

Dempster 组合规则适用性分析

肖建于¹ 童敏明² 范 祺¹ 王小蕾¹

(淮北师范大学计算机科学与技术学院 淮北 235000)¹

(中国矿业大学信息与电气工程学院 徐州 221116)²

摘要 针对传统冲突系数识别证据冲突存在漏识、误识和冲突系数值会累加增大等问题,采用 pignistic 变换后得到的概率赋值函数之间的距离,结合传统冲突量化标准,研究了 Dempster 组合规则适用性判断方法。通过与 Liu 判断 Dempster 组合规则适用性方法的对比结果表明,本方法对 Dempster 组合规则适用判断有较好的适用性与合理性。

关键词 证据理论, Dempster 组合规则, 证据冲突, pignistic 概率距离

中图分类号 TP182 **文献标识码** A

Analysis on the Applicability of Dempster's Combination Rule

XIAO Jian-yu¹ TONG Min-ming² FAN Qi¹ WANG Xiao-lei¹

(School of Computer Science and Technology, Huaibei Normal University, Huaibei 235000, China)¹

(School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221116, China)²

Abstract Aiming at the open issues that the classical conflict coefficient in D-S evidence theory cannot correctly recognize the evidence conflict and the conflict increases with the number of information sources, adopting the distance among probability assignment functions transformed by pignistic and integrating classical conflict quantification standard, the applicability of Dempster's combination rule was analyzed. The results of the numerical examples and the comparison with the method made by Weiru Liu demonstrate that the proposed method provides a good applicable and reasonable indicator on the applicability of Dempster's combination rule.

Keywords Evidence theory, Dempster's combination rule, Evidence conflict, Pignistic probability distance

1 引言

Dempster 组合规则^[1]在合成冲突较大的证据时可能会得到有悖常理的结论,这给目标真实类别的识别带来困难。为了有效解决证据冲突及其对合成结果的不利影响,国内外学者对 Dempster 组合规则进行了深入研究,提出修正 Dempster 组合规则^[2-4]和修改原始证据源^[5-7]两种解决思路。但无论采用何种解决思路,在选择合适的组合规则前确定证据之间是否冲突是个至关重要的步骤^[8]。目前通常把组合后分配给空集的未进行归一化的基本概率赋值(Basic Probability Assignment, BPA)即传统冲突系数 k 作为度量证据之间的冲突测度。但近几年,一些学者陆续发现传统冲突系数 k 不能很好地度量证据之间的冲突程度,因此提出了一些新的冲突度量标准^[9-11]。在各种冲突衡量标准下,如何合理地选择 Dempster 组合规则就成为一个值得研究的问题。

通常,根据传统冲突系数 k 值来判断是否能使用 Dempster 组合规则。然而, k 值判断冲突时会存在漏判、误判和 k 值会随证据源数目增加而增大等问题,不能有效衡量证据冲突程度^[9, 12, 13]。Liu^[9]对证据冲突度量一般机理进行了研究,提出基于传统冲突系数 k 和 pignistic 概率距离 $diffBetP$ 度量

证据冲突的方法,并分析了冲突测度对 Dempster 组合规则使用的影响,认为冲突测度对合理使用 Dempster 组合规则至关重要。但 Liu 仅依据 $diffBetP$ 充分大和充分小两个阈值将两个证据不冲突情形下的 Dempster 组合规则适用性划分为不使用 Dempster 组合规则、谨慎使用 Dempster 组合规则和建议使用 Dempster 组合规则 3 种情况,这种划分存在 Dempster 组合规则使用判断鲁棒性差、指示不合理等问题。本文在 Liu 判断方法基础上,提出利用 k 和 $diffBetP$ 两个值来共同判断 Dempster 组合规则适用性,并将 Dempster 组合规则的适用性判断分为 6 种情形。通过典型算例分析,表明本文对 Dempster 组合规则适用性判断方法具有较好的适用性和合理性。

2 冲突判断及存在的问题

定义 1^[1] 设 m_1 和 m_2 为同一个识别框架 Θ 上的两个基本概率赋值函数, Dempster 组合规则定义为:

$$m_{1 \oplus 2}(A) = \frac{\sum_{B, C \subseteq \Theta, B \cap C = A} m_1(B)m_2(C)}{1 - k} \quad (1)$$

式中

$$k = m_{1 \oplus 2}(\emptyset) = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B)m_2(C)$$

到稿日期:2012-03-31 返修日期:2012-07-23 本文受国家自然科学基金(61102117),淮北师范大学校级教研项目(jy12109)资助。

肖建于(1976—),男,硕士,副教授,主要研究方向为信息融合、模式识别, E-mail: xy_xiao@163.com;童敏明(1956—),男,教授,主要研究方向为传感器及检测技术。

k 即为传统冲突系数。文献[9, 12, 13]指出, 利用传统冲突系数 k 识别证据冲突会存在漏识、误识和冲突系数累加增大等问题, 于是 Liu 提出基于冲突系数 k 和 pignistic 概率距离 $difBetP$ 度量证据冲突的方法^[9]。

定义 2^[14] 设 m 为识别框架 Θ 上的基本概率赋值函数, pignistic 概率函数 $BetP_m: \Theta \rightarrow [0, 1]$ 定义为:

$$BetP_m(\omega) = \sum_{A \subseteq \Theta, \omega \in A} \frac{1}{|A|} \frac{m(A)}{1 - m(\emptyset)}, m(\emptyset) \neq 1 \quad (2)$$

将 $BetP_m$ 定义扩展到识别框架 Θ 的幂集 2^Θ 上, 定义 $BetP_m$ 为:

$$BetP_m(A) = \sum_{\omega \in A} BetP_m(\omega) \quad (3)$$

式中, $|A|$ 表示子集 A 的基数。当 $m(\emptyset) = 0$ 时, $\frac{m(A)}{1 - m(\emptyset)}$ 简化为 $m(A)$ 。

基本概率赋值函数 m 到 $BetP_m$ 的变换称为 pignistic 转换 (Pignistic Transformation)。 $BetP_m$ 描述了基本概率赋值对幂集 2^Θ 上各个命题子集的支持程度。 $BetP_m(A)$ 描述了支持命题子集 A 为真的全部概率值。

利用 $BetP_m$ 函数, 定义两个证据的 pignistic 概率距离。

定义 3^[9] 设 m_1, m_2 为识别框架 Θ 上的两个基本概率赋值函数, $BetP_{m_1}, BetP_{m_2}$ 为对应的 pignistic 转换后的概率函数, 定义 pignistic 概率距离 $difBetP_{m_1}^{m_2}$ 为:

$$difBetP_{m_1}^{m_2} = \max_{A \subseteq \Theta} |BetP_{m_1}(A) - BetP_{m_2}(A)| \quad (4)$$

式中, $|BetP_{m_1}(A) - BetP_{m_2}(A)|$ 表示两个证据对子集 A 的 pignistic 转换后的概率差值, 反映了基本概率赋值之间的差异。 $difBetP_{m_1}^{m_2}$ 则描述了证据间对于不同命题支持程度的最大差异, 可用这个最大差异值来描述证据间的冲突程度。

显然, $0 \leq difBetP_{m_1}^{m_2} \leq 1, difBetP_{m_1}^{m_2} = difBetP_{m_2}^{m_1}$ 。 $difBetP_{m_1}^{m_2}$ 越大, 表示 m_1 与 m_2 之间区别越明显。当 $m_1 = m_2$ 时, $difBetP_{m_1}^{m_2} = 0$ 。在不引起混淆的情况下, $difBetP_{m_1}^{m_2}$ 可以简记为 $difBetP$ 。多个证据间的 $difBetP$ 可用两两证据的 $difBetP$ 最大值来衡量, 即 $difBetP = \max_{i < j} difBetP_{m_i}^{m_j}$ 。

以 k 和 $difBetP$ 为基础, Liu 提出一种判定证据冲突的测度。

定义 4^[9] 设 m_1 和 m_2 是识别框架 Θ 上的两个基本概率赋值函数。令二元组 $cf(m_1, m_2) = \langle k, difBetP \rangle$ 为判定证据冲突的测度。当且仅当 $difBetP > \epsilon$ 和 $k > \epsilon$ 同时成立时, m_1 和 m_2 冲突, 其中 $\epsilon \in [0, 1]$ 为冲突允许阈值。

依据这种冲突测度, 文献[9]分析了冲突对选择 Dempster 组合规则的影响。

定义 5^[9] 令 $cf(m_1, m_2) = \langle k, difBetP \rangle$ 为判定证据冲突的测度, m_1 和 m_2 来自两个异源。当条件(1)成立时, Dempster 组合规则不能使用; 条件(2)成立时, 建议不要使用 Dempster 组合规则; 条件(3)成立时, 谨慎使用 Dempster 组合规则; 条件(4)成立时, 可以使用组合规则。

- (1) 根据定义 4 判定 m_1 和 m_2 冲突 (如取 $\epsilon = 0.85$);
- (2) $difBetP \geq \epsilon_2$;
- (3) $difBetP \in (\epsilon_1, \epsilon_2)$;
- (4) $difBetP \leq \epsilon_1$ 。

其中, 假设阈值 $\epsilon_1 \in [0, 1]$ 充分小, 如取 $0.3, \epsilon_2 \in [0, 1]$ 充分大, 如取 0.8 。

但是, 仅依据 $difBetP$ 充分小和充分大两个阈值来讨论

证据不冲突情形下的 Dempster 组合规则适用性, 而不考虑 k 值的作用, 会做出错误的判断。

例 1 设 m_1 和 m_2 是同一识别框架 $\Theta = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 上的两个基本概率赋值函数:

$$\begin{aligned} m_1(\{a\}) &= 0.3, m_1(\{b\}) = 0.1, m_1(\{c\}) = 0.3, m_1(\{d\}) \\ &= 0.3 \\ m_2(\{b\}) &= 0.1, m_2(\{e\}) = 0.3, m_2(\{f\}) = 0.3, m_2(\{g\}) \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

计算得 $k = 0.99, difBetP = 0.3$ 。设定义 4 和定义 5 中 $\epsilon = 0.85, \epsilon_1 = 0.3, \epsilon_2 = 0.8$ 。由于 $k = 0.99 > \epsilon = 0.85$, 但是 $difBetP = 0.3 < \epsilon = 0.85$, 因此根据定义 4 可知这两个证据不冲突。又因 $difBetP = 0.3 \leq \epsilon_1 = 0.3$, 满足定义 5 中条件(4), 所以判断这两个证据可以使用 Dempster 组合规则合成。但是, 利用 Dempster 组合规则合成这两个证据有: $m(\{b\}) = 1$ 。一个可信度很低的命题 $\{b\}$ 在组合后获得了最大的信任度, 合成结果违背常理。此时, Liu 选择 Dempster 组合规则的判断是错误的。

例 2 设识别框架 Θ 有 20 个元素, 为简化, 用 $1, 2, 3, \dots, 20$ 来表示元素, 即 $\Theta = \{1, 2, \dots, 20\}$, m_1 和 m_2 是同一识别框架 Θ 上的两个基本概率赋值函数:

$$\begin{aligned} m_1(\{1\}) &= 0.9, m_1(\{2, 3, \dots, 20\}) = 0.1 \\ m_2(\{1, 2, \dots, 18\}) &= 0.9, m_2(\{19, 20\}) = 0.1 \end{aligned}$$

计算得 $k = 0.09, difBetP = 0.85$ 。仍假设 $\epsilon = 0.85, \epsilon_1 = 0.3, \epsilon_2 = 0.8$, 由于 $k = 0.09 < \epsilon = 0.85, difBetP = 0.85 \leq \epsilon = 0.85$, 根据定义 4 可知这两个证据不冲突, 又因 $difBetP = 0.85 \geq \epsilon_2 = 0.8$, 满足定义 5 中条件(2), 所以判断这两个证据不要使用 Dempster 组合规则来合成, 否则会得到不合理的结果。但使用 Dempster 组合规则合成得:

$$\begin{aligned} m(\{1\}) &= 0.8901, m(\{2, 3, \dots, 18\}) = 0.0989, \\ m(\{19, 20\}) &= 0.011 \end{aligned}$$

合成结果未消除原始证据中的真假设, 结果合理。

针对以上问题, 本文基于 Liu 选择 Dempster 组合规则的思想, 将 Dempster 组合规则适用性分成 6 种情形。

3 一种新的 Dempster 组合规则适用性判断方法

设 m_1 和 m_2 来自两个异源, $cf(m_1, m_2) = \langle k, difBetP \rangle$ 为判定证据冲突的测度, 在这种冲突衡量标准下, 综合考虑 k 和 $difBetP$ 对选择 Dempster 组合规则的影响, 本文将 Dempster 组合规则适用条件分成 6 种情形:

- (1) 如果 $k \leq \alpha_2, difBetP \leq \beta_1$, 可以使用 Dempster 组合规则;
- (2) 如果 $k > \alpha_2, difBetP \leq \beta_1$, 使用 Dempster 组合规则要谨慎;
- (3) 如果 $difBetP \in (\beta_1, \beta_2)$, 使用 Dempster 组合规则要谨慎;
- (4) 如果 $k \leq \alpha_1, difBetP \geq \beta_2$, 使用 Dempster 组合规则要谨慎;
- (5) 如果 $k \in (\alpha_1, \alpha_2), difBetP \geq \beta_2$, 建议不要使用 Dempster 组合规则;
- (6) 如果 $k \geq \alpha_2, difBetP \geq \beta_2$, 不能使用 Dempster 组合规则。

其中, $\alpha_1, \beta_1 \in [0, 1]$ 是两个比较小的值, 如 0.3 和 0.35 ;

$\alpha_2, \beta_2 \in [0, 1]$ 是两个比较大的值, 如 0.80 和 0.85。 α_1, α_2 和 β_1, β_2 分别是 k 和 $diffBetP$ 允许的阈值。 由于不可能存在绝对意义上的阈值^[15], 因此, $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 和 β_2 的取值只能根据实际应用或由专家经验来确定。

下面, 通过图 1 来解释这 6 种情形。

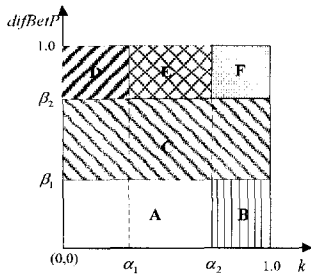


图 1 Dempster 组合规则适用性图解

(1) 对于图 1 中 A 区域: $k \leq \alpha_2, diffBetP \leq \beta_1$ 。表明证据 m_1 和 m_2 之间无冲突或冲突程度很小, 可以使用 Dempster 组合规则。

(2) 对于图 1 中 B 区域: $k > \alpha_2, diffBetP \leq \beta_1$ 。由于 k 值较大, 若只根据 k 来判断, 则表明证据间冲突很大, 因此不能使用 Dempster 组合规则合成。但此时 $diffBetP$ 比较小, 可能是因为焦元间公共元素少, 且各个焦元被赋予的信度较分散而导致 k 值较大, 而不是因为两个证据没有较大的共同信任所致, 这时使用 Dempster 组合规则有可能得到合理的合成结果, 这也是使用 k 来判断冲突时的误判情形。故应根据实际应用谨慎使用 Dempster 组合规则。

(3) 对于图 1 中 C 区域: $diffBetP \in (\beta_1, \beta_2)$ 。当 k 和 $diffBetP$ 的取值靠近 A 区域时, k 和 $diffBetP$ 相对较小, 使用 Dempster 组合规则有可能产生合理结果; 当 k 和 $diffBetP$ 的取值靠近 F 区域时, k 和 $diffBetP$ 相对较大, 表明两个证据的大多数焦元无共同信任或只有较小的共同信任, 此时, 若使用

Dempster 合成规则, 则绝大多数 BPA 将赋给较小的共同信任, 导致与直觉相悖的结论, 这也是误用 Dempster 组合规则的情况。故此情况下使用 Dempster 组合规则要谨慎。

(4) 对于图 1 中 D 区域: $k \leq \alpha_1, diffBetP \geq \beta_2$ 。由于 k 值较小, 若只根据 k 来判断, 则表明证据间冲突程度很小, 因此完全可以使用 Dempster 组合规则合成。但是, 此时 $diffBetP$ 比较大, 大于 β_2 , 则表明两个证据之间存在的共同信任有较大差异, 证据间可能存在较大冲突, 若使用 Dempster 组合规则来合成, 可能会得到不合理的结果, 这也是使用 k 来判断冲突时的漏判情形。故使用 Dempster 组合规则要谨慎。

(5) 对于图 1 中 E 区域: $k \in (\alpha_1, \alpha_2), diffBetP \geq \beta_2$ 。由于 k 相对较大, 表明证据交集为空的部分相对较大, 此时, $diffBetP$ 也比较大, 说明两证据的共同信任较小, 若此时使用 Dempster 组合规则来合成, 会得到不合理的结果, 故建议不要使用 Dempster 组合规则。

(6) 对于图 1 中 F 区域: $k \geq \alpha_2, diffBetP \geq \beta_2$ 。由于 k 和 $diffBetP$ 都比较大, 表明证据 m_1 和 m_2 之间有明显差异, 此时证据之间存在高冲突, 不能使用 Dempster 组合规则。

在实际应用中, 可根据 k 和 $diffBetP$ 允许的阈值来调节 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ 和 β_2 的取值, 以达到最佳的区域划分。

4 数值算例分析

例 3 设识别框架 Θ 有 10 个元素, 分别用 1, 2, ..., 10 来表示元素, 即 $\Theta = \{1, 2, \dots, 10\}$ 。表 1 中用 12 种情形对比 Liu 方法和本文方法判断 Dempster 组合规则适用性的差异。第 1 种情形中 m_1 列表示 $m_1(\{1\}) = 0.8, m_1(\{1, 2\}) = 0.2$, 其他情形中表示方法类似。取 $\epsilon = 0.85, \epsilon_1 = 0.3, \epsilon_2 = 0.8$ 为 Liu 方法判断 Dempster 组合规则适用性选取的阈值; 取 $\alpha_1 = 0.3, \alpha_2 = 0.8, \beta_1 = 0.4, \beta_2 = 0.85$ 为本文判断 Dempster 组合规则适用性选取的阈值。

表 1 Liu 方法和本文方法判断 Dempster 组合规则适用性比较

情形	m_1	m_2	$cf(m_1, m_2)$	Liu 判断	本文判断	Dempster 组合规则合成结果
1	$\{1\}, 0.8; \{1, 2\}, 0.2$	$\{1\}, 0.8; \{2, 3\}, 0.2$	$\langle 0.16, 0.1 \rangle$	条件(4)成立, 可以使用	条件(1)成立, 可以使用	合理
2	$\{1\}, 0.2; \{2\}, 0.3; \{3\}, 0.2; \{4\}, 0.3$	$\{1\}, 0.3; \{2\}, 0.3; \{3\}, 0.2; \{4\}, 0.2$	$\langle 0.75, 0.1 \rangle$	条件(4)成立, 可以使用	条件(1)成立, 可以使用	合理
3	$\{1\}, 0.2; \{2\}, 0.2; \{3\}, 0.2; \{4\}, 0.2; \{5\}, 0.1; \{6\}, 0.1$	$\{1\}, 0.1; \{2\}, 0.3; \{3\}, 0.1; \{4\}, 0.2; \{5\}, 0.2; \{6\}, 0.1$	$\langle 0.83, 0.1 \rangle$	条件(4)成立, 可以使用	条件(2)成立, 谨慎使用	合理
4	$\{1\}, 0.1; \{2\}, 0.1, \dots, \{10\}, 0.1$	$\{1\}, 0.1; \{2\}, 0.1, \dots, \{10\}, 0.1$	$\langle 0.9, 0 \rangle$	条件(4)成立, 可以使用	条件(2)成立, 谨慎使用	合理
5	例 1	例 1	$\langle 0.99, 0.3 \rangle$	条件(4)成立, 可以使用	条件(2)成立, 谨慎使用	不合理
6	$\{1, 4\}, 1$	$\{1, 2, 3, 5\}, 1$	$\langle 0, 0.75 \rangle$	条件(3)成立, 谨慎使用	条件(3)成立, 谨慎使用	不合理
7	$\{1\}, 0.7; \{1, 2\}, 0.3$	$\{1, 3\}, 0.45; \{2\}, 0.55$	$\langle 0.385, 0.625 \rangle$	条件(3)成立, 谨慎使用	条件(3)成立, 谨慎使用	合理
8	$\{1\}, 0.7; \{2, 3\}, 0.3$	$\{2\}, 0.2; \{3\}, 0.8$	$\langle 0.7, 0.7 \rangle$	条件(3)成立, 谨慎使用	条件(3)成立, 谨慎使用	不合理
9	例 2	例 2	$\langle 0.09, 0.85 \rangle$	条件(2)成立, 不建议使用	条件(4)成立, 谨慎使用	合理
10	$\{1, 2\}, 1$	$\Theta \setminus \{2\}, 1$	$\langle 0, 0.8889 \rangle$	条件(2)成立, 不建议使用	条件(4)成立, 谨慎使用	不合理
11	$\{1\}, 0.7; \{1, \dots, 6\}, 0.3$	$\{2\}, 0.9; \{3\}, 0.1$	$\langle 0.7, 0.85 \rangle$	条件(2)成立, 不建议使用	条件(5)成立, 不建议使用	不合理
12	$\{1\}, 0.99; \{2\}, 0.01$	$\{2\}, 0.01; \{3\}, 0.99$	$\langle 0.9999, 0.99 \rangle$	条件(1)成立, 不能使用	条件(6)成立, 不能使用	不合理

对于表 1 中情形 1, k 和 $diffBetP$ 都比较小, 说明证据间冲突很小, 可以利用 Dempster 组合规则来合成, 合成结果为:

$$m(\{1\}) = 0.9524, m(\{2\}) = 0.0476$$

对于情形 2 和 3, 由于各个焦元被赋予的 BPA 较分散而导致 k 值较大, 但度量两个证据差异的 $diffBetP$ 却较小, 说明

两个证据没有明显差异, 可以使用 Dempster 组合规则来合成, 情形 2 的合成结果为:

$$m(\{1\}) = 0.24, m(\{2\}) = 0.36$$

$$m(\{3\}) = 0.16, m(\{4\}) = 0.24$$

情形 3 的合成结果为:

$m(\{1\})=0.1176, m(\{2\})=0.3529, m(\{3\})=0.1176$
 $m(\{4\})=0.2353, m(\{5\})=0.1176, m(\{6\})=0.0588$
 合成结果均合理。

对于情形 4, m_1 和 m_2 是完全一致、互相支持的, 不存在冲突, 但由于各个焦元被赋予的 BPA 较分散而导致 $k=0.9$ 比较大, 已超出判断冲突允许的阈值, 而 $difBetP=0$ 表示两证据的差异很小, 因此完全可以用 Dempster 组合规则合成, 合成结果也合理。这也是利用冲突系数误判的情况。

对于情形 5, 虽然 $difBetP$ 比较小, 但由于 k 相当大, 利用 Dempster 组合规则合成这两个证据有: $m(\{b\})=1$, 一个可信度很低的命题 $\{b\}$ 在组合后获得了最大的信任度, 合成结果违背常理。

对于情形 6, $k=0$, 只能说明两个证据没有交集为空的部分, 但此时 $difBetP$ 为 0.75, 表明两个证据只有较小的共同信任, 两证据之间存在差异。若使用 Dempster 组合规则来合成这两个证据, 结果为: $m(\{1\})=1$ 。虽然 m_1 和 m_2 都部分支持 $\{1\}$, 但支持度都较低, 而且都是不肯定的支持 (m_1 支持命题 $\{1,4\}$ 中的 $\{1\}$ 或 $\{4\}$, 但不知道具体支持哪一个; 而 m_2 支持命题 $\{1,2,3,5\}$ 中的 1 或 2 或 3 或 5, 但具体是哪一个也不知道), 存在不确定性, 但使用 Dempster 组合规则后, 将所有 BPA 赋给较小的共同信任 $\{1\}$ 上, 结果肯定地认为命题 $\{1\}$ 为真假设 ($m(\{1\})=1$), 这个结论与直觉相悖。

对于情形 7, $difBetP$ 相对较大, 说明这两个证据间共同信任的差异还是较大的, 但此时, $k=0.385$ 比较小, 使用 Dempster 组合规则合成, 其结果为: $m(\{1\})=0.7317, m(\{2\})=0.2683$, 合成结果加强了原始证据中的真假设 $\{1\}$; 同时, 原始证据 m_2 对 $\{1\}$ 的支持度也很高, 故这个合成结果是合理的。

对于情形 8, 使用 Dempster 组合规则合成有 $m(\{2\})=0.2, m(\{3\})=0.8$, 合成过程中消除了原始证据中的真假设 $\{1\}$, 合成结果不合理。

对于情形 9, 虽然 $difBetP=0.85$ 比较大, 但 $k=0.09$ 却比较小, 使用 Dempster 组合规则合成, 其结果为:

$$m(\{1\})=0.8901, m(\{2,3,\dots,18\})=0.0989,$$

$$m(\{19,20\})=0.011$$

合成结果未消除原始证据中的真假设, 合成结果是合理的。

对于情形 10, 虽然 k 为 0, 似乎证据间没有冲突, 但此时 $difBetP=0.8889$ 非常大, 说明这两个证据间共同信任的差异是很大的。直观上看, m_1 支持命题 $\{1,2\}$ 的程度为 1, 但不知道具体支持哪一个; m_2 对命题 $\{1,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ 的支持度为 1, 相当于 m_2 只对命题 $\{1\}$ 为真的假设持很微小的支持, 而使用 Dempster 组合规则合成结果为: $m\{1\}=1$, 合成结果肯定认为命题 $\{1\}$ 为真, 合成结果不合理。这也是使用冲突系数判断冲突漏判的情况。

对于情形 11, k 和 $difBetP$ 都比较大, 使用 Dempster 组合规则合成, 其结果为: $m(\{2\})=0.9, m(\{3\})=0.1$, 合成过程消除了原始证据中的真假设 $\{1\}$, 合成结果不合理。

对于情形 12, k 和 $difBetP$ 都非常大, 不能使用 Dempster 组合规则合成, 否则会得到与实际相悖的结果。

综上所述可以得出: 本文提出的判断 Dempster 组合规则适用性的方法克服了 Liu 对 Dempster 组合规则适用判断鲁棒性差、指示不合理的问题(如情形 5 和情形 9), 具有较好的

适用性和合理性。因此要同时依据 k 和 $difBetP$ 值来共同度量证据冲突程度, 并以此判断各种情形下 Dempster 组合规则的适用性。

结束语 在某些情况下, 利用 Dempster 组合规则合成不同信息源的独立证据时, 合成结果会有悖常理。许多研究者认为这是由证据冲突造成的, 但证据冲突的表示是解决冲突证据的前提, 定量衡量证据间冲突程度对于选择 Dempster 组合规则有重要影响。针对传统冲突系数识别证据冲突存在的问题, 基于传统冲突系数和 pignistic 概率距离度量证据冲突的思想, 分析了 Liu 在选择 Dempster 组合规则方法时存在的不足。本文将 Dempster 组合规则适应性判断划分为 6 种情形, 克服了 Liu 方法存在的不足, 为信息融合系统中选择 Dempster 组合规则提供了理论基础。

参 考 文 献

- [1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(2): 325-339
- [2] Smets P. Belief functions: The disjunctive rule of combination and the generalized Bayesian theorem[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1993, 9(1): 1-35
- [3] Florea M C, Jousselme A L, Bossé é, et al. Robust combination rules for evidence theory[J]. Information Fusion, 2009, 10(2): 183-197
- [4] 肖建于, 童敏明, 朱昌杰, 等. 基于交补集和 Pignistic 变换的证据组方法[J]. 计算机工程, 2010, 36(13): 1-3
- [5] Haenni R. Are alternatives to Dempster's rule of combination real alternatives? Comments on "about the belief function combination and the conflict management problem"[J]. Information Fusion, 2002, 3(4): 237-239
- [6] Mercier D, Quost B, Denoeux T. Refined modeling of sensor reliability in the belief function framework using contextual discounting[J]. Information Fusion, 2008, 9(2): 246-258
- [7] 张捍东, 王翠华, 强克坤. 基于焦元支持度的合成规则[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(5): 741-744
- [8] Smets P. Analyzing the combination of conflicting belief functions[J]. Information Fusion, 2007, 8(4): 387-412
- [9] Liu W R. Analyzing the degree of conflict among belief functions [J]. Artificial Intelligence, 2006, 170(11): 909-924
- [10] Jousselme A L, Liu C, Grenier D, et al. Measuring ambiguity in the evidence theory[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2006, 36(5): 890-903
- [11] Hu L F, Guan X, Deng Y, et al. Measuring conflict functions in generalized power space[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(1): 65-73
- [12] Lefevre E, Colot O, Vannoorenberghe P. Belief function combination and conflict management[J]. Information fusion, 2002, 3(2): 149-162
- [13] 胡昌华, 司小胜, 周志杰, 等. 新的证据冲突衡量标准下的 D-S 改进算法[J]. 电子学报, 2009, 37(7): 1578-1583
- [14] Smets P. Decision making in the TBM: the necessity of the pignistic transformation[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2005, 38(2): 133-147
- [15] Ayoun A, Smets P. Data association in multi-target detection using the transferable belief model[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16(10): 1167-1182