

基于等维新息灰色马尔可夫模型的互联网用户人数预测研究

赵玲^{1,2} 许宏科²

(西安邮电大学通信与信息工程学院 西安 710121)¹ (长安大学电子与控制工程学院 西安 710064)²

摘要 对互联网用户人数的科学预测可为网络的建设和管理提供决策依据。在传统灰色预测模型的基础上,结合新信息优先的思想,建立了等维新息灰色预测模型,并利用马尔可夫链模型预测出结果的波动范围,形成等维新息灰色马尔可夫预测模型。再以2007年12月—2012年06月我国互联网上网人数实测值为原始数据,构建预测模型,预测2012年12—2014年06月的互联网上网人数。实例结果表明,等维新息灰色马尔可夫预测模型其预测结果的误差更小,精度更高,还能提供预测结果的波动范围及出现概率。

关键词 因特网,用户预测,灰色马尔可夫模型,等维新息,预测精度

中图分类号 TP302 **文献标识码** A

Research on Internet Users Number Prediction Based on Equal Dimension and New Information Grey Markov Model

ZHAO Ling^{1,2} XU Hong-ke²

(School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)¹

(School of Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)²

Abstract The scientific prediction of Internet users can provide the basis for decision-making for the construction and management of the network. Equal dimension and new information grey Markov forecasting model was established based on the traditional grey forecasting model, and Markov chain forecasting model was taken to predict the fluctuation range of the forecasting results, to form the equal dimensional and new information grey Markov forecasting model. Then, the number of Internet users from December 2007 to June 2012 was taken as original data to establish forecasting model to predict the number of Internet users from December 2012 to June 2014. The results show that the prediction accuracy of the equal dimensional and new information grey Markov forecasting model has fewer errors and better forecasting precision in comparison with the grey model, and it can provide the fluctuation range and the probability of the predicted results.

Keywords Internet, User prediction, Grey markov model, Equal dimension and new information, Prediction accuracy

1 引言

互联网自1994年进入中国以来,经过20年的快速发展,取得了令人瞩目的成绩。网络规模不断扩大,上网人数跃居世界第二,信息资源开发水平不断提高,互联网的影响日益广泛,已经成为社会重要的信息基础设施。我国互联网用户人数、域名注册、上网计算机数等方面的统计信息,对我国政府和企业掌握互联网的发展情况起着很重要的作用。通过分析历史数据,对未来进行准确预测,并为政府和企业提供决策依据以制定出科学合理的互联网发展目标,是一项十分有意义的工作。

目前,互联网发展的预测方法很多,如回归分析法、Bass模型法、RBF神经网络预测法和灰色理论预测法等多种方法^[1-5]。回归分析法需要大量样本数据才能得出相对准确的预测模型,即它依赖于历史数据的完备程度。Bass模型法的

缺点是其参数的确定比较麻烦,选用不同的方法来确定模型参数对预测的精度有很大的影响。RBF神经网络法涉及神经网络的建立和训练过程,过程较为复杂,运算量偏大。灰色预测模型因为要求样本数据量少、无需考虑变化趋势、运算方便和易于检验等优点,被广泛运用。马尔可夫预测则适用于长期、数据序列随机波动的预测问题^[6]。然而,在利用传统灰色模型对互联网用户人数预测时,其仅对短期预测具有较高的精度^[7]。为弥补灰色预测的不足,本文构建了一种等维新息灰色马尔可夫预测模型,其以灰色GM(1,1)模型为基础,同时利用新信息优先的思想不断更新建模用的原始数据,以预测互联网用户人数,再采用适合随机波动较大问题的马尔可夫链来预测结果的波动范围。

根据本文新方法,建立并检验“我国互联网用户人数”预测模型。结果表明,在实际应用中使用该方法建立的模型均比单独使用GM(1,1)模型或线性回归模型的精度高。

到稿日期:2012-10-22 返修日期:2013-01-27 本文受国家自然科学基金项目(60804049),陕西省教育厅自然科学基金项目(11JK0897)资助。

赵玲(1977—),女,博士生,讲师,主要研究方向为道路交通安全、网络规划及管理, E-mail: zhaoling9543@163.com; 许宏科(1963—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为交通信息工程及控制。

2 等维新息灰色马尔可夫预测模型的构建

2.1 等维新息灰色预测模型

2.1.1 传统 GM(1,1)模型的建立

在构建传统灰色 GM(1,1)预测模型前,先对给定的数据序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 做事前检验,一般用级比 $\sigma^{(0)}(k) (k=1, 2, \dots, n)$ 的大小与所属区间来判断。其级比为:

$$\sigma^{(0)}(k) = x^{(0)}(k+1)/x^{(0)}(k) \quad (1)$$

验证准则^[8]是:若满足 $\sigma^{(0)}(k) \in (e^{-2/(n+1)}, e^{2/(n+1)})$, 则认为 $X^{(0)}$ 可作 GM(1,1)建模。对互联网用户人数的原始序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\}$, 由于 $x^{(0)}(i)$ 具有一定的随机性,不能直接用于建模,因此可将其进行累加得到累加数据序列 $X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)\}$, 以减弱随机性,增强规律性,其中:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (2)$$

累加生成曲线可用白化微分方程 $dX^{(1)}/dX + aX^{(1)} = u$ 表示,其中, a, u 可通过最小二乘法拟合:

$$[a \quad u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (3)$$

由此得到预测模型:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - u/a)e^{-ak} + u/a \quad (4)$$

接着进行累减还原,以得到原始数据序列的预测值:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - u/a)e^{-ak} \quad (5)$$

2.1.2 等维新息灰色预测模型

在任何一灰色系统的发展过程中,随着时间的推移,将会不断地有一些随机扰动或驱动因素进入系统,使系统的发展相继受其影响。灰色马尔可夫预测模型也是一样,准确度较高的仅仅是原点数据以后的 1~2 个数据。越向未来发展,即越是远离时间原点,模型的预测准确度越低。考虑到这些模型都是建立在对历史数据的分析统计之上,只有在历史数据较为准确可靠的情况下,预测准确度才会较高,因此,在实际应用中,必须不断地考虑那些随着时间推移相继进入系统的扰动因素,淡化历史数据,随时将进入系统的新信息置入 $X^{(0)}$ 中,建立等维新息模型,进而提高中长期预测的准确度^[9]。

等维新息灰色预测模型是一种对传统灰色预测模型的改进。先用传统灰色 GM(1,1)模型预测一个值,将其补充到已知数据之后,去掉最老的一个数据,保持数列等维;再建立传统灰色 GM(1,1)模型预测下一个值,将其结果补充到数列之后,去掉最老的一个数据,这样进行下去,直到完成预测目标或达到预测精度为止。

2.1.3 模型的检验

对预测值 $\hat{x}^{(0)}(k)$, 其残差相对值 $\epsilon(k)$ 、模型的平均残差相对值 $\bar{\epsilon}$ 和平均精度 p 分别为:

$$\epsilon(k) = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100\% \quad (6)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n |\epsilon(k)| \quad (7)$$

$$p = (1 - \bar{\epsilon}) \times 100\% \quad (8)$$

2.2 等维新息灰色预测模型的马尔可夫链修正

2.2.1 状态划分

以等维新息灰色预测模型的预测结果曲线 $\hat{x}^{(0)}(k)$ 为基

准做马尔可夫链修正,根据预测对象的具体情况,划分为与之平行的若干条型区间,每个条型区间构成一个状态,任一状态区间 $\otimes_i$ 表达为: $\otimes_i = [\otimes_{i1}, \otimes_{i2}]$, 其中: $\otimes_{i1} = \hat{y}(k) + A_i$, $\otimes_{i2} = \hat{y}(k) + B_i$, A_i, B_i 是平移常数(A_i, B_i 均依据对象和原始数据而定)。

2.2.2 计算状态转移概率矩阵

设 $N_{ij}(n)$ 为由状态 $\otimes_i$ 经过 n 步转移到状态 $\otimes_j$ 的原始数据样本数; N_i 为处于状态 $\otimes_i$ 的原始数据样本数,称 $P_{ij}(n) = N_{ij}(n)/N_i$ 为由状态 $\otimes_i$ 到状态 $\otimes_j$ 的 n 步状态转移概率。则构造 n 步状态转移概率矩阵为:

$$P(n) = \begin{bmatrix} P_{11}(n) & P_{12}(n) & \dots & P_{1n}(n) \\ P_{21}(n) & P_{22}(n) & \dots & P_{2n}(n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1}(n) & P_{n2}(n) & \dots & P_{nn}(n) \end{bmatrix} \quad (9)$$

状态转移概率矩阵 $P(n)$ 反映了系统各状态之间的转移规律。通过状态转移概率矩阵和初始状态,就可以确定未来的发展趋势。通过考察一阶状态转移矩阵 $P(1)$ 即可确定预测对象的下一步转移状态。当矩阵 $P(1)$ 中某行有 2 个或 2 个以上相同或相近时,可以参考 $P(2)$ 或 $P(m)$ 来确定状态的将来转向。

2.2.3 计算预测值

未来的转移状态 $\otimes_i$ 确定之后,也就确定了预测值的变动区间 $[\otimes_{i1}, \otimes_{i2}]$, 取该区间的中点,则可得 $y(t) = (\otimes_{i1} + \otimes_{i2})/2$, 它即为数据 $x(k+1)$ 的灰色马尔可夫预测方法的预测值。

3 我国上网用户人数的预测

3.1 我国上网人数的传统灰色 GM(1,1)预测

互联网的发展问题是近年来信息经济学中的热点问题。1997 年 11 月,中国互联网信息中心(CNNIC)第 1 次发布《中国互联网络发展状况统计报告》受到了普遍关注,于是 CNNIC 从 1998 年 7 月开始,每隔半年就发布一次《中国互联网络发展状况统计报告》,以公布我国因特网上网计算机数、用户人数、用户分布、信息流量分布、域名注册等方面的统计信息。本文选取 CNNIC 于 2012 年 7 月发布的第 30 次《中国互联网络发展状况统计报告》的最新统计数据(见表 1),以我国上网用户人数为例,用上述介绍的模型方法进行应用分析。

以我国 2007 年 12 月—2012 年 06 月共 10 个统计时段的互联网用户数目作为原始数据序列 $X^{(0)}$, 代入式(1)进行事前检验,其中 $n=10$, 则 $\sigma(k) \in (0.8338, 1.1994)$, 经验证,可用传统灰色 GM(1,1)建模。由此得到的我国互联网用户人数的传统灰色 GM(1,1)预测模型为: $\hat{x}^{(0)}(k+1) = 26187.5025e^{0.0850359k}$, 预测结果见表 2。根据式(7)~式(9)得,该模型的平均残差相对值为 $\bar{\epsilon} = 4.19$, 平均精度为 $p = 95.81\%$ 。

表 1 2007 年 12 月—2012 年 06 月我国互联网用户人数(单位:万)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
年/月	2007/12	2008/06	2008/12	2009/06	2009/12	2010/06	2010/12	2011/06	2011/12	2012/06
数值	21000	25300	29800	33800	38400	42000	45700	48500	51300	53800

注:数据来源于 2007 年 12 月—2012 年 06 月 CNNIC 发布的《中国互联网络发展状况统计报告》。

3.2 我国上网人数的等维新息灰色预测

本文选用一次等维新息预测模型。将利用传统 GM(1,1)

预测模型所得到的 2012 年 12 月的互联网用户人数预测值加到已知原始序列之后,去掉 2007 年 12 月的数据,以 2008 年 06 月—2012 年 12 月的上网人数作为原始数据序列,重新建立灰色 GM(1,1)模型进行预测,即得一次等维新息预测模型: $\hat{x}^{(0)}(k+1)=29467.86896e^{0.0802528k}$,预测结果见表 2。根据式(7)一式(9)得,该模型的平均残差相对值为 $\bar{\epsilon}=2.93$,平均精度为 $p=97.07\%$ 。可见,该模型的预测结果明显好于传统灰色预测模型的预测结果。

表 2 2007 年 12 月—2014 年 06 月我国互联网用户人数的预测结果

序号	年/月	实际值 (万)	传统灰色 GM(1,1)预测		等维新息灰色预测	
			预测值 (万)	相对误差 (%)	预测值 (万)	相对误差 (%)
1	2007/12	21000	21000.00	0		
2	2008/06	25300	28511.80	-12.69	25300.00	0
3	2008/12	29800	31042.40	-4.17	31930.23	-7.15
4	2009/06	33800	33797.61	0.01	34598.35	-2.36
5	2009/12	38400	36797.35	4.17	37489.42	2.37
6	2010/06	42000	40063.34	4.61	40622.08	3.28
7	2010/12	45700	43619.21	4.55	44016.49	3.68
8	2011/06	48500	47490.69	2.08	47694.56	1.66
9	2011/12	51300	51705.78	-0.79	51679.96	-0.74
10	2012/06	53800	56294.98	-4.64	55998.39	-4.09
11	2012/12		61291.51		60677.66	1.00
12	2013/06		66731.51		65747.95	
13	2013/12		72654.34		71241.91	
14	2014/06		79102.86		77194.95	

3.3 我国上网人数等维新息灰色预测结果马尔可夫链修正

3.3.1 马尔可夫链转移矩阵的建立

根据马尔可夫链分析方法的应用经验实际情况^[10]及表 2 中等维新息灰色预测结果的相对误差,可以将互联网上网人数预测结果(2008 年 12 月—2012 年 06 月)划分为 5 个状态:

状态 1 呈极度高估状态,即相对误差小于-10%,没有属于此状态的统计时段。

状态 2 呈高估状态,即相对误差小于-2.5%大于-10%,2008 年 12 月—2012 年 06 月的统计时段的相对误差属于此状态。

状态 3 评估较为准确,即相对误差小于 2.5%大于-2.5%,2009 年 06 月、2009 年 12 月、2011 年 06 月和 2011 年 12 月的统计时段的相对误差属于此状态。

状态 4 呈低估状态,即相对误差小于 10%大于 2.5%,2010 年 06 月和 2010 年 12 月的统计时段的相对误差属于此状态。

状态 5 呈极度低估状态,即相对误差大于 10%,没有属于此状态的统计时段。

从以上分类中获得 2007 年 12 月—2012 年 06 月统计时段的状态转移情况,如表 3 所列。

表 3 马尔可夫状态转移情况

	状态 2	状态 3	状态 4	合计
状态 2	0	1	0	1
状态 3	1	2	1	4
状态 4	0	1	1	2
合计	1	4	2	7

利用式(9)求得我国互联网上网用户数的一步状态转移矩阵为:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

根据马尔可夫链预测原理,得到原始数据之后 4 个统计时段的状态转移概率,见表 4。

表 4 马尔可夫状态转移概率

状态向量	统计时段			
	2012/12	2013/06	2013/12	2014/06
状态 2	0	0.25	0.125	0.1563
状态 3	1	0.5	0.625	0.5625
状态 4	0	0.25	0.25	0.2813

3.3.2 等维新息灰色预测值的马尔可夫链修正

现用马尔可夫链修正等维新息预测出的互联网上网人数,具体数值及计算结果见表 5。在表 5 中,预测区间一列根据实际有效的 3 种状态的划分界限求得;预测中值一列是预测区间上下限的均值;状态概率一列由表 4 推出。

表 5 我国互联网上网人数等维新息灰色预测值的马尔可夫链修正结果

年/月	等维新息预测结果(万)	状态概率及状态值			预测修正值(万)
		预测区间	预测中值	状态概率	
2012/12	60677.66	54610~59161	56885	0	60678
		59161~62195	60678	100%	
		62195~66745	64470	0	
2013/06	65747.95	59173~64104	61639	25%	65748
		64104~67392	65748	50%	
		67392~72323	69857	25%	
2013/12	71241.91	64118~69461	66789	12.5%	71798
		69461~73023	71242	62.5%	
		73023~78366	75695	25%	
2014/06	77194.95	69475~75265	72370	15.63%	77806
		75265~79125	77195	56.25%	
		79125~84914	82020	28.13%	

由于 2012 年 06 月的互联网上网人数处于状态 $\otimes_1$,从状态转移矩阵可以看出,系统的下一个时刻将以 100%的概率转移至状态 $\otimes_2$,即近几年互联网上网人数处于相对稳定的可能性很大。

3.3.3 结果分析及建议

从表 3 可以看出,我国在 2012 年 12 月—2014 年 6 月的互联网上网人数的预测值依次为 60678 万、65748 万、71798 万、77806 万,在预测期间仍呈现上升趋势。预测时段的状态均为正常状态,最大的可能概率分别为 100%、50%、62.5%和 56.25%,这些数字都比较大,而低估概率与高估概率相差不大,即实际值会较接近等维新息灰色预测模型的预测结果,且波动不是很大。

互联网上网人数的骤然上升,主要得益于移动互联网技术的快速发展。目前,手机网民规模已大幅超过了台式网民,为了有效解决互联网用户上网时的速度缓慢、带宽受限等问题,国家正在鼓励、支持与移动互联技术有关的研发项目,如移动云计算、移动终端软件架构、业务质量管理、安全与隐私保护等。缓解互联网的上网压力,绝不是仅仅增加一些带宽或强行限制上网人数,还包括政策、资金、基础设施、管理措施等诸多方面的优先,且国家的各大运营商、产业链的相互竞争决定了缓解上网压力不是一个一蹴而就的过程,而是需要经过一个相对较长的阶段。

结束语 本文研究思路避开自然环境、社会经济条件和政策导向等因素,采用以灰色系统理论和马尔可夫链相结合的方法,对中长期互联网用户人数进行预测。同时对原始

(下转第 151 页)

将 S_3, S_2, S_1 一起级联,可以得到代数免疫阶 $AI(f)$ 更高的奇数元和偶数元的最优代数免疫函数和 n 元代数免疫函数。限于篇幅,而且前述方法已很明显,不再继续构造。因而只证明到代数免疫阶 $AI(f) \geq 8$ 的结果。证毕。

定理 9 在 Hamming 重量 2^{n-2} 的布尔函数中,存在代数免疫阶 $AI(f)=8$ 的奇数元 $n=17$ 和偶数元 $n=16$ 的最优代数免疫相关免疫 H 布尔函数。

证明:由定理 8,设 $g(x)$ 为定理 8 中的代数免疫阶 $AI(f)=8$ 的 $n=17$ 元(奇数元)的最优代数免疫相关免疫 H 布尔函数。由于 $w_t(g(x))=2^{n-1}+2^{n-2}$,故对 $g_1(x)=1+g(x)$,有

$$w_t(g_1(x))=2^n-w_t(g(x))=2^{n-2} \quad (37)$$

又 $w_t(dg(x)/dx_i)=2^{n-1}$, $w_t(eg(x)/ex_i)=2^{n-1}$ ($i=1, 2, \dots, n$),故

$$\begin{aligned} w_t(dg_1(x)/dx_i) &= w_t(dg(x)/dx_i) = 2^{n-1} \\ w_t(eg_1(x)/ex_i) &= w_t(1)(w_t(dg(x)/dx_i) - w_t(eg(x)/ex_i)) = 0 \end{aligned} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (38)$$

故由式(37)、式(38)及定理 3 知, $g_1(x)$ 是重量 2^{n-2} 的 H 布尔函数,且 $g_1(x)=g_1(x)dg_1(x)/dx_i$ ($i=1, 2, \dots, n$),故

$$\begin{aligned} w_t(x_i dg_1(x)/dx_i) &= w_t(x_i(1+g(x))d(1+g(x))/dx_i) \\ &= w_t(x_i dg(x)/dx_i) - w_t(x_i g(x) dg(x)/dx_i) \\ &= 2^{n-2} - 2^{n-3} = 2^{n-3} \end{aligned} \quad (i, k=1, 2, \dots, n, i \neq k) \quad (39)$$

故 $g_1(x)$ 是相关免疫函数^[7]。

由于 $g_1(x)=1+g(x)$,因此 $g(x)$ 的零化子是 $g_1(x)$ 的零化子。 $g(x)$ 是 $n=17$ (奇数)元最优代数免疫函数,故 $g_1(x)$ 也是 $n=17$ (奇数)元最优代数免疫函数。

又设 $f(x)$ 是定理 8 中的代数免疫阶 $AI(f)=8$ 的 $n=16$ (偶数)元的最优代数免疫相关免疫 H 布尔函数,又设 $f_1(x)=1+f(x)$ 。与前面 $g_1(x)$ 的证明相同,仅仅维数小 1。可知 $f_1(x)$ 是 $w_t(f_1(x))=2^{n-2}$ 的 $n=16$ 元的最优代数免疫相关免疫 H

布尔函数。

结束语 H 布尔函数中,还有更多其它重量的 H 布尔函数^[11]。重量 $2^{n-1}+2^{n-2}$ 和 2^{n-2} 的相关免疫 H 布尔函数的最优代数免疫性的结果,可为其它重量相关免疫及弹性 H 布尔函数代数免疫性研究打下基础。

参考文献

- [1] 杜蛟,温巧燕,张劼,等. 5 元 1 阶弹性函数的代数免疫阶[J]. 通信学报,2011,32(4):17-24
- [2] Liu W M, Youssef. On the existence of (10, 2, 7 488) resilient functions[J]. IEEE Trans Information Theory, 2009, 55(1): 411-412
- [3] Xiao Guo-zhen, Massey J L. A Spectral Characterization of Correlation-Immune Combining Functions[J]. IEEE Trans. on Inform, 1988, 34(3):215-220
- [4] 温巧燕,钮心忻,杨义先. 现代密码学中的布尔函数[M]. 北京:科学出版社,2000
- [5] 李世取,曾本胜,廉玉忠,等. 密码学中的逻辑函数[M]. 北京:北京中软电子出版社,2003
- [6] 温巧燕,张劼,钮心忻,等. 现代密码学中的布尔函数研究综述[J]. 电信科学,2004,20(12):43-46
- [7] 黄景廉,王卓. H 布尔函数的相关免疫性与重量的关系[J]. 通信学报,2012,33(2):110-118
- [8] Li W W, Wang Z, Huang J L. The e-derivative of boolean functions and its application in the fault detection and cryptographic system[J]. Kybernetes, 2011, 40(5/6):905-911
- [9] 何亮,王卓,李卫卫. 减小平衡 H 布尔函数相关度的算法和相关问题研究[J]. 通信学报,2010,31(2):93-99
- [10] Ding Y J, Wang Z, Ye J H. Initial-value problem of the Boolean function's primary function and its application in cryptographic system[J]. Kybernetes, 2010, 39(6):900-906
- [11] Delfs H, Knebl H. Introduction to Cryptography[M]. Springer-Verlag, 2002

(上接第 121 页)

数据进行等维新息处理,利用马尔可夫链模型预测出结果的波动范围。本文构建的等维新息灰色马尔可夫模型具有如下优点:

(1)等维新息灰色预测模型既克服了传统灰色预测模型的数据来源固定不变的弊病,又利用了传统灰色预测模型对近期数据预测精度高的优点。

(2)通过建立状态转移概率矩阵可确定互联网上网人数位于不同区间的可能性,通过综合考虑区间预测中值与区间发生概率可更加准确地把握未来上网人数的发展趋势。

虽然该模型计算量较大,但最终取得了较好的结果,为互联网的网络建设和管理提供了决策依据,并为相关方案的制定奠定了基础。

参考文献

- [1] Dang Yue-chen, Xu Juan. Research on the Number of Internet Users Forecast Model Based on matlab[J]. Journal of Beijing Institute of Technology: Social Sciences Edition, 2010, 12(2):

- 47-49
- [2] 陈晶晶,毛谦,刘国辉. 我国互联网用户数预测研究[J]. 光通信研究,2007(01):1-3
- [3] 丁洁. 基于灰色灾变原理的互联网用户人数预测模型[J]. 情报理论与实践,2005,28(5):482-484
- [4] 朱苗苗,牛国锋,乐德广. 基于灰色 Verhulst 的互联网上网人数动态预测模型[J]. 微型机与应用,2011,30(23):91-93
- [5] 连飞. 基于 GM(1,1)模型的我国互联网上网人数灰色预测[J]. 统计与咨询,2008(04):28-29
- [6] 张宗国. 马尔可夫链预测方法及其应用研究[D]. 南京:河海大学,2005,6:14-15
- [7] 熊岗,陈章潮. 灰色预测模型的缺陷及改进方法[J]. 系统工程,1992,10(2):42-44
- [8] 邓聚龙. 灰预测与灰决策[M]. 武汉:华中理工大学出版社,2002
- [9] 李东,苏小红,马双全. 基于新维灰色马尔科夫预测模型的股价预测算法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2003,35(2):244-248
- [10] 赵晓梅,盖美. 基于等维新息灰色马尔可夫模型的大连城市用水量预测[J]. 水文,2011,31(1):66-69