

多元 Chebyshev 正交多项式混合模型及其在 医学图像分割中的应用

刘 哲^{1,2} 宋余庆² 宋旼珊³

(吉林师范大学计算机学院 四平 136000)¹ (江苏大学计算机科学与通信工程学院 镇江 212013)²
(江苏科技大学数理学院 镇江 212013)³

摘 要 针对原有一元正交多项式混合模型只能根据灰度特征分割图像的问题,提出一种基于多元 Chebyshev 正交多项式混合模型的多维特征的医学图像分割方法。首先,根据 Fourier 分析方法与张量积理论推导出图像的多元 Chebyshev 正交多项式,并构建多元正交多项式的非参数混合模型,用最小均方差(MISE)估计每一个模型的平滑参数;然后,用 EM 算法求解正交多项式系数和模型的混合比。此方法不需要对模型作任何假设,可以有效克服“模型失配”问题。通过实验,表明了该分割方法的有效性。

关键词 非参数混合模型,图像分割,平滑参数,多元正交多项式

中图分类号 TP391 文献标识码 A

Medical Image Segmentation Based on Finite Mixture Models of Non-parametric Multivariate Chebyshev Orthogonal Polynomials

LIU Zhe^{1,2} SONG Yu-qing² SONG Min-Shan³

(Department of Computer Science, Jilin Normal University, Sipin 136000, China)¹

(Department of Computer Science and Telecommunication, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)²

(Department of Mathematics and Physics, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212013, China)³

Abstract To solve the problem of over-reliance on priori assumptions of the parameter methods for finite mixture models and the problem that monic Chebyshev orthogonal polynomials can only process the gray images, a segmentation method of mixture models of multivariate Chebyshev orthogonal polynomials for color image was proposed in this paper. First, the multivariate Chebyshev orthogonal polynomials was derived by the Fourier analysis and the tensor product theory, and the nonparametric mixture model of multivariate orthogonal polynomials was proposed. And the mean integrated squared error(MISE) was used to estimate the smoothing parameter for each model. Second, the expectation maximum(EM) algorithm was used to estimate the orthogonal polynomial coefficients and the model of the weight. This method does not require any prior assumptions on the model, and it can effectively overcome the “model mismatch” problem. The experimental results with the images show that this method can achieve better segmentation results than the mean-shift method.

Keywords Non-parametric mixture models, Image segmentation, Smoothing parameter, Multivariate orthogonal polynomial

1 引言

医学图像分割是把图像中具有特殊含义的不同区域分割开来,并使分割结果尽可能地接近解剖结构,从而为临床诊疗和病理学研究提供可靠依据,是目前医学图像处理中的重要研究内容之一。聚类分割算法是一种常用的图像分割技术,多年来已经提出了大量基于聚类的图像分割算法,如应用硬聚类的分割算法^[1]、应用模糊聚类的分割算法^[2]、应用进化聚

类的分割算法^[3]和应用概率聚类的分割算法^[4],其中有限混合模型分割算法是应用概率聚类分割方法的一种常用方法。

有限混合模型的核心问题是分量密度函数的选择。Fernandez 提出了 Poisson 混合模型;Diego 在扩展 α 分布的基础上,提出了适合于脉冲和非对称的 α 混合模型;Peer 提出了 t -分布混合分布模型^[5];Bouguila 提出了基于 Dirichlet 的混合模型^[6];Fan 提出了广义高斯分布混合模型^[7]等。本文为了克服有参混合模型对先验知识的过分依赖,使用正交多项式

到稿日期:2012-05-07 返修日期:2012-08-16 本文受国家自然科学基金(60841003),教育部博士点基金(20113227110010),江苏省博士创新基金(CX10B_274Z),吉林教育厅“十二五”科学技术研究项目,吉教科合字[2013]第 448 号资助。

刘 哲(1982—),女,博士,讲师,主要研究领域为图像处理、图像数据库等,E-mail:l_zhe1016@yahoo.com.cn(通信作者);宋余庆(1959—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为数据挖掘、图像数据库系统、知识发现、模式识别;宋旼珊(1987—),女,硕士,助教,主要研究领域为应用数学、数据挖掘和图像处理。

作为非参数混合模型的分量密度函数。对于图像分割,仅从图像的灰度差别来分割图像是不够的,它们的差别还表现在图像的纹理、位置等其它特征中。因此,图像分割问题也可以看成是在由原始图像的灰度、位置信息、纹理等其它特征参数共同构成的多维特征空间中进行分类的问题。为了利用图像的多种特征信息,克服传统的一元正交多项式混合模型只能限制在利用图像的灰度特征对图像进行分割的缺点,提出了多元的正交多项式混合模型的医学图像分割方法。

针对医学图像数据样本,提出一种适合医学图像数据的多元的 Chebyshev 正交多项式,并构建其非参数的混合模型,以实现医学图像的分割。通过推导一类多元的 Chebyshev 正交多项式,可以实现对医学图像的处理;采用非参数的混合模型可处理任意形式的概率分布,不存在“模型失配”问题。首先定义图像的非参数多元 Chebyshev 正交多项式混合模型;然后通过 EM 算法多次迭代估计其中组合的系数,即每个类的先验概率;最后使用贝叶斯规则对图像进行分类,得到最终的图像分割结果。实验结果表明,本方法适用于 CT 图像的分割问题,避免了有参混合模型存在的“模型失配”问题。

2 Chebyshev 正交多项式混合模型

2.1 一元 Chebyshev 正交多项式混合模型

非参数的密度估计方法^[8]是直接根据样本数据估计总体的密度,然后用估计得到的密度分布来描述数据总体。目前非参数密度估计方法多种多样,主要有频率直方图估计、核密度估计(kernel density estimate)、正交序列估计(orthogonal series estimate)、最近邻估计(nearest neighbor estimate)等,主要应用于社会科学、物理科学、生物科学以及各种工程技术等领域,本文所采取的是正交序列非参数密度估计方法。

正交序列密度估计是 Cencov^[9]引入的,并被应用到不同的领域,特别是模式识别和分类等方面。对于一个连续的未知的概率分布 f ,其中的独立同分布的自由样本为 X_1, \dots, X_N ,定义这个正交序列密度估计为:

$$f_N(x) = \sum_{i=1}^N a_i e_i(x) \quad (1)$$

式中, $a_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_i(X_k)$, $\{e_i(x)\}_{i=1}^{\infty}$ 是一个完全的正交系统。Gehringer 考虑到实际应用中的需要对其进行改进:

$$f_N(x) = \sum_{i=1}^m a_i e_i(x) \quad (2)$$

式中, $a_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_i(X_k)$, $i=1, 2, \dots, m$, $\{e_i(x)\}_{i=1}^m$ 是满足 Hilbert 空间 $L_2([a, b])$ 的正交基。

常用的正交多项式有 Legendre 正交多项式^[10]、Chebyshev 多项式、二类 Chebyshev 多项式^[11]等。本文采用的是 Chebyshev 多项式。

一元 Chebyshev 的定义形式为:

$$e_n(x) = \cos(n \arccos x) (n=0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

① $\{u_n(x)\}$ 是在区间 $[-1, 1]$ 上带权函数 $\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 的正交多项式序列;

② 相邻的 3 项递推关系式:

$$\begin{cases} e_0(x) = 1, e_1(x) = x, \\ e_{n+1}(x) = 2xe_n(x) - e_{n-1}(x) (n=1, 2, \dots) \end{cases} \quad (4)$$

构成一元一类 Chebyshev 正交系统混合模型的形式如下:

$$f_{1/s}(x) = \sum_{j=1}^k w_j \left\{ \sum_{i=1}^{K_{N_j}} a_{i,j} \cos(n \arccos x) \right\} \quad (5)$$

式中, $(a_{0,j}, a_{1,j}, \dots, a_{K_{N_j}, j})$ 是条件概率密度函数的傅立叶系数的估计,其中 K_N 是余弦展开式中的截断点。

2.2 多元 Chebyshev 正交多项式混合模型

一元 Chebyshev 正交多项式可从余弦变换而得,并可由此导出 Jacobi 多项式。Koornwinder 于 1974 年首次把这个思想推广到二维。在一个称为 Steiner 内摆线的曲三解域上构造分析了双变量 Chebyshev 正交多项式。应用 Fourier 分析与张量积方法,可以把单变量正交多项式推广到矩形区域双变量正交多项式,及一般高维 Box 区域上的正交多项式。

基于近年来对多变量 Fourier 的分析与多变量三角函数的研究^[12-15],寻找多变量三角函数与多变量正交多项之间的联系是目前一直在研究的问题。关键之一是要找到合适的二阶偏微分方程(PDE)算子。PDE 中的 Fourier 方法(分离变量法)是求解 PDE 问题的一个重要方法^[16]。本文把偏微分方程的定解问题通过变量分离转达化为一个特征值问题,并把它的解表示成按特征函数展开的级数的形式。目前把数学物理方程的特征值问题抽象为算子方程的特征值问题,经典的 PDE 中都出现表达式 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$, 及其高维对应式称为 u 的 Laplace 算子。

在利用分离变量法求解定解问题的时候,对方程和边界条件都要进行变量分离。一般而言,能否应用分离变量法除了与方程和边界条件本身的形式有关之外,还和所选择的坐标系有关。这个时候要根据边界情况来选取合适的坐标系。可以应用分离变量法的正交坐标系有多种,如直角坐标系、圆柱坐标系、球坐标系、椭圆柱坐标系、回转抛物面坐标系等等。根据本文研究的内容及特点,选择直角坐标系作为分离变量法的正交坐标系。

分离变量法的主要步骤如下。

(1) 根据给定的边界形状,选择适当的坐标系,正确写出该坐标系下拉普拉斯的表达式及给定的边界条件。

(2) 经变量分离将偏微分方程化简为常微分方程,并给出常微分方程的通解,其中含有待定常数。

(3) 利用给定的边界条件,确定通解中的待定常数,获得满足边界条件的特解。

本文根据 CT 图像数据的特点,采用分离变量法理论推导适合 CT 图像的三元 Chebyshev 正交多项式,其过程如下:

(1) 求解直角坐标系中的三维 Laplace 方程:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

根据图 1 给定的边界条件为:

$$\begin{cases} u=0, \alpha=0, 0 \leq \beta \leq \pi, 0 \leq \theta \leq \pi \\ u=0, \alpha=\pi, 0 \leq \beta \leq \pi, 0 \leq \theta \leq \pi \\ u=0, \beta=0, 0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \theta \leq \pi \\ u=0, \beta=\pi, 0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \theta \leq \pi \\ u=0, \theta=0, 0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \beta \leq \pi \\ u=V_0, \theta=\pi, 0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \beta \leq \pi \end{cases} \quad (7)$$

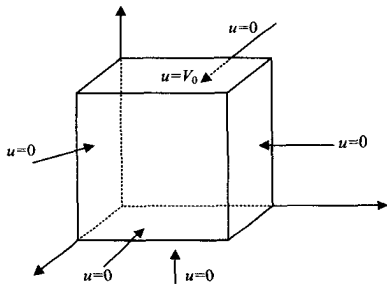


图1 直角坐标系

(2)进一步对空间坐标分离变量,设

$$u(\alpha, \beta, \theta) = X(\alpha)Y(\beta)Z(\theta) \quad (8)$$

结合边界条件,可得到如下本征值问题:

$$\begin{cases} X'' - \lambda_1 X = 0 \\ X(0) = X(\pi) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} Y'' - \lambda_2 Y = 0 \\ Y(0) = Y(\pi) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} Z'' - \lambda_3 Z = 0 \\ Z(0) = Z(\pi) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

求解本征值问题可得:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -l^2, X_l = A_l \cos l\alpha, l=1, 2, 3, \dots \\ \lambda_2 = -m^2, Y_m = B_m \cos m\beta (m=1, 2, 3, \dots) \\ \lambda_3 = -n^2, Z_n = C_n \cos n\theta, n=1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (12)$$

(3)构造特解并叠加得到:

$$u(\alpha, \beta, \theta) = \sum_{l,m,n=1}^{\infty} C_{lmn} \cos l\alpha \cos m\beta \cos n\theta \quad (13)$$

一元正交多项可以由三角函数经过变量代换得到。令:

$$u_n(\theta) = T_n(x) \quad (14)$$

将 $x = \cos\theta$ 代入余弦函数 $u_n(\theta) = \cos n\theta$, 得到本征多项式:

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x) \quad (15)$$

即一元一类 Chebyshev 正交多项式。

Chebyshev 多项式是一类偏微分方程的特征函数,根据偏微分方程的分离变量法及张量积理论,三元的偏微分方程的特征函数就是一元 Chebyshev 多项式的乘积,形式如下。

$$T_{l,m,n}(x, y, z) = T_l(x) * T_m(y) * T_n(z) \quad (16)$$

递推关系:

$$T_{0,0,0}(x, y, z) = 1$$

$$T_{1,0,0}(x, y, z) = x, T_{0,1,0}(x, y, z) = y, T_{0,0,1}(x, y, z) = z$$

$$T_{2,0,0}(x, y, z) = 2x^2 - 1, T_{0,2,0}(x, y, z) = 2y^2 - 1, T_{0,0,2}(x, y, z) = 2z^2 - 1$$

$$T_{1,1,0}(x, y, z) = xy, T_{1,0,1}(x, y, z) = xz, T_{0,1,1}(x, y, z) = yz$$

$$T_{1,1,1}(x, y, z) = xyz$$

.....

$$T_{l,m,n}(x, y, z) = \left(\frac{l}{2}\right)^{\frac{l}{2}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{l}{2} \rfloor} (-1)^k \frac{(l-k-1)!}{k! (l-2k)!} (2x)^{l-2k} \quad (17)$$

$$\left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{m}{2}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} (-1)^k \frac{(m-k-1)!}{k! (m-2k)!} (2y)^{m-2k}$$

$$\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} (-1)^k \frac{(n-k-1)!}{k! (n-2k)!} (2z)^{n-2k}$$

构成三元 Chebyshev 正交系统混合模型的形式如下:

$$f_{1/s}(x, y, z) = \sum_{j=1}^K w_j \left\{ \sum_{i=1}^{K_{N_j}} a_{i,j} e_{l,m,n}(x, y, z) \right\} \quad (18)$$

式中, $e_{l,m,n}(x, y, z) = T_{l,m,n}(x, y, z)$, $(a_{0,j}, a_{1,j}, \dots, a_{K_{N_j},j})$ 是条件概率密度函数的傅立叶系数的估计,其中 K_N 是余弦展开式中的截断点。

3 基于多元 Chebyshev 正交多项式混合模型的图像分割

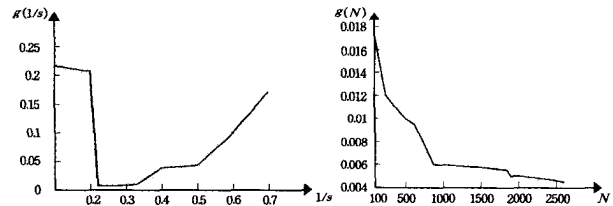
3.1 平滑参数估计

平滑参数 $1/s (K_N \approx N^{1/s})$ 在混合模型参数估计中占重要作用,它决定混合模型的收敛程度。为了衡量 $f_{1/s}(x, y, z)$ 的有效性,采用理论概率密度函数 $f(x, y, z)$ 和样本估计概率密度函数 $f_{1/s}(x, y, z)$ 之间的最小均方差 MISE 作为准则函数^[8]:

$$g(1/s) = E \left(\int_A |f(x, y, z) - f_{1/s}(x, y, z)|^2 dx dy dz \right) \quad (19)$$

$g(1/s)$ 应该达到最小,即为 $f_{1/s}(x, y, z)$ 估计的最优值。

当样本数量固定为 $N=2400$ 时,从图 2(a)可知, $MISE(g(1/s))$ 在 $1/s$ 取 $[0.2, 0.33]$ 之间的值时达到最小。当平滑参数固定为 $1/s=0.25$ 时,从图 2(b)可知, $MISE(g(N))$ 的函数曲线在样本数量大于 1500 时趋于平稳。多次实验可见,函数曲线也呈图 2(a)和图 2(b)的趋势。



(a) 样本数量固定 MISE 值 (b) 平滑参数固定 MISE 值

图2 平滑参数估计

3.2 基于多维特征的多元 Chebyshev 正交多项式混合模型 CT 图像分割

对于文中提出的多元 Chebyshev 正交多项式混合模型,它不需要预先假设图像像素的条件概率密度函数,直接根据样本数据估计该数据场的概率密度函数。采用基于多元非参数正交多项式混合模型的随机化非参数期望最大化算法 (SNEM based on Multivariate Orthogonal Polynomials, MOP-SNEM) 求解模型正交多项式和混合比系数,并将该模型用于图像分割的算法流程如下:

输入: 图像 X, 分类数 K

输出: 分割区域

(1)初始化: 对于图像大小为 N 的观测样本,使用 K-均值算法将其初始划分为 K 类,并对参数进行初始化设置:

$$w_j^0 = \frac{N_j^0}{N} \quad (20)$$

$$a_{m,j}^0 = \frac{1}{N_j^0} \sum_{i=1}^{N_j^0} e_{l,m,n}(x_i, y_i, z_i) \quad (21)$$

式中, $j=1, \dots, K, m=0, \dots, K_{N_j^0}, K_{N_j^0} = \text{int}[(N_j^0)^{1/s}], \text{int}[x]$ 是取不大于 x 的最大整数。

(2)E-步: 像素 (x_i, y_i, z_i) 属于第 j 类的后验概率 P_j^t :

$$P_j^n = \frac{w_j^n f((x_i, y_i, z_i) | \theta_j^n)}{\sum_{i=1}^K w_i^n f((x_i, y_i, z_i) | \theta_i^n)} \quad (22)$$

(3) M-步: 根据 E-步计算的第 n 次迭代的后验概率, 则有第 n+1 次迭代的各系数更新公式:

$$w_j^{n+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_j^n(x_i, y_i, z_i) \quad (23)$$

$$a_{m,j}^{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^N e_m(x_i, y_i, z_i) P_j^n(x_i, y_i, z_i)}{\sum_{i=1}^N P_j^n(x_i, y_i, z_i)} \quad (24)$$

式中, $m=0, \dots, K_j^{n+1}, K_j^{n+1} = \text{int}[(N_j^{n+1})^{1/8}], N_j^{n+1} = N w_j^{n+1}$

(4) 满足结束条件则停止, 否则转第(2)步。

(5) 应用贝叶斯规则根据像素 x_i 属于第 j 类的后验概率 P_j^n 进行分类:

$$j(x_i, y_i, z_i) = \arg \max_{1 \leq j \leq K} \{P_j^n(x_i, y_i, z_i)\} \quad (25)$$

式中, $j(x_i, y_i, z_i)$ 表示像素 (x_i, y_i, z_i) 的类别标签。

4 实验及结果分析

为了验证论文提出的基于非参数多元 Chebyshev 正交序列混合模型的 CT 图像分割算法的有效性, 实验使用 Dell 公司图像专用工作站, CPU 为 Intel(2)nl(TM), 速度 1.5GHz, 内存 1Gb, 硬盘 120Gb, matlab7.0 作为实验开发工具。

从江苏大学附属医院的影像数据库中选择了 130 幅人体腹部 CT 图像, 如图 3 所示。使用本文提出的基于多元正交多项式混合模型的 MOP-SNEM 分割算法与基于多元正交多项式密度模型的 MCOP-Seg 算法进行了比较实验。MOP-SNEM 分割方法所得的部分组织器官, 如肝脏、脾脏、左肾和右肾分别如图 4 所示。基于多元正交多项式密度模型的 MCOP-Seg 算法分割的部分组织器官如图 5 所示。从两种方法的分割结果可以明显看出, MCOP-Seg 算法能很好地分割人体腹部图像, 尤其是肾脏, 但肝脏和脾脏器官与其周围的肌肉组织没有分割开; 而 MOP-SNEM 分割算法不仅能很好地分割人体腹部图像, 而且可以很好地将其分割清晰。



图 3 真实医学腹部 CT 图像

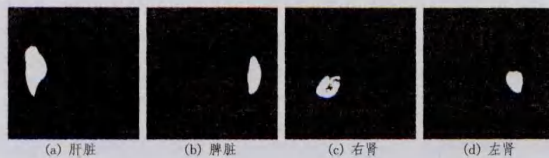


图 4 基于多元 Chebyshev 正交多项式混合模型的医学图像分割方法



图 5 基于多元 Chebyshev 正交多项式分割算法(MCOP-Seg)的部分分割结果

基于二元正交多项式密度模型的 MCOP-Seg 算法对腹部图像分割的缺陷, 主要是单一的密度模型不能精确地描述复杂的人体腹部图像。基于多元正交多项式混合密度模型可以无限逼近真实的数据密度函数, 为不同的组织使用不同的密度阈值, 可更准确地拟合图像。本研究表明, 在基于正交多项式密度模型的基础上构造其混合模型来实现图像分割, 对人体腹部图像具有更好的分割效果, 实验验证了这个结论。

为了评价分割的质量, 本文用错分率 (Misclassification Ratio, MCR)^[17] 和计算时间来评价分割质量。对这 130 幅图的 4 个组织分别计算出 MCR 和时间两个指标的平均值进行比较, 如表 1 所列。从表中可知, 基于多元正交多项式混合模型的 MOP-SNEM 算法分割效果比多元正交多项式密度模型的 MCOP-Seg 分割算法分割效果好, 但是计算时间比 MCOP-Seg 分割算法长, 而 MCOP-Seg 分割算法分割时间短、计算效率高, 适用于一般性能机器环境下进行图像分割。

表 1 不同分割方法的实验结果对比

分割算法	MCR(%)				时间 (sec)
	肝脏	左肾	右肾	脾脏	
MCOP-Seg	0.98	0.84	0.72	0.95	100.09
本文方法	0.77	0.80	0.62	0.78	155.13

采用正确率和误判率对两种方法的分割结果进行比较。正确率是指属于每个部位(肝脏、肾脏、脾脏等)的像素点被判别为属于此部位的像素点数占此部位总像素点数的百分比。误判率是指不属于每个部位(肝脏、肾脏、脾脏等)的像素点被判别为属于此部位的像素点数占此部位总像素点数的百分比。结果表明, 本文基于多元 Chebyshev 正交多项式混合模型的 MOP-SNEM 分割较好, 更适合医学图像的理解和分析。

结束语 本文利用医学图像的多维特征信息, 提出了一种非参数多元 Chebyshev 正交多项式的图像混合模型分割方法。该方法克服了原有的非参数混合模型分割方法只能根据图像的灰度特征对图像分割的缺点, 而且能够对医学图像进行较准确的分割。根据 Fourier 方法和张量积原理推导多元的正交多项式, 利用 EM 算法的多次迭代, 求解混合模型的参数。实验结果表明: 本文方法能够利用图像的多维特征实现对医学图像的分割, 并且与其它分割算法相比, 效果较好。

参考文献

- [1] Randall J, Guan Ling, Li Wan-qing, et al. The HCM for perceptual image segmentation[J]. Neurocomputing, 2008, 71(10/12): 1966-1979
- [2] Li Bing-nan, Chui C K, Chang S, et al. Integrating spatial fuzzy clustering with level set methods for automated medical image segmentation[J]. Computers in Biology and Medicine, 2011, 41(1): 1-10
- [3] Yeh J-Y, Fu J C. A hierarchical genetic algorithm for segmentation of multi-spectral human-brain MRI[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 34(2): 1285-1295
- [4] Nguyen T M, Wu Q M J. Dirichlet Gaussian mixture model: Application to image segmentation[J]. Image and Vision Computing, 2011, 29(12): 818-828
- [5] Peel D, McLachlan G J. Robust mixture modelling using the t distribution[J]. Statistics and Computing, 2000, 10(4): 339-348

[6] Bouguila N, Ziou D, Vaillancourt J. Unsupervised learning of a finite mixture model based on the Dirichlet distribution and its application[J]. IEEE Transactions On Image Processing, 2004, 13(11):1533-1543

[7] Fan S. Image thresholding using a novel estimation method in generalized gaussian distribution mixture modeling[J]. Neurocomputing, 2008, 72(1-3):500-512

[8] Zribi M, Ghorbel F. An unsupervised and non-parametric Bayesian classifier[J]. Pattern Recognition Letters, 2003(24):97-112

[9] Cencov N N. Evaluation of an unknown distribution density from observations[J]. Soviet Mathematics, 1962(3):1559-1562

[10] Liu Zhe, Xiao Jian-guo, Song Yu-qing. Image segmentation based on non-parametric mixture model of Legendre orthogonal polynomial[J]. Application Research of Computers, 2010, 27(8):3165-3167

[11] Liu Zhe, Song Yu-qing, Chen Jian-mei, et al. Image Segmentation based on Finite Mixture Models of Non-parametric Chebyshev Orthogonal Polynomials of the Second Kind[J]. Journal of Com-

puter Research and Development, 2011, 11:2008-2014

[12] Sun J. m Dimension Fourier Series over Domains with $m+1$ Direction Mesh[R]. Technical Report, 2002:11-17

[13] Sun J, Li H. Generalized Fourier transform on an arbitrary tiralngular doman[J]. Advances in Computational Mathematics, 2005(22):223-248

[14] Sun J. Multivariate Fourier transform methods over simplex and super-simplex domains[J]. Journal of Computational Mathematics, 2006(24):55-66

[15] Sun J. Approximate eigen-decomposition preconditioners for solving numerical PDE problems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006(172):772-787

[16] Asmar N H. Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems (2nd Edition) [M]. Prentice Hall, 2004

[17] Song T, Gasparovic C, Andreassen N, et al. A hybrid tissue segmentation approach for brain MR images[J]. Medical and Biological Engineering and Computing, 2006, 44(3):242-249

(上接第 244 页)

表 4 所列。

表 4 PSO 与 CPSO 算法的运行结果

算法	距最优方案的平均距离	达到最优值次数的百分比(%)
PSO	1.15	0
CPSO	0.76	46

由表 4 运行结果看出, CPSO 比 PSO 算法在解决该问题时更有效, 距离最优值的平均距离比 PSO 的算法结果好。而且可以达到比 PSO 算法更优的解, 避免其陷入局部最优。

根据图 1 结果可以看出在资源使用不受限情况下运用 CPSO 算法计算得到的项目最小工期为 61 天, 而运用 PSO 算法计算得到的项目最小工期却为 62 天, 从而说明 CPSO 算法可以在一定程度上避免算法陷入局部最优, 且收敛更快。

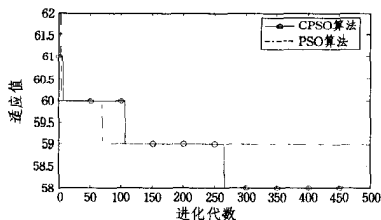


图 1 PSO 与 CPSO 收敛性对比

结束语 本文通过粒子群优化算法的原理产生和更新优先规则, 并运用串行调度生成机制的原理, 在资源受限的情况下, 合理安排资源执行相应工序, 求出最优解。此外, 为避免算法陷入局部最优, 利用混沌初始化形成的混沌序列作为粒子初始位置, 并且采用并行的混沌粒子群算法, 有效增加了算法的全局寻优能力, 从而寻得最优解。通过实例研究发现, 采用这种算法能较快寻找到最优解, 验证了算法的有效性。但是在实际情况中, 出于人性化方面的考虑, 还应考虑到资源使用间隔、影响资源疲劳度的各种因素、平均作业时间等, 这些可在以后进一步研究。

参考文献

[1] 黄敏镁, 罗荣桂. 柔性资源约束下的产品开发项目优化调度研究[J]. 管理工程学报, 2010, 4:143-147

[2] Bector F F. A New and Efficient Heuristic for Scheduling Projects with Resource Restrictions and Multiple Execution Modes[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 90:349-361

[3] Özdamar L, Ulusoy G. A Local Constraint Based Analysis Approach to Project Scheduling under General Resource Constraints[J]. European Journal of Operational Research, 1994, 79:287-298

[4] 刘军民, 高岳林. 混沌粒子群优化算法[J]. 计算机应用, 2008, 28(2):322-325

[5] 喻小光, 战德臣, 聂兰顺, 等. 柔性资源约束的资源水平项目调度问题[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(9):1967-1976

[6] 刘士新. 项目优化调度理论与方法[M]. 北京:机械工业出版社, 2006

[7] 寿涌毅. 资源受限多项目调度的模型与方法[M]. 杭州:浙江大学出版社, 2010

[8] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]// Proc. IEEE int'l Conf. on Neural Networks Vol. IV, IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1995:1942-1948

[9] Shi Y, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]// 1999 Congress on Evolutionary Computation CEC'99. IEEE Service Center, 1999:1945-1949

[10] Alcaraz J, Maroto C. A robust genetic algorithm for resource allocation in project scheduling[J]. Annals of Operations Research, 2001, 102(1-4):83-109

[11] Burgess R, Killebrew B. Variation in activity level on a cyclical arrow diagram[J]. Journal of Industrial Engineering, 1962, 13(2):7683

[12] 玄光男, 程润伟. 遗传算法与工程优化[M]. 北京:清华大学出版社, 2004

[13] 王华秋, 曹长修. 并行混沌粒子群优化研究及应用[J]. 计算机仿真, 2005, 22(11):98-101