

基于二次型的 CNN 全局渐近稳定性研究

张小红 李德音

(江西理工大学信息工程学院 赣州 341000)

摘 要 细胞神经网络稳定性目前已经在图像处理、视频通信和最优控制等领域得到了一定的应用,因此进行稳定性的研究具有重要的意义,如何选择合理的参数模板是研究稳定性的关键问题。运用 Lyapunov 第二方法对细胞神经网络的全局渐近稳定性进行分析,通过构造出一个较好的 Lyapunov 函数来得到判定系统全局渐近稳定的一组新的充分条件。该条件改进了已有的结论,进一步推导和完善了系统全局渐近稳定平衡点为原点时的充分条件,经过数值仿真实验验证了其有效性和可行性。

关键词 细胞神经网络,全局渐近稳定,Lyapunov 函数,二次型矩阵

中图分类号 TP183 文献标识码 A

Research of Global Asymptotic Stability for CNN Based on Quadratic Form

ZHANG Xiao-hong LI De-yin

(Faculty of Information Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

Abstract Stability of cellular neural networks is significant because it has been used in a certain application areas as image processing, video communication, optimal control and so on. How to choose a reasonable template of the parameters is the key issue of stability researches. Lyapunov second method was used to analyze the global asymptotic stability of cellular neural networks, and a better Lyapunov function was constructed to receive a new sufficient condition for determining the global asymptotic stability of the system. The condition improves previous results and further derives a sufficient condition when original point is equilibrium point. Numerical simulations show their effectiveness and feasibility.

Keywords Cellular neural networks(CNN), Global asymptotic stability, Lyapunov function, Quadratic form matrix

1 引言

细胞神经网络(Cellular Neural Networks, CNN)是由美国著名教授 Chua 和 Yang 于 1988 年率先提出来的^[1,2]。其由于局部的连接性质而易于超大规模电路(VLSI)的实现,良好的连续时间特性能满足数字领域实时信号的处理要求,因此已在图像处理、保密通信、模式识别、最优控制和联想记忆等众多领域广泛应用^[3-8]。

对于 CNN 系统中给定的输入,系统的响应输出可能收敛到一个稳定的输出,即达到稳定状态,也可能周期振荡进入一种周期现象或概周期现象,或是遵循一种看似混乱实际有规律的混沌模式,因此 CNN 全局渐近稳定性的研究已成为热点课题。文献[9]利用 Lyapunov-Krasovskii 泛函和线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)方法,得到了与时滞无关的全局渐近稳定性准则。该方法充分考虑了神经元之间的兴奋与抑制效应的影响,并且所获得的结果可用内点法进行数值求解,不足之处在于它难以取到满足结论的正定矩阵和正数。文献[10]将 CNN 方程化为映射方程,利用范数方法分析解稳定性,得到了一类 CNN 全局渐近稳定的条件

及结论,但是结论中反馈矩阵的谱半径计算给判定带来了一定的困难。文献[11]在分析 CNN 全局渐近稳定性时使用的是线性矩阵不等式结合 Lyapunov 泛函分析的方法,得出一个适用于任意维 CNN 的判定条件,只是这个条件中的矩阵阶数必须是系统维数的两倍,当系统维数较高时,依据此条件来进行判定的计算量是可想而知的。

Lyapunov 稳定性研究方法分为两类:Lyapunov 第一方法和 Lyapunov 第二方法。其中,第一方法通过求解微分方程的解来分析运动稳定性,即通过分析非线性系统线性化方程特征值分布来判别原非线性系统的稳定性;第二方法则是一种定性方法,即构造一个 Lyapunov 函数,研究它的正定性及其对时间的沿系统方程解的全导数的负定或半负定来得到稳定性的结论。本文通过构造一个新型的 Lyapunov 函数并结合 Lyapunov 稳定性第二方法,得到一个适用于判定任意维 CNN 全局渐近稳定性的充分条件。该条件中的矩阵阶数等于系统维数,与文献[11]的结论相比降低了计算量和复杂度,而且该条件的正确判定的情况多于文献[11]的结论,降低了原有结论的保守性,并且进一步推导完善了全局渐近稳定平衡点为原点时的充分条件。

到稿日期:2012-03-01 返修日期:2012-06-13 本文受国家自然科学基金(11062002),江西省自然科学基金(2010GZS0083),江西省教育厅科技项目(GJJ11470)资助。

张小红(1966—),女,博士,教授,主要研究方向为广义混沌同步、细胞神经网络、扩频通信等,E-mail: xiaohongzh@263.net;李德音(1987—),女,硕士生,主要研究方向为细胞神经网络。

2 CNN 基本模型与前期工作

考虑神经网络模型:

$$\dot{x} = -Rx + Ay + u \quad (1)$$

将式(1)展开得到本文要讨论的 CNN 系统方程:

$$\dot{x}_i(t) = -r_i x_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} f(x_j(t)) + u_i, i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中, $x_i(t)$ 为状态变量, $f(x_j(t))$ 为输出函数, u_i 为常量输入, $a_{ij} \in R^1$ 为常数。

$f(x_j(t))$ 是一个与状态变量有关的分段线性函数:

$$f(x_j(t)) = \frac{1}{2} (|x_j(t) + 1| - |x_j(t) - 1|) = \begin{cases} 1, & x_j > 1 \\ x_j, & |x_j| \leq 1 \\ -1, & x_j < -1 \end{cases} \quad (3)$$

假设对于一个给定的输入 u_0 , 系统(1)有一个平衡点 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$, 为了简化证明, 利用下列变换将平衡点 x^* 转移到原点^[12]。

令 $z(t) = x(t) - x^*$, 那么系统(1)将变成下列形式:

$$\dot{z}(t) = -Rz(t) + A\varphi(z(t)) \quad (4)$$

展开即为:

$$\dot{z}_i(t) = -r_i z_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \varphi(z_j(t)), i=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

其中:

(1) $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)]^T$ 是经过变换以后的状态变量;

(2) $\varphi(z(t)) = [\varphi(z_1(t)), \varphi(z_2(t)), \dots, \varphi(z_n(t))]^T$ 是变换以后的输出变量;

(3) $\varphi(z_j(t)) = f(z_j(t) + x_j^*) - f(x_j^*)$ 为新的输出函数。

因此, 系统(2)平衡点的全局渐近稳定性等价于系统(5)原点的全局稳定性。显然, $\varphi(0) = 0$ 且 $\varphi(z_j(t))$ 满足 $|\varphi(z_j(t))| \leq |z_j(t)|$, $z_j(t)\varphi(z_j(t)) \geq \varphi^2(z_j(t)) \geq 0$ 。

3 CNN 全局渐近稳定性

根据文献[13]可知, 系统(2)一定存在稳定平衡点, 本文就不再加以证明。

3.1 二次型矩阵形式的 CNN 全局渐近稳定性判据

本节首先要研究的是 CNN 系统(2)的全局渐近稳定性及其平衡点存在唯一性。

引理 1^[14] 考虑神经网络(2), 假设 x^* 为系统(2)的平衡点, 则:

$$V(x) = \sum_{i=1}^n \int_{x_i^*}^{x_i} [f(s) - f(x_i^*)] ds \quad (6)$$

是径向无界的。

证明: 由于 $f(x_i(t))$ 满足 Lipschitz 条件, 因此可令 $f(s) - f(x_i^*) = \alpha(s - x_i^*)$, 且 $0 \leq \alpha \leq 1$, 将其代入式(6)得:

$$\begin{aligned} V(x) &= \sum_{i=1}^n \int_{x_i^*}^{x_i} \alpha(s - x_i^*) ds \\ &= \sum_{i=1}^n \alpha \int_{x_i^*}^{x_i} (s - x_i^*) ds - \alpha \sum_{i=1}^n x_i^* (x_i - x_i^*) \\ &= \alpha \sum_{i=1}^n \left[\frac{(x_i)^2}{2} - \frac{(x_i^*)^2}{2} \right] - \alpha \sum_{i=1}^n [x_i^* x_i - (x_i^*)^2] \\ &= \alpha \sum_{i=1}^n \left[\frac{(x_i)^2}{2} - x_i^* x_i + \frac{(x_i^*)^2}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n [(x_i)^2 - 2x_i^* x_i + (x_i^*)^2] \\ &= \frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n (x_i - x_i^*)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

显然, $V(x)$ 是径向无界的。

定义 1^[15] 设 $D = (d_{ij})$ 是一个 $n \times n$ 实矩阵, 若存在一个正对角矩阵 P , 使 $PD + D^T P$ 是正定的, 则称 D 为 Lyapunov 对角稳定。

引理 2^[15] Lyapunov 对角稳定矩阵是完全稳定矩阵。

引理 3^[15] 若 $R - A$ 是完全稳定矩阵, 则对每一个外部输入 u , 式(1)存在唯一平衡点。

定理 1 对维数为 n 的 CNN, 若 $r_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n$, 且存在 n 阶二次型矩阵:

$$C = \frac{A + A^T}{2} - R = \begin{bmatrix} -r_1 + a_{11} & \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & \dots & \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} \\ \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & -r_2 + a_{22} & \dots & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} & \dots & -r_n + a_{nn} \end{bmatrix}$$

负定, 则系统(2)有唯一的全局渐近稳定平衡点。

证明: (i) 全局渐近稳定性

对式(5)构造一个 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^{z_i} \varphi(s) ds \quad (8)$$

式中, $\varphi(s)$ 为系统(5)的输出函数。由引理 1 可知, 系统(5)适用于引理 1, 且此时平衡点为原点, 因此, V 是径向无界的, 而且由于 $\varphi(s)$ 为奇函数, 根据奇函数的不定积分特性, 若 f 为奇函数, 则其不定积分 $\int_{-a}^a f(s) ds = 0$, 即 $\int_0^a f(s) ds = \int_0^{-a} f(s) ds \geq 0$, 又因为 z_i 不恒为零, 可知 $V > 0$ 为正定的, 因此 V 为正定且径向无界的。沿着式(5)的解对 V 求导数:

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} &= \sum_{i=1}^n \varphi(z_i(t)) \frac{dz_i(t)}{dt} \\ &= \sum_{i=1}^n \varphi(z_i(t)) [-r_i z_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \varphi(z_j(t))] \\ &= \sum_{i=1}^n [-r_i z_i(t) \varphi(z_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \varphi(z_i(t)) \varphi(z_j(t))] \end{aligned} \quad (9)$$

当 $r_i \geq 0 (i=1, 2, \dots, n)$ 时, 利用不等式 $z_i(t) \varphi(z_i(t)) \geq \varphi^2(z_i(t))$, 可将式(9)变为如下不等式:

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq \sum_{i=1}^n [-r_i \varphi^2(z_i(t)) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \varphi(z_i(t)) \varphi(z_j(t))] \quad (10)$$

将不等式(10)右端写成二次型形式, 则得到:

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq \begin{bmatrix} \varphi(z_1(t)) \\ \varphi(z_2(t)) \\ \vdots \\ \varphi(z_n(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -r_1 + a_{11} & \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & \dots & \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} \\ \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & -r_2 + a_{22} & \dots & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} & \dots & -r_n + a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(z_1(t)) \\ \varphi(z_2(t)) \\ \vdots \\ \varphi(z_n(t)) \end{bmatrix} \quad (11)$$

根据 Lyapunov 稳定性定理知,若式(11)小于零,即满足定

$$\text{理 1 中二次矩阵} \begin{bmatrix} -r_1 + a_{11} & \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & \cdots & \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} \\ \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & -r_2 + a_{22} & \cdots & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} & \cdots & -r_n + a_{nn} \end{bmatrix} \text{负}$$

定的条件,则系统(5)的原点是全局稳定的。由前文可知,系统(2)平衡点的全局渐近稳定性等价于系统(5)原点的全局稳定性,因此系统(2)有全局渐近稳定平衡点。

(ii)唯一性

由二次型矩阵 C 是负定的可知, $-C$ 是正定的,那么 $r_i - a_{ii}$ ($i=1,2,\dots,n$) 均为正实数。令 $B=(R-A)/2$, 则 $C=(-B)+(-B)^T$ 。根据定义 1, 取 P 为单位矩阵 E , 显然 $E(2B)+(-B)^T E$ 是正定的, 因此 $2B=R-A$ 是 Lyapunov 对角稳定的, 再结合引理 2 和引理 3 知, 系统(2)有唯一的平衡点。

综合(i)(ii), 若满足定理 1 给出的条件, 则系统(2)有唯一的全局渐近稳定平衡点。

3.2 CNN 全局渐近稳定性定理的推论

下面给出定理 1 的推论, 它是一个关于系统(2)零解全局渐近稳定的充分条件。

推论 1 对 n 维 CNN, 若满足 $u_i=0, r_i \geq 0, i=1,2,\dots,n$, 且二次型矩阵

$$C = \frac{A+A^T}{2} - R = \begin{bmatrix} -r_1 + a_{11} & \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & \cdots & \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} \\ \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & -r_2 + a_{22} & \cdots & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} & \cdots & -r_n + a_{nn} \end{bmatrix}$$

负定, 则系统(2)的零解是全局渐近稳定的。

证明: 对系统(2)取一个与定理 1 的证明中相类似的 Lyapunov 函数 $V(t) = \sum_{i=1}^n \int_0^{x_i} f(s) ds$, 其中 $f(s)$ 是系统(2)的输出函数, 不同的只是令 $u_i=0, i=1,2,\dots,n$, 其余证明过程同定理 1, 再结合 Lyapunov 稳定性定理可以证得推论 1。

3.3 稳定性结论的改进

由 3.1 节和 3.2 节的稳定性结论可以看出, 本文的判定条件为一个与细胞神经网络系统维数相同的二次型矩阵不等式, 即 n 维矩阵不等式, 它改进了文献[11]中的结论, 将矩阵维数由 $2n$ 降为 n 维, 极大地减小了文献[11]中关于稳定性判定结论的复杂度; 同时, 本文结论包含文献[11]所有可以判定的情况, 并且可以判定部分其所不能判定的情况, 即降低了文献[11]结论的保守性。接下来给出其定理及证明过程。

定理 2 对维数为 n 的 CNN, 利用二次型矩阵 $C =$

$$\begin{bmatrix} -r_1 + a_{11} & \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & \cdots & \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} \\ \frac{a_{12} + a_{21}}{2} & -r_2 + a_{22} & \cdots & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{1n} + a_{n1}}{2} & \frac{a_{2n} + a_{n2}}{2} & \cdots & -r_n + a_{nn} \end{bmatrix} \text{负定比利用矩阵 } H$$

$$= \begin{bmatrix} -r_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \frac{a_{12}}{2} & \cdots & \frac{a_{1n}}{2} \\ 0 & -r_2 & \cdots & 0 & \frac{a_{21}}{2} & 0 & \cdots & \frac{a_{2n}}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -r_n & \frac{a_{n1}}{2} & \frac{a_{n2}}{2} & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{a_{21}}{2} & \cdots & \frac{a_{n1}}{2} & a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{a_{12}}{2} & 0 & \cdots & \frac{a_{n2}}{2} & 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{1n}}{2} & \frac{a_{2n}}{2} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \text{负定判定细}$$

胞神经网络稳定性具有更低的保守性, 即前者不仅可以判定所有后者可以判定的情况, 而且还能判定部分后者不能判定的情况, 其中矩阵 H 为文献[11]的判定矩阵。

证明: 根据矩阵 C 和 H 分别设置 4 个不同的矩阵为:

$$S_{11} = \begin{bmatrix} -r_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -r_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -r_n \end{bmatrix}, S_{12} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{a_{12}}{2} & \cdots & \frac{a_{1n}}{2} \\ \frac{a_{21}}{2} & 0 & \cdots & \frac{a_{2n}}{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{n1}}{2} & \frac{a_{n2}}{2} & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

$$S_{21} = S_{12}^T, S_{22} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \text{则不难看出, 矩阵 } C =$$

$$S_{11} + S_{12} + S_{21} + S_{22}, H = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}. \text{假设 } E \text{ 为 } n \text{ 阶单位矩}$$

阵, 则矩阵 $F = \begin{bmatrix} E \\ E \end{bmatrix}$ 的各列向量均互不相关。根据二次型理

论, 若矩阵 H 负定, 即 $H < 0$, 则可知二次矩阵 $\begin{bmatrix} E \\ E \end{bmatrix}^T$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ E \end{bmatrix} < 0, \text{即 } S_{11} + S_{12} + S_{21} + S_{22} < 0, \text{因此, 当矩阵}$$

H 负定则矩阵 C 必定负定, 反之则不然。

根据以上证明可知, 若可利用矩阵 H 判定细胞神经网络稳定性, 则必可利用矩阵 C 来判定, 反之不成立。下面给出具体的矩阵 C 负定而 H 不负定的例子。

4 数值仿真

本文的结论适用于任意维数的细胞神经网络, 即系统维数不受限制, 当系统维数越高时, 本文结论的优越性越明显。为了验证定理 1 和推论 1 的可行性并给出定理 2 的反例, 本节给出两个数值仿真实验, 其分别以三维和四维 CNN 为例。

(1)仿真实验一

(a)当细胞神经网络的系统维数 $n=3$ 时, 假设各项参数

$$\text{分别为 } R = \text{diag}(0.5, 1, 1.5), A = \begin{bmatrix} -1 & -2.4 & 1.2 \\ 2.2 & -1.2 & 0.3 \\ -1 & 0.1 & -2 \end{bmatrix}, u =$$

$[0.4, 0.25, -0.6]^T$, 依据定理 1 可得到二次型矩阵 $C =$

$$\begin{bmatrix} -1.5 & -0.1 & 0.1 \\ -0.1 & -2.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & -3.5 \end{bmatrix}, \text{显然所有的 } r_i \geq 0, i=1, 2, 3, \text{且矩}$$

阵 C 的特征值分别为 $-3.5364, -2.1802, -1.4834$, 满足定理 1 的负定条件, 因此, 系统有一个全局渐近稳定的平衡点, 如图 1 所示。

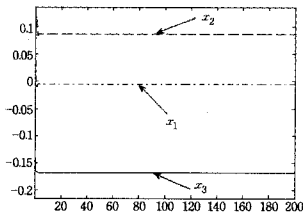


图 1 系统稳定时各状态变量的运动轨迹

与本文给出的判定条件不同, 文献[11]认为, 维数为 n 的 CNN 满足 $a_{ii} < 0, i=1, 2, \dots, n$, 且矩阵 H 负定, 则 CNN 全局渐近稳定。文献[11]结论中需要判定 $2n$ 阶矩阵的负定情况, 而本文结论只需判定 n 阶矩阵, 矩阵阶数是降低了一倍。

H 是一个 $2n$ 阶矩阵, 当 $n=3$ 时, H 的阶数为 6。若将上面设置的参数代入矩阵 H , 则其值为 $H =$

$$\begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0 & -1.2 & 0.6 \\ 0 & -1 & 0 & 1.1 & 0 & 0.15 \\ 0 & 0 & -1.5 & -0.5 & 0.05 & 0 \\ 0 & 1.1 & -0.5 & -1 & 0 & 0 \\ -1.2 & 0 & 0.05 & 0 & -1.2 & 0 \\ 0.6 & 0.15 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \text{算得它的特}$$

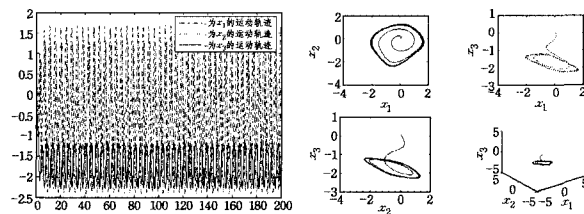
征值分别为 $-2.4791, -2.2521, -1.7580, -1.3867, 0.1792, 0.4967$ 。

由此可以看出, 虽然 H 矩阵不是负定的, 但系统依然是全局渐近稳定的, 这足以说明矩阵 C 负定不能推出 H 负定, 并且本文给出的矩阵 C 的阶数只有矩阵 H 的一半, 因此大大降低了计算的难度。

(b) 若各参数相比于(a)将 $a_{ii} (i=1, 2, 3)$ 改为正数, 即矩

$$\text{阵 } C = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.1 & 0.1 \\ -0.1 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}, \text{其特征值为 } 0.0589, 0.5185,$$

0.6227 。很明显矩阵 C 不满足负定的条件(根据矩阵负定的充要条件, 每个特征值要求均小于零, 而这里所有特征值均大于零), 此时, 系统变得非常不稳定, 各状态的运动轨迹及其之间的关系分别如图 2(a)和(b)所示。



(a) 系统不稳定时的状态运动轨迹 (b) 系统不稳定时的状态关系

图 2 系统不稳定时的状态变量

(2) 仿真实验二

(a) 当维数 $n=4$ 且 u 为零向量时, 假定系统各参数分别

$$\text{为 } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.5 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1.5 & 0.3 & -3.2 & 1 \\ -0.2 & -2.3 & -2.3 & 2 \\ 3.2 & 4 & -0.5 & 0.3 \\ 0.1 & 0 & -0.9 & -1.2 \end{bmatrix}, \text{于}$$

$$\text{是矩阵 } C = \begin{bmatrix} -2.5 & 0.05 & 0 & 0.55 \\ 0.05 & -3.8 & 0.85 & 1 \\ 0 & 0.85 & -2.5 & -0.3 \\ 0.55 & 1 & -0.3 & -3.7 \end{bmatrix}, \text{特征值分别为}$$

$-5.0628, -3.1953, -2.2351, -2.0067$, 均小于零, 满足推论 1 的条件, 此时系统(2)的零解是全局渐近稳定的。由图 3 可以看出, 各状态变量经过短暂的振荡都很快趋于了零。

(b) 同样是 $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = 0$, 且将实验二(a)中的所有 $a_{ii} (i=1, 2, 3, 4)$ 改为正数, 则二次型矩阵 $C =$

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.05 & 0 & 0.55 \\ 0.05 & 0.8 & 0.85 & 1 \\ 0 & 0.85 & -1.5 & -0.3 \\ 0.55 & 1 & -0.3 & -1.3 \end{bmatrix} \text{不是负定的。由图 4 所示的}$$

各状态变量运动轨迹可以看出它们都有轻微的振荡, 因此系统是不稳定的。

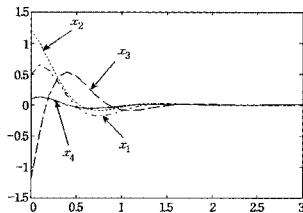


图 3 系统零解全局渐近稳定

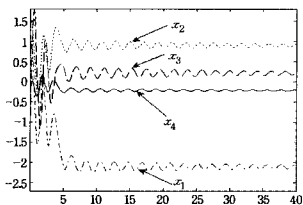


图 4 系统不稳定时的状态图

通过以上两个仿真实验可知, 对于任意维数的 CNN, 若它的各个细胞之间的相互作用及其外部输入为常数, 只要满足定理 1 给出的所有条件, 系统就是全局渐近稳定的; 若在此基础上还满足外部输入均为零的条件, 则满足了推论 1 的各项条件, 那么, 系统不仅是全局渐近稳定的, 而且此全局渐近稳定平衡点为原点。

说明: 通过两个实验可以验证定理 1 及推论 1 中稳定性的有效性和可行性以及定理 2 的优越性; 此外, 我们还利用大量仿真实验对这几个结论进行了验证, 结果均与上述一致, 因此可以证实本文结论是正确和可行的。

结束语 本文以系统输出函数的不定积分构造了一个 Lyapunov 函数, 该 Lyapunov 函数不仅是正定且径向无界的, 而且函数中没有使用系统的稳定平衡点作为参数之一, 使得判定条件的证明过程相比于文献[11]和文献[14]更严谨。定理 1 的判定条件是二次型矩阵负定的形式, 并且条件中负定矩阵的阶数由文献[11]中的 $2n$ 降为 n , 因而判定条件更简

(下转第 276 页)

语言样本图像各 200 幅,测试集中每种语言样本图像各 100 幅。实验 2 的识别结果见表 2。

表 2 实验 2 识别结果

语言	本文算法	符号匹配法
中文	98	91
韩文	91	69
日文	94	74

4.3 性能分析

基于符号匹配的算法需要将提取的特征与标准模板进行匹配,中文由于整体特征相对明显,受字体影响较小,而韩文、日文对字体的变化比较敏感。本文算法对于特征的描述不需要对字符进行归一化处理,因此对于字体的变化具有较强的适应能力,在目前引入的字体范围内取得了良好的识别效果。

结束语 针对常用的文种识别方法中存在的一些问题,提出一种基于多特征融合的东亚文种识别算法,其通过尺寸无关的高频特征形状匹配,同时在识别过程中结合了版式特征和字符复杂度特征的综合分析,并采用模糊集贴进度准则进行识别,在保证较高识别性能和较小计算量的前提下,对于字体的变化具有良好的适应能力。

参 考 文 献

[1] Pal U, Chaudhuri B B. Identification of different script lines from multi-script document[J]. *Image and Vision computing*, 2002, 20(13/14):945-954

[2] Spitz A L. Determination of the Script and Language Content of Document Images[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis*

and Machine Intelligence, 1997, 19(3):235-245

[3] Elgammal A M, Ismail M A. Techniques for language Identification for hybrid Arabic-English Document Images[C]//*Proceedings of Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition*, Seattle, 2001:1100-1104

[4] Nakayama T, Spitz A L. European Language Determination from Image[C]//*Proceeding of the International Conference on Document Analysis and Recognition*, Tsukuba, 1993:159-162

[5] Hochberg J, Kelly P, Thomas T. Automatic Script Identification From Image Using Cluster-Based Templates[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(2):176-181

[6] 顾立娟, 平西建, 程娟, 等. 一种具有旋转鲁棒性的文本图像文种识别方法[J]. *中国图象图形学报*, 2010, 15(6):879-886

[7] Brush A, Bolse W W, Sridharan S. Texture for Script Identification[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(11):1720-1732

[8] Tan T. Rotation Invariant Texture Features and Their Use in Automatic Script Identification[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1998, 20(7):751-756

[9] 曾理, 唐远炎, 陈廷槐. 基于多尺度小波纹理分析的文字种类自动识别[J]. *计算机学报*, 2000, 23(7):699-704

[10] 朱华光, 平西建, 程娟. 基于二元树复数小波变换的文种自动识别[J]. *数据采集与处理*, 2008, 23(6):766-771

[11] 王刚, 靳彦青, 刘立柱. 基于模糊隶属度特征和贴近度的徽标识别[J]. *计算机科学*, 2009, 36(1):184-193

(上接第 265 页)

洁;而推论 1 则是在定理 1 的基础上推导出来的,经过数值仿真实验验证了这两个结论的有效性和可行性。同时,定理 2 证明了本文结论优于文献[11]的结论。

参 考 文 献

[1] Chua L O, Yang L. Cellular neural networks theory[J]. *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, 1988, 35(10):1257-1272

[2] Chua L O, Yang L. Cellular neural networks applications[J]. *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, 1988, 35(10):1273-1290

[3] Ke Yun-quan, Miao Chun-fang. Existence analysis of stationary solutions for RTD-baised cellular neural networks[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2010, 20(7):2123-2136

[4] Huang Zu-da, Peng Le-qun, Xu Min. Anti-periodic solutions for high-order cellular neural networks with time-varying delays [J]. *Electronic Journal of Differential Equations*, 2010, 59:1-9

[5] Ban Jung-chao, Cang Chih-hung. On the monotonicity of entropy for multilayer cellular neural networks[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2009, 19(11):3657-3670

[6] Peng Jun, Zhang Du, Liao Xiao-feng. A Digital image encryption algorithm based on hyper-chaotic cellular neural network[J]. *Fundamenta Informaticae*, 2009, 90:269-282

[7] Chen Li-ping, Wu Ran-chao. Exponential stability of stochastic fuzzy cellular neural networks with distributed delays[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2009, 19(10):3387-3395

[8] Liu Jin-zhu, Min Le-quan. Robust designs for templates of directional extraction cellular neural network with applications[J]. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2009, 23(1):87-100

[9] 廖晓峰, 李学明, 周尚波. 基于 LMI 方法的时滞神经网络稳定性分析[J]. *计算机学报*, 2004, 27(3):377-381

[10] 贺勤斌. 一类 CNN 细胞神经网络的稳定性[J]. *科学技术与工程*, 2008, 8(24):3765-3769

[11] 廖晓昕. 细胞神经网络的数学理论(1) [J]. *中国科学(A 辑)*, 1994, 24(9):902-910

[12] YU Wen-wu. A LMI-based approach to global asymptotic stability of neural networks with time varying delays[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2007, 48:165-174

[13] 王曦, 欧阳城添, 张小红, 等. CNN 的全局渐近稳定性分析与改进[J]. *计算机应用与软件*, 2009, 26(4):96-99

[14] 贾伟凤, 曾茵莉, 廖晓昕. 关于 Hopfield 型神经网络稳定性的注记[J]. *华中科技大学学报:自然科学版*, 2003, 31(8):74-76

[15] 黄立宏, 李雪梅. 细胞神经网络动力学[M]. 北京:科学出版社, 2007