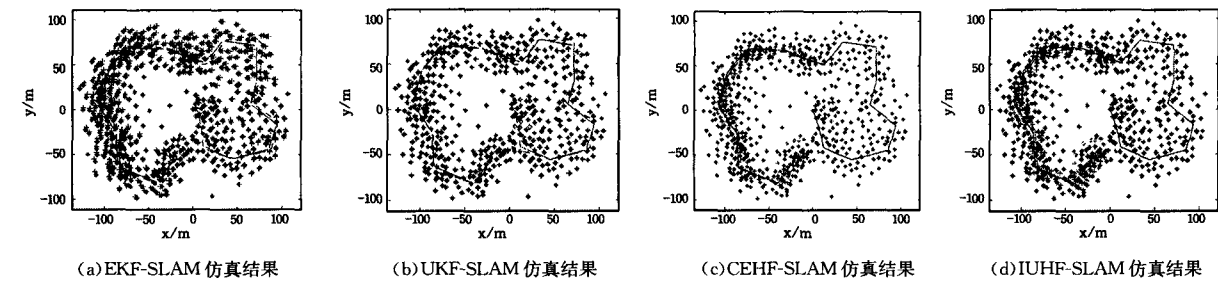


图 1 高斯白噪声下 4 种算法的仿真结果对比图

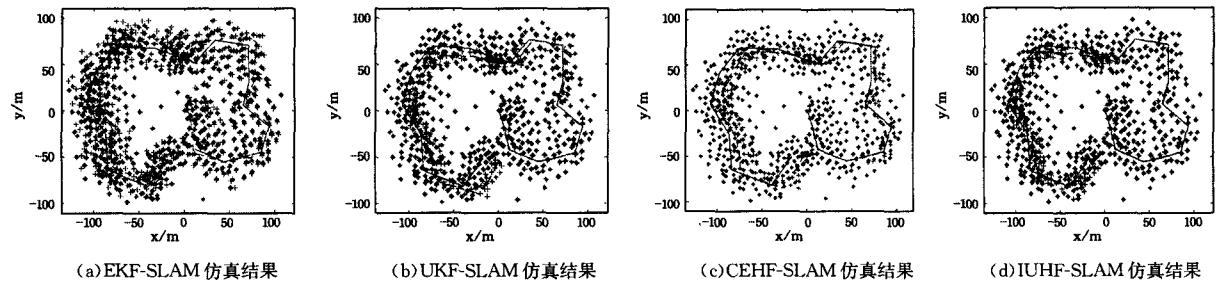


图 2 未知统计特性的噪声下 4 种算法的仿真结果对比图

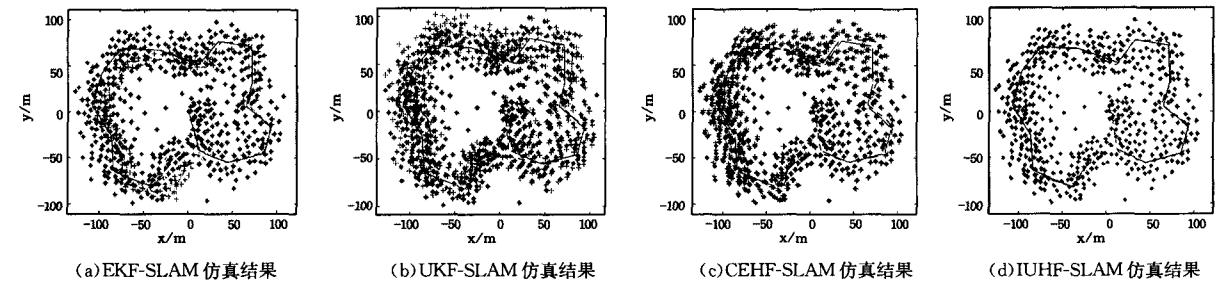


图 3 非高斯白噪声下 4 种算法的仿真结果对比图

4.1.2 实验结果分析

(1)设置噪声为已知的高斯白噪声,即控制噪声为(0.3m/s 0.2°),观测噪声为(0.2m 0.1°),4 种算法的仿真结果如图 1 所示。位置的 RMSE 对比如图 4(a)所示,其中实线代表 EKF-SLAM,点划线代表 UKF-SLAM,虚线代表 CEHF-SLAM,点线代表 IUHF-SLAM。由图可知,当噪声为高斯白噪声时,IUHF-SLAM 算法的估计精度高于其他算法,其估计路径和真实路径匹配度较高,误差控制在 0.5m 内,CEHF-

SLAM 控制在 0.8m 内,UKF-SLAM 控制在 1.1m 内,而 EKF-SLAM 误差最大,达到 1.3m;此外,CEHF-SLAM 和 IUHF-SLAM 算法都具有较小的误差波动幅度,但 IUHF-SLAM 算法的误差最小,从而验证了所提算法较好的稳定性。

(2)为验证 IUHF-SLAM 对环境噪声的鲁棒性,改变噪声的强度,调节控制噪声为(0.3m/s 2°),观测噪声为(0.6m 5°)。4 种算法在此噪声条件下的仿真结果分别如图 2 所示,位置的 RMSE 如图 4(b)所示,图中各线条的含意同上。从图

中可看出,当噪声为非严格的高斯白噪声时,EKF-SLAM 和 UKF-SLAM 对路径和路标的估计出现了较大的误差,吻合度降低,误差分别达到 5m 和 6m;CEHF-SLAM 和 IUHF-SLAM 算法由于无需噪声的统计特性而仅要求噪声是能量有界的,因此依然保持较高的估计精度,误差分别控制在 2m 和 1m 之内。

(3)令控制噪声和观测噪声均从 Gamma 分布中获得,4 种 SLAM 算法的仿真结果如图 3 所示,位置的 RMSE 如图 4

(c)所示,图中各线条的含意同上。当噪声为非高斯白噪声或者未知时,EKF-SLAM 和 UKF-SLAM 对环境噪声变得十分敏感,导致算法估计的路径与真实路径出现了严重的不一致现象,使得匹配度降低,误差分别达到 10m 和 7m;CEHF-SLAM 算法的误差范围控制在 4m 内,然而,IUHF-SLAM 算法由于对环境噪声具有较强的鲁棒性,即使改变噪声的强度和种类,其估计的路径与机器人的真实路径依然保持较高的契合度,误差范围控制在 2m 内,同时稳定性也较好。

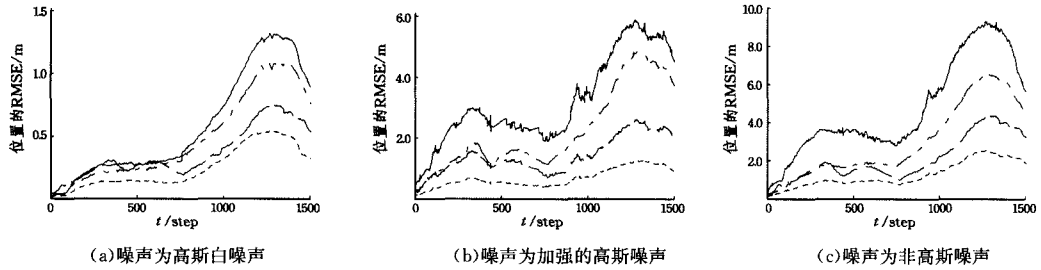


图 4 在不同的噪声下 4 种算法的位置的 RMSE 对比图

4.2 不同环境下 IUHF-SLAM 的仿真结果及性能分析

为验证 IUHF-SLAM 在不同环境下同样具有较好的性能,仿真实验选取了其他两个环境,噪声设置与图 2 相同,分别对 4 种算法进行仿真分析,结果如图 5 和图 6 所示,相应的位置 RMSE 的对比图如图 7(a)和图 7(b)所示。

由图 7 可知,当环境改变时,相比于其他 3 种算法,IUHF-SLAM 同样对路径和路标具有较高的估计精度;并且, RMSE 均保持在 0.6m 内,其幅度波动小且稳定,表明本算法在不同环境的恶劣噪声干扰下同样具有较强的鲁棒性,从而验证了本文算法具有较强的环境适应能力。

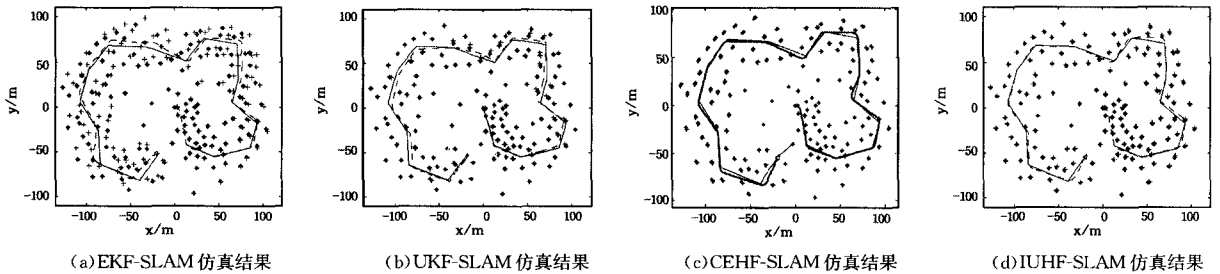


图 5 环境 1 下 4 种算法的仿真结果对比图

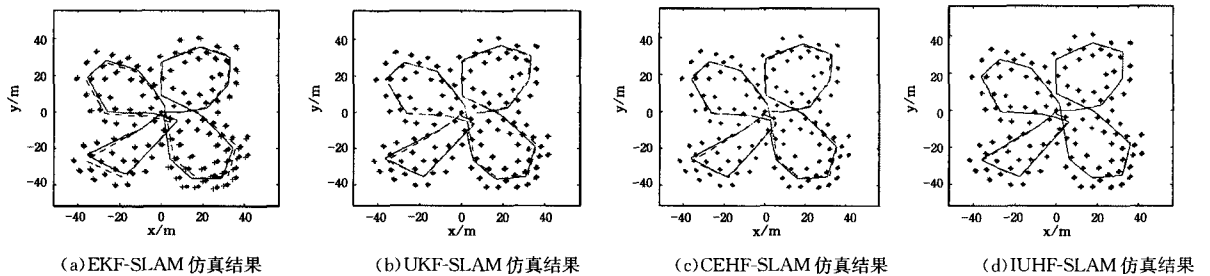


图 6 环境 2 下 4 种算法的仿真结果对比图

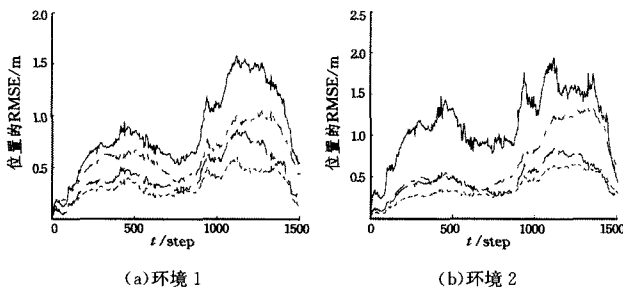


图 7 不同环境下 4 种算法的位置 RMSE 对比图

4.3 一致性分析

为验证本文算法在不同噪声环境下定位结果的一致性,将归一化估计方差(Normalized Estimation Error Squared, NEES)作为评价标准,其定义如下:

$$\epsilon_k = (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T \mathbf{P}_k^{-1} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) \quad (46)$$

其中, $\mathbf{x}_k$, $\hat{\mathbf{x}}_k$, $\mathbf{P}_k$ 分别为机器人在 k 时刻的实际位置、估计位置以及位置协方差矩阵。分别在上述设置的干扰噪声下对 IUHF-SLAM 算法进行 $n=20$ 次的 Monte Carlo 实验,将 n 次

实验的平均 NEES(Mean NEES,MNEES)作为分析一致性的评价标准:

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_{i,k} \quad (47)$$

由 χ^2 属性可知, $\bar{\epsilon}_k$ 符合自由度为 50×3 的 χ^2 , 使用双边概率为 95% 的区域作为一致性区域, 可得 $\bar{\epsilon}_k$ 的双边区域为 $[2.36, 3.72]$ 。当 $\bar{\epsilon}_k$ 位于此区域内时, 表明机器人位置估计满足一致性要求; 反之, 则不满足要求。

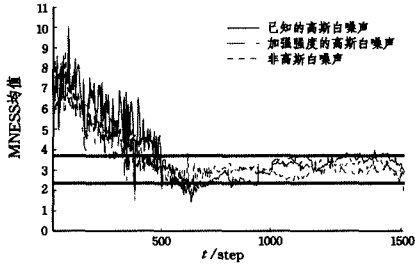


图 8 在不同噪声下 IUHF-SLAM 算法的 MNEES 随时间的变化图

由图 8 可知, 在不同环境噪声的干扰下, IUHF-SLAM 分布在一致性区域内, 点数随运行时间步长的增加而逐渐稳定, 表明该算法对机器人位置的估计保持了较高的一致性, 验证了改进算法的可行性。

结束语 为缓和移动机器人 SLAM 在恶劣噪声干扰下存在估计精度低、不一致及鲁棒性差的问题, 本文提出了一种基于 IUHF 的 SLAM 算法。主要成果总结如下: 1) 将 UT 融入 EHF 框架中, 估计系统状态均值和协方差, 在避免 Jacobian 矩阵的推导和线性化误差积累的同时增强了算法的数值稳定性; 同时, 通过迭代观测更新准则进一步提高估计精度, 提出 IUHF 算法。2) 将 IUHF 应用于移动机器人 SLAM, 提出了 IUHF-SLAM 算法。3) 仿真研究验证了本文算法在不同的噪声干扰下依然能保持高的估计精度和强鲁棒性, 并能适应不同的环境, 是一种有效的且可行的 SLAM 算法。

参 考 文 献

- [1] DURRANTWHYTE H, BAILEY T. Simultaneous localization and mapping: part I[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2006, 13(2): 99-110.
- [2] BEGUM M, MANN G K I, GOSINE R G. An Evolutionary SLAM Algorithm for Mobile Robots[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2006: 4066-4071.
- [3] ESPARZA-JIMENEZ J O, DEVY M, Gordillo J L. EKF-based SLAM fusing heterogeneous landmarks[C]//2014 17th International Conference on Information Fusion (FUSION). IEEE, 2014: 1-8.
- [4] LIU M, LEUNG H. EM-EKF based visual SLAM for simple robot localization[C]//IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. IEEE, 2014: 3121-3125.
- [5] KIM C, SAKTHIVEL R, CHUNG W K. Unscented Fast-SLAM: A robust and efficient solution to the SLAM problem[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2008, 24(4): 808-820.
- [6] HOLMES S A, KLEIN G, MURRAY D W. An $O(N^2)$ square root unscented kalman filter for visual simultaneous localization and mapping[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2009, 31(7): 1251-1263.
- [7] HUANG G P, MOURIKIS A I, ROUMELIOTIS S I. A quadratic-complexity observability-constrained unscented kalman filter for SLAM[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2013, 29(5): 1226-1243.
- [8] LE H X, MATUNAGE S. A residual based adaptive unscented Kalman filter for fault recovery in attitude determination system of microsatellites[J]. Acta Astronautica, 2014, 105(1): 30-39.
- [9] ZHU Q G, YUAN M, CHEN W D, et al. CEH $^\infty$ F based SLAM algorithm for mobile robots[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(10): 2304-2311. (in Chinese)
朱奇光, 袁梅, 陈卫东, 等. 基于 CEH $^\infty$ F 的移动机器人 SLAM 算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(10): 2304-2311.
- [10] AHMAD H, NAMERIKAWA T. Covariance inflation efficiency in H_∞ filter based SLAM[C]//2011 International Conference on Electrical, Control and Computer Engineering (INECCE). IEEE, 2011: 136-141.
- [11] YU Y. Combining H_∞ filter and cost-reference particle filter for conditionally linear dynamic systems in unknown non-Gaussian noises[J]. Signal Processing, 2013, 93(7): 1871-1878.
- [12] VIET-CUONG P, JYH-CHING J. Robust and efficient SLAM via compressed H_∞ filtering[J]. Asian Journal of Control, 2014, 16(3): 878-889.
- [13] CHANDRA K P B. A cubature H_∞ filter and its square-root version[J]. International Journal of Control, 2014, 87(4): 764-776.
- [14] WANG D, YUAN G, LIAN J. The application and analysis of H_∞ filter based on SLAM in detection and location of underwater oil pipeline leakage[C]//Intelligent Control and Automation. IEEE, 2015: 261-264.
- [15] SONG Y, LI Q L, KANG Y F, et al. SLAM with square-root cubature Rao-Blackwellised particle filter[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(2): 357-367. (in Chinese)
宋宇, 李庆玲, 康铁非, 等. 平方根容积 Rao-Blackwellised 粒子滤波 SLAM 算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(2): 357-367.
- [16] LI W, JIA Y. Rao-Blackwellised unscented particle filtering for jump Markov non-linear systems: an H_∞ approach[J]. Iet Signal Processing, 2011, 5(2): 187-193.
- [17] XIANG Z, QIAO C, MAHMOUD M S. Robust H_∞ filtering for switched stochastic systems under asynchronous switching[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(3): 1213-1230.