

基于直觉模糊的满意度计算模型

鱼先锋¹ 李永明²

(商洛学院计算机科学系 商洛 726000)¹ (陕西师范大学计算机科学学院 西安 710062)²

摘要 满意度理论广泛应用于优化、控制、管理、决策、资源分配、任务调度等领域,但大多是针对具体问题背景定义和计算满意度,缺乏一种普遍适用的形式化满意度计算模型。基于直觉模糊集理论建立了一个普适的多级直觉模糊满意度计算模型;利用直觉模糊集算子有效地诱导出直觉模糊满意度,将定性与定量的方法结合起来进行满意度计算,使计算结果信息量更大、更加科学合理且自动化程度高。分析了该模型的计算复杂度,并结合实例计算了商洛旅游的直觉模糊满意度,结果显示该模型高效实用。

关键词 直觉模糊,满意度,加权函数,复杂度

中图法分类号 TP182 **文献标识码** A

Calculation Model of Satisfaction Degree Based on Intuitionistic Fuzzy

YU Xian-feng¹ LI Yong-ming²

(Department of Computer Science, Shangluo University, Shangluo 726000, China)¹

(School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)²

Abstract Satisfaction degree theory is widely used in optimization, system control, management, decision-making, resource allocation, task scheduling, and other fields. But most of them based on background of the problem define and calculate satisfaction, which lack a universally applicable formalized satisfaction calculation model. Based on intuitionistic fuzzy set theory, a universal multilevel intuitionistic fuzzy satisfaction degree calculation model was established. It effectively induces intuitionistic fuzzy satisfaction degree by using intuitionistic fuzzy filter operator. Combining qualitative and quantitative methods to calculate satisfaction degree, it makes the results more informative, scientific, reasonable and has a high automated degree. This paper analyzed the model's calculation complexity, and combining with a practical example computed the intuitionistic fuzzy satisfaction degree of shangluo tourism, and the result shows that the model is effective and practical.

Keywords Intuitionistic fuzzy, Satisfaction degree, Weighted function, Complexity

1 引言

1947年诺贝尔奖获得者 Simon 提出了“令人满意准则”^[1]。满意度原理受到了人们的普遍关注,有限理性、满意度、满意解等概念开始对决策、优化等领域产生影响。任平教授借助于模糊逻辑定义了满意度、满意解,开始了满意度形式化表示的研究^[2]。如今满意度理论已经成功地用于优化、控制、管理、决策、资源分配、任务调度等领域^[3-9]。Atanassov 在 1986 年提出了直觉模糊集(Intuitionistic Fuzzy Set)^[10]的概念。直觉模糊集是对 Zadeh 模糊集^[11]的推广,在处理不确定性信息时比传统的模糊集有更强的表达能力,且更具灵活性。文章基于直觉模糊集理论建立了一个普适的多级直觉模糊满意度(Intuitionistic Fuzzy Satisfaction Degree, IFSD)计算模型;利用直觉模糊集算子有效地诱导出 IFSD,将定性与定量的方法结合起来进行满意度计算,使计算结果信息量更大、更加科学合理且自动化程度高。

2 基于直觉模糊的满意度计算模型

2.1 基本概念

定义 1 (IFS)^[1] 设 X 是一个给定的论域,称 $A = \{ \langle x,$

$\mu_A(x), \nu_A(x) \mid x \in X \rangle$ 为 X 上的 IFS,其中,

$$\mu_A(x): X \rightarrow I, \nu_A(x): X \rightarrow I$$

且 $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1 (\forall x \in X)$ 。 $\mu_A(x)$ 表示 x 对 A 的隶属程度, $\nu_A(x)$ 表示 x 对 A 的非隶属程度。 X 上的所有 IFS 记为 $\text{IFS}(X)$ 。称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ 为 x 对 A 的犹豫度。

X 中 x 对 A 的隶属度与非隶属度所组成的序对 $(\mu_A(x), \nu_A(x))$ 称为直觉模糊数。因此,可以将 X 上的 IFSA 看作是直觉模糊数的集合,即可记 $A = \{ (\mu_A(x), \nu_A(x)) \mid x \in X \}$ 。

定义 2 在 IFSD 计算中有 m 个满意度计算指标(指标相

当于论域), R 为 IFSD 计算矩阵, $R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & r_{m3} \end{bmatrix}$, r_{i1} 表

示对第 i 个指标的隶属度, r_{i2} 表示对第 i 个指标的犹豫度, r_{i3} 表示对第 i 个指标的非隶属度,且 $r_{ij} \in [0, 1]$ 。

定义 3 在 IFSD 计算中有 m 个满意度计算指标,权重为 $W = (w_1, w_2, \dots, w_m)$, W 中的元素 w_i 表示满意度计算第 i 个指标在满意度计算时的权重。

到稿日期:2012-03-31 返修日期:2012-09-21 本文受国家自然科学基金(60873119),商洛学院基金项目(12SKY009)资助。

鱼先锋 男,硕士,助教,主要研究方向为模糊系统分析、模型检测;李永明 男,教授,博士生导师,主要研究方向为模糊系统分析、模型检测。

定义 4 (IFSD 合成) 已知 IFSD 计算矩阵, $R =$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & r_{m3} \end{bmatrix}, \text{IFSD 权重为 } W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m), \text{IFSD 计}$$

算结果是直觉模糊数 B' , 合成运算定义为:

$$\begin{aligned} B' &= W \circ R = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m) \circ \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & r_{m3} \end{bmatrix} \\ &= \left[\sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot r_{i1}), \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot r_{i2}), \sum_{i=1}^m (\omega_i \cdot r_{i3}) \right] \\ &= (b_1, b_2, b_3) \end{aligned}$$

综合满意度计算的结果最好是归一化的, 即应有 $b_1 + b_2 + b_3 = 1$, 若 $b_1 + b_2 + b_3 \neq 1$, 则归一化为: $B = \left(\frac{b_1}{\sum b_i}, \frac{b_2}{\sum b_i}, \frac{b_3}{\sum b_i} \right) = (a, b, c), i=1, 2, 3$.

2.2 模型的建立

下面对多级 IFSD 计算进行形式化建模。

定义 5 多级 IFSD 计算模型是一个六元组 $F = (\tilde{L}, \tilde{R}, \tilde{W}, \delta, G, X)$, 其中,

(1) 指标体系之集 $\tilde{L}, \forall L \in \tilde{L}, L = \{l_1, l_2, \dots, l_m\}$ 记录某一级满意度计算指标;

(2) IFSD 计算矩阵之集 $\tilde{R}, \forall R \in \tilde{R}$,

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & r_{m3} \end{bmatrix}$$

R 记录存储某一级 IFSD 计算直觉模糊数, r_{i1} 表示对第 i 个指标的隶属度, r_{i2} 表示对第 i 个指标的犹豫度, r_{i3} 表示对第 i 个指标的非隶属度, 且 $r_{ij} \in [0, 1]$;

(3) 权重之集 $\tilde{W}, \forall W \in \tilde{W}, W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$, W 的元素计算存储某一级各 IFSD 计算指标的权重, W 中的元素 ω_i 表示本级 IFSD 计算第 i 个指标在 IFSD 计算时的权重, $\omega_{ij} \in [0, 1]$, 且 $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$, 否则要进行归一化处理;

(4) $\delta: \tilde{R}^m \times \tilde{W} \rightarrow \tilde{R}$ 为 IFSD 计算函数, $\forall (R_1, \dots, R_m, W) \in \tilde{R}^m \times \tilde{W}, \delta(R_1, \dots, R_m, W) = R'$ 表示低一级 IFSD 计算矩阵 R_1, \dots, R_m 向高一级 IFSD 计算矩阵 R' 的 IFSD 合成过程;

(5) IFSD 之集 $G = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T$ 计算存储 n 个 IFSD, 若对第 i 评价对象的终级 IFSD 计算结果为直觉模糊数 (a_i, b_i, c_i) , 则该对象的 IFSD 为 $g_i = \frac{a_i}{c_i}$;

(6) IFSD 序向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 计算存储 n 个对象的 IFSD 序数是对 G 中元素降序排列的结果。

2.3 复杂度分析

定理 1 若用 IFSD 模型对 n 个对象做 N 个等级的 IFSD 计算, 每一级有 m 个 IFSD 指标, 则空间复杂度和时间复杂度都为 $O(nm^N)$ 。

证明: 先用数学归纳法证明空间复杂度为 $O(nm^N)$ 。

1) 对 1 个对象进行 1 级满意度计算, 1 个指标的数据需要 2 个存储单元, 其分别存储该指标下的隶属度(“满意”)和非隶属度(“不满意”), 存储 $|L_1| = m$ 个指标的 IFSD 数据需开辟 $s_1 = 2m$ 个存储单元;

2) 对 1 个对象进行 2 级满意度计算, 在 1 级满意度计算

的每个指标上滋生 m 个指标, 共 $|L_2| = m \cdot |L_1| = m^2$ 个指标, 1 个指标的数据需要 2 个存储单元, 存储 $|L_2| = m^2$ 个指标的 IFSD 数据需开辟 $s_2 = 2m^2$ 个存储单元;

3) 假设对 1 个对象进行 N 级满意度计算时有 $|L_N| = m^N$ 个指标, 需要开辟 $s_N = 2m^N$ 个存储单元, 那么在进行 $N+1$ 级满意度计算时, 要在 N 级满意度计算的每个指标上滋生 m 个指标共 $|L_{N+1}| = m \cdot |L_N| = m^{N+1}$ 个指标, 1 个指标的数据需要 2 个存储单元, 存储 $|L_{N+1}| = m^{N+1}$ 个指标的 IFSD 数据需开辟 $s_{N+1} = 2m^{N+1}$ 个存储单元;

4) 所以由数学归纳法知道, 对 1 个对象进行 N 级满意度计算需要开辟 $s_N = 2m^N$ 个存储单元。

所以对 n 个对象进行 N 级综合满意度计算需要开辟 $S_n = n \cdot s_N = 2nm^N$ 个存储空间。

因为在计算过程中可以动态地释放一些闲置的存储空间, 实际空间复杂度要小于 $S_n = 2nm^N$, 所以空间复杂度为 $O(nm^N)$ 。

再用数学归纳法证明时间复杂度为 $O(nm^N)$ 。

1) 对 1 个对象进行 1 级满意度计算, 进行 1 次直觉模糊合成运算; 由定义 4 易得 1 次直觉模糊合成运算需做 $3m$ 次乘法, $3(m-1)$ 次加法, 共 $t_1 = 3(2m-1)$ 次运算;

2) 对 1 个对象进行 2 级满意度计算, 在 1 级满意度计算的每个指标上滋生 m 个指标, 再做 $|L_1| = m$ 次直觉模糊合成运算, 需再做 $t_2' = |L_1| \cdot 3(2m-1) = m \cdot 3(2m-1)$ 次运算, 故对 1 个对象进行 2 级满意度计算共需做 $t_2 = t_1 + t_2' = 3(2m-1) + m \cdot 3(2m-1) = 3(2m-1)(m+1)$ 次运算;

3) 假设对 1 个对象进行 N 级满意度计算时有共需做 $t_N = 3(2m-1) \sum_{i=1}^N m^{i-1}$ 次运算, 那么在进行 $N+1$ 级满意度计算时要在 N 级满意度计算的每个指标上滋生 m 个指标共, 再做 $|L_N| = m^N$ 次直觉模糊合成运算, 需再做 $t_{N+1}' = |L_N| \cdot 3(2m-1) = m^N \cdot 3(2m-1)$ 次运算, 故对 1 个对象进行 $N+1$ 级满意度计算共需做

$$\begin{aligned} t_{N+1} &= t_N + t_{N+1}' = 3(2m-1) \sum_{i=1}^N m^{i-1} + m^N \cdot 3(2m-1) \\ &= 3(2m-1) \sum_{i=1}^{N+1} m^{i-1} \end{aligned}$$

次运算;

4) 所以由数学归纳法知道对 1 个对象进行 N 级满意度计算, 共需做 $t_N = 3(2m-1) \sum_{i=1}^N m^{i-1}$ 次运算。因为 $t_N = 3(2m-1) \sum_{i=1}^N m^{i-1} = 3(2m-1) \cdot \frac{1-m^N}{1-m} = \frac{3(2m-1)(m^N-1)}{m-1}$, 所以对 n 个对象进行 N 级满意度计算需要做 $T_n = n \cdot t_N = n \cdot \frac{3(2m-1)(m^N-1)}{m-1} = \frac{3n(2m-1)(m^N-1)}{m-1}$ 次运算。

故时间复杂度为 $O(nm^N)$ 。

注意 1: 虽然该模型下空间复杂度和时间复杂度会随 IFSD 计算等级 N 的增长呈指数增长, 但实际上 IFSD 计算等级 N 是比较小的值, 所以不必担心复杂度过高。

3 IFSD 计算模型的应用实例

基于调查数据, 用定义 5 给出的 IFSD 计算模型计算出商洛旅游 IFSD, 为寻找商洛旅游发展的制约因素和应对策略、提升旅游形象、提高旅游产品质量、增加商洛市游客接待量、扩大商洛市旅游市场提供可靠依据, 以促进商洛市旅游健康快速可持续发展。

3.1 数据采集

数据采集主要采取调查问卷、网上调查和访谈等形式,对商洛旅游游客满意度进行调查。问卷内容包括两部分:1)人口统计学信息:包括被调查者所在区域、性别、教育程度、年龄、职业、收入;2)将李克特5级量表诱导到3级IFS测度,各分量对应为隶属度(满意)、犹豫度(无效问卷与未回收问卷)和非隶属度(不满意)权重。各分量值=该分量评价人数÷调查总人数。选取的调查因子包括旅游服务、硬件设施、旅游环境、旅游景点4类,其中考虑到旅游景点对游客满意度影响较大,对商洛市12个主要旅游景点的知名度和满意度另外做了详细调研,所选景点有4A、3A以及2A级旅游景点,其较好地代表了商洛市整体旅游景点的情况。其他3类共选取了10个因子,这些因子主要来自于以前文献关于目的地吸引力和形象的研究,并结合商洛市本身和预调查中所获取的有关信息进行修改和补充,主要体现在旅游软环境(吃、住、行、游、购、娱等服务行业)和硬环境(旅游设施)两个层面。

3.2 商洛旅游 IFSD 计算

表2(数据来源于文献[12])给出了评价过程中用到的指标体系及各级指标的IFS测度,实际上是R的初始化,即 r_1 存储记录交通设施评价得分、 r_2 存储记录景区设施评价得分、 \dots 、 r_{10} 存储记录食宿环境评价得分。

表1 指标体系与得分

评价指标	旅游硬环境					旅游软环境				
	交通设施	景区标识	安保设施	餐饮设施	景区卫生	景区服务	购物环境	旅游商品	休闲娱乐	食宿环境
满意	0.528	0.573	0.558	0.442	0.433	0.398	0.316	0.327	0.266	0.246
一般	0.206	0.357	0.216	0.362	0.321	0.276	0.402	0.372	0.286	0.387
不满	0.265	0.070	0.226	0.296	0.246	0.326	0.286	0.301	0.488	0.367

计算一级IFSD矩阵,即旅游硬环境IFSD矩阵 R^{21} 和旅游软环境IFSD矩阵 R^{22} 。

用特尔非法确定旅游硬环境4个评价指标权重为:

$$W^{11} = [W_1^{11}, W_2^{11}, W_3^{11}, W_4^{11}] \\ = [0.280, 0.240, 0.260, 0.220]$$

用特尔非法确定旅游软环境6个评价指标权重为:

$$W^{12} = [W_1^{12}, W_2^{12}, W_3^{12}, W_4^{12}, W_5^{12}, W_6^{12}] \\ = [0.120, 0.260, 0.090, 0.100, 0.220, 0.210]$$

$$R^{21} = W^{11} \circ R^{11} = [W_1^{11}, W_2^{11}, W_3^{11}, W_4^{11}] \circ [r_1, r_2, r_3, r_4]^T \\ = [0.280, 0.240, 0.260, 0.220] \circ$$

$$\begin{bmatrix} 0.528 & 0.206 & 0.265 \\ 0.573 & 0.357 & 0.070 \\ 0.558 & 0.216 & 0.226 \\ 0.442 & 0.362 & 0.296 \end{bmatrix} \\ = [2.101, 1.141, 0.857]$$

归一化为 $B_1 = [0.513, 0.278, 0.209]$,说明约51%的游客对商洛旅游硬件环境表示满意,约21%的人表示不满意。总的来说,游客对商洛旅游的硬件环境“还算满意”。

$$\text{硬环境 IFSD } S_1 = \frac{B_{11}}{B_{13}} = \frac{0.513}{0.209} = 2.45.$$

$$R^{22} = W^{12} \circ R^{12} \\ = [W_1^{12}, W_2^{12}, W_3^{12}, W_4^{12}, W_5^{12}, W_6^{12}] \circ [r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, r_{10}]^T \\ = [0.120, 0.260, 0.090, 0.100, 0.220, 0.210] \circ$$

$$\begin{bmatrix} 0.433 & 0.321 & 0.246 \\ 0.398 & 0.276 & 0.326 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.246 & 0.387 & 0.367 \end{bmatrix} = [1.986, 2.044, 2.014]$$

归一化为 $B_2 = [0.329, 0.338, 0.333]$,说明约42%的游客对商洛旅游软环境表示满意,约27%的人表示不满意,总体评价较差。

$$\text{软环境 IFSD } S_2 = \frac{B_{21}}{B_{23}} = \frac{0.329}{0.333} = 0.988.$$

$S_1 > S_2$ 说明游客对商洛旅游硬环境满意度超过对软环境满意度。

计算二级IFSD矩阵,即商洛旅游IFSD矩阵 R^3 ,用特尔非法确定商洛旅游二个评价指标权重为:

$$W^2 = [W_1^2, W_2^2] = [0.480, 0.520]$$

$$R^3 = W^2 \circ R^1 = [W_1^2, W_2^2] \circ [B_1, B_2]^T \\ = [0.480, 0.520] \circ \begin{bmatrix} 0.513 & 0.278 & 0.209 \\ 0.329 & 0.338 & 0.333 \end{bmatrix} \\ = [0.842, 0.616, 0.542]$$

$$\text{归一化为 } B = [0.421, 0.308, 0.271].$$

$$\text{终极 IFSD } S = \frac{B_1}{B_3} = \frac{0.421}{0.271} = 1.55.$$

总体满意度 $B = [0.421, 0.308, 0.271]$,说明游客对商洛旅游“还算满意”,尚需大力提升提高旅游产品质量、扩大商洛市旅游市场、加大硬环境和软环境建设投入,尤其是软环境方面的投入,以促进商洛市旅游健康快速可持续发展。

结束语 基于直觉模糊集理论建立了一个普适的多级直觉模糊满意度计算模型(定义5);利用直觉模糊集算子有效地诱导出直觉模糊满意度(定义5(5)),将定性与定量的方法结合起来进行满意度计算,使计算结果信息量更大、更加科学合理且自动化程度高;分析了该模型的计算复杂度(定理6),并结合实例计算了商洛旅游的直觉模糊满意度,结果显示该模型高效实用。

参考文献

- [1] Simon H A. 管理决策新科学[M]. 李柱流,译. 北京: 中国社会科学出版社, 1998
- [2] 任平. 优化理论中的令人满意准则[J]. 模糊数学, 1983(4): 111-112
- [3] HoPfield J J, Tand D W. Neural computation of decision in optimization Problems[J]. Biological Cybernetics, 1985, 52: 141-152
- [4] 赵明宇, 孙立军, 等. 基于归纳式学习法的通勤交通满意度指标研究[J]. 同济大学学报, 2011, 39(9): 1303-1308
- [5] 金炜东. 满意优化问题与列车操纵优化方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 1998
- [6] 朱建军. 群决策中两类不确定偏好信息的集结方法研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 899-905
- [7] 席裕庚. 复杂工业过程的满意控制[J]. 信息与控制, 1995, 24(2): 14-20
- [8] 李艳萍, 刘海江, 童荣辉, 等. 基于多目标满意度的车身轻量化方案优选[J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(1): 19-21, 59
- [9] 曹灿明, 陈建军. 高速铁路客运服务质量、旅客满意度与忠诚度分析[J]. 铁道学报, 2012, 34(1): 1-7
- [10] Atanassov K. Intuitionistic Fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets And System, 1986(1): 87-96
- [11] Zadeh L A. Fuzzy Sets[J]. Information and Control, 1965, 8: 338-353
- [10] 李馥利, 刘瑶. 商洛旅游游客满意度评价及其提升对策[J]. 商洛学院学报, 2011, 25(4): 82-96