

大围长结构化 LDPC 码构造方法

张 伟 朱光喜 彭 立 沈琼霞

(华中科技大学电信系光电国家实验室光通信与智能网络部 F407 武汉 430074)

摘 要 在 LDPC 码的构造中,校验矩阵拥有大围长对于改善码的性能有着重要的意义。结构化是提高码实用性的关键。提出一种低复杂度的基于列差搜索法(Column-Difference Search Algorithm)的准循环 LDPC 码构造方法,用以设计大围长和任意码率的规则 QC-LDPC 码(以下称为 CDS-LDPC 码)。该方法可线性编码,易于 IC 实现。仿真结果表明,该方法构造的各种码率 CDS-LDPC 码在 BER 性能上均优于对应的随机码,与同属 QC-LDPC 码的 Tanner 码和 Array 码相比明显提高了 0.79~3.28dB,并且在码长、码率等参数设计上更为灵活。

关键词 准循环低密度奇偶校验码,列差矩阵,围长,搜索算法

中图分类号 TN911 **文献标识码** A

Design of Structured LDPC Codes with Large Girth

ZHANG Wei ZHU Guang-xi PENG Li SHEN Qiong-xia

(Wuhan Optical-Electronic National Laboratory, Department of Electronics & Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract A parity-check matrix H with large girth has important significance to improve the performance of LDPC codes. And the key to the encoder implementation is the algebraic code structure. This paper proposed a novel code construction algorithm with low complexity based on the Column-Difference Search(CDS) Algorithm, which can design regular Quasi-Cyclic LDPC codes with large girth and arbitrary code rate. It has linear encoding complexity and is friendly to hardware implementation. The experimental results show that CDS-LDPC codes with different code rates perform better than Tanner codes and Array codes, which increase 0.79~3.28dB than another two classical QC-LDPC codes, and also outperform the counterparts of random codes. In addition, CDS-LDPC codes have more flexibility on the design of code length and rate.

Keywords Quasi-cyclic LDPC codes, Column-difference matrix, Girth, Search algorithm

1 前言

设计性能逼近信道容量、编译码复杂度较低的实用好码是信道编码领域的目标。基于图模型的低密度奇偶校验码(Low-Density Parity-Check codes,简称 LDPC 码)是 Gallager 于 1963 年提出的一种基于稀疏校验矩阵的分组码^[1], Mackay 和 Neal 等人在 1996 年发现 LDPC 码是具有较低的迭代译码复杂度和逼近 Shannon 容量限的渐近好码,其纠错能力接近甚至超越 Turbo 码^[2,3],使之成为当今信道编码领域最受瞩目的研究热点之一。

近年来,许多 LDPC 码构造方法相继提出,主要可分为两大类:随机构造方法^[4,5]和代数结构构造方法^[6,7]。一般而言,随机码在长码时纠错性能较好,但存在一些严重缺陷使其难以实用化,例如奇偶校验矩阵(H 矩阵)的存储与访问问题、编码复杂度问题以及码性能分析问题等。代数结构码恰好可以克服这些困难。文献^[8,9]分别提出了一类代数结构

的准循环码,称为 Quasi-Cyclic LDPC 码。该码的基本思想是将 H 矩阵分块,以分块子阵填充分布矩阵得到 H 矩阵。QC-LDPC 码能够在简单移位寄存器的基础上实现线性复杂度编码,非常适合 IC 实现,有较好的实用前景。

LDPC 码可用 Tanner 图来表示,Tanner 图中环的大小和分布是决定码性能的重要因素之一。LDPC 码的译码主要是置信传播(Belief-Propagation, BP)迭代算法。理论上该算法在无环的 Tanner 图中可以实现最大似然译码算法(MLD)下的最优译码。而现实中码字长度有限,必然存在环,导致在有限次迭代后出现信息循环,算法无法收敛或收敛速度减慢,造成译码性能下降。另一方面,Tanner 图的最小环(称为 girth 或围长)还与码的最小距离有关,girth 越大,最小距离也随之增大^[10]。因此,构造 girth 较大的 LDPC 码已成为当前 LDPC 码的一个重要研究内容。关于大围长 LDPC 码的设计方法已有不少论文发表^[11-14],但存在算法复杂度高、围长设计不灵活受一定条件约束等问题,降低了其实用性。

到稿日期:2008-12-15 返修日期:2009-02-25 本文受国家自然科学基金重大项目(No. 60496315),国家自然科学基金(No. 60572050)资助。
张 伟(1979—),男,博士生,主要研究方向为下一代无线通信网络、信道编码等,E-mail:zhang_wei@mail.hust.edu.cn;朱光喜(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为宽带无线通信等;彭 立(1962—),女,副教授,主要研究方向为信道编码等;沈琼霞(1980—),女,博士生,主要研究方向为下一代无线通信网络 QoS。

针对上述问题,提出了一种基于列差搜索法来构造大围长和码率的规则 QC-LDPC 码算法。仿真结果表明,这种方法能有效降低计算复杂度,快速构造大围长的码,在性能上比其他 QC-LDPC 码相比(如 Tanner 码^[8,9]、Array 码^[15]等)提高了 0.79~3.28dB,甚至优于随机码的性能,是一类高性能、低复杂度、易于硬件实现的好码。

2 相关定义与定理

本节首先介绍后面算法中相关的定义与定理。

定义 1 每行每列有且仅有一个“1”的 GF(2)有限域上 n 维方阵称为循环填充矩阵 M 。Q 矩阵^[16]、等差数列矩阵^[17]、单位置换矩阵都属于循环填充矩阵。循环填充矩阵可表示成矢量的形式,称为循环填充矢量,其对应关系是:矢量中每个元素所在位置的序号表示矩阵中“1”元素所在列(或行)的序号,矢量中元素的值表示矩阵中“1”元素所在行(或列)的序号。如下列矩阵可记为列矢量 $V_2^c(4, 2, 0, 5, 3, 1)$ 或行矢量 $V_2^r(2, 5, 1, 4, 0, 3)$ 。

$$V_2^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

定义 2 循环指数矩阵 C (Cycle Index Matrix)包含两种元素:循环移位指数 $C_{a,b}$ 和 -1 ,

$$C = \begin{bmatrix} C_{0,0} & C_{0,1} & -1 & -1 & -1 & -1 \\ C_{1,0} & -1 & C_{1,2} & -1 & C_{1,4} & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & C_{2,5} \\ -1 & C_{3,1} & C_{3,2} & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & C_{4,3} & -1 & -1 \\ -1 & C_{5,1} & -1 & -1 & C_{5,4} & -1 \end{bmatrix}$$

在 -1 的位置以 $p \times p$ 的全“0”矩阵填充,其他位置以循环移位次数为 $C_{a,b}$ 的 p 维循环填充矩阵 $M(C_{a,b})$ 填充,即可得到 H 矩阵。其中 $0 \leq C_{a,b} \leq p-1$ 。

$H =$

$$\begin{bmatrix} M(C_{0,0}) & M(C_{0,1}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M(C_{1,0}) & 0 & M(C_{1,2}) & 0 & M(C_{1,4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M(C_{2,5}) \\ 0 & M(C_{3,1}) & M(C_{3,2}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M(C_{4,3}) & 0 & 0 \\ 0 & M(C_{5,1}) & 0 & 0 & M(C_{5,4}) & 0 \end{bmatrix}$$

定义 3 将循环指数矩阵中的 $C_{a,b}$ 用“1”代替, -1 用“0”代替构成的有限域 GF(2)上的矩阵称为基矩阵 B (Base Matrix),如下所示。

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

对于循环指数矩阵的围长检测,在 Fossorier 的研究基础上^[9],本文给出循环填充矩阵为任意情况的一般性判断定理。

定理 1 循环指数矩阵 C 由 $p \times p$ 的循环填充矩阵扩展后得到校验矩阵 H ,则 H 中存在长为 $2n$ 的环的充要条件是: C 中存在由 $2n$ 个循环移位指数 $C_{a_1, b_1} C_{a_2, b_2} \dots C_{a_{2n}, b_{2n}}$ 构成的环路,且这 $2n$ 个循环移位指数满足下式:

$$\sum_{i=1}^{2n} (-1)^{i+1} C_{a_i, b_i} = 0 \pmod p \quad (1)$$

定理 1 揭示了循环指数 C_{a_i, b_i} 与 H 矩阵中任意环长的对应关系,可以看出环长与 QC-LDPC 码的其它码参数如码长 N 、行重 d_c 、列重 d_v 、码率 R 等无关。并且定理 1 阐述的是一个充要条件,这表明在依据定理 1 设计大围长 QC-LDPC 码时无需再考虑多余条件。

若直接依据定理 1 循环遍历搜索 C 矩阵,在围长较大时,搜索复杂度极高,难以实现。因此,本文提出基于“列差矩阵”的优化搜索算法,理论上可以构造任意围长的规则 QC-LDPC 码。式(1)稍作变形,可转化为:

$$\sum_{i=1}^n (C_{a_{2i-1}, b_{2i-1}} - C_{a_{2i}, b_{2i}}) = 0 \pmod p \quad (2)$$

其中, $C_{a_{2i-1}, b_{2i-1}} - C_{a_{2i}, b_{2i}}$ 可视为同行或同列两个循环指数之差。由于同行与同列情况是等价的,对 H 矩阵而言,一般行数小于列数,故提出“列差矩阵”定义如下。

定义 4 对于行重 d_c 列重 d_v 的规则 QC-LDPC 码,其循环指数矩阵为 $M_c \times N_c$,将其每列的循环指数按行序重新编号为 $C_{0,i}$ 至 $C_{d_v-1,i}$, $0 \leq i \leq N_c-1$,则列差矩阵定义为:

$D =$

$$\begin{bmatrix} d_{0,0} & \dots & d_{0,i} & \dots & d_{0,N_c-1} \\ d_{1,0} & \dots & d_{1,i} & \dots & d_{1,N_c-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{d_v-2,0} & \dots & d_{d_v-2,i} & \dots & d_{d_v-2,N_c-1} \\ d_{1,0} - d_{0,0} & \dots & d_{1,i} - d_{0,i} & \dots & d_{1,N_c-1} - d_{0,N_c-1} \\ d_{2,0} - d_{0,0} & \dots & d_{2,i} - d_{0,i} & \dots & d_{2,N_c-1} - d_{0,N_c-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{d_v-2,0} - d_{0,0} & \dots & d_{d_v-2,i} - d_{0,i} & \dots & d_{d_v-2,N_c-1} - d_{0,N_c-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{d_v-2,0} - d_{d_v-3,0} & \dots & d_{d_v-2,i} - d_{d_v-3,i} & \dots & d_{d_v-2,N_c-1} - d_{d_v-3,N_c-1} \end{bmatrix}$$

$=$

$$\begin{bmatrix} C_{0,0} - C_{1,0} & \dots & C_{0,i} - C_{1,i} & \dots & C_{0,N_c-1} - C_{1,N_c-1} \\ C_{0,0} - C_{2,0} & \dots & C_{0,i} - C_{2,i} & \dots & C_{0,N_c-1} - C_{2,N_c-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{0,0} - C_{d_v-1,0} & \dots & C_{0,i} - C_{d_v-1,i} & \dots & C_{0,N_c-1} - C_{d_v-1,N_c-1} \\ C_{1,0} - C_{2,0} & \dots & C_{1,i} - C_{2,i} & \dots & C_{1,N_c-1} - C_{2,N_c-1} \\ C_{1,0} - C_{3,0} & \dots & C_{1,i} - C_{3,i} & \dots & C_{1,N_c-1} - C_{3,N_c-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1,0} - C_{d_v-1,0} & \dots & C_{1,i} - C_{d_v-1,i} & \dots & C_{1,N_c-1} - C_{d_v-1,N_c-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{d_v-2,0} - C_{d_v-1,0} & \dots & C_{d_v-2,i} - C_{d_v-1,i} & \dots & C_{d_v-2,N_c-1} - C_{d_v-1,N_c-1} \end{bmatrix}$$

D 为 $d_v(d_v-1)/2$ 行 N_c 列矩阵,包含了循环指数矩阵可能产生的所有列差值,里面所有运算均为模 p 运算,每个列差取值范围为 $[0, p-1]$ 。

列差矩阵中,每一列只有前 d_v-1 行为独立值,其他列差值均由前 d_v-1 个列差计算得到。而在计算环路和时,列差环路结点数由 $2n$ 退化为 n ,运算量降低 50%,并将加减交替运算变成统一的模 p 和运算。这样,无论是环路分析还是环路计算其复杂度都大大降低了。列差矩阵可以很方便地推出

循环指数矩阵,从而构造 CDS-LDPC 码的 H 矩阵。

3 大围长 CDS-LDPC 码构造算法

依据定理 1,在 H 矩阵中一个长为 $2n$ 的环对应于循环指数矩阵中 $2n$ 个交替加减的循环指数序列。式(2)表明,这 $2n$ 个循环指数的加减运算可以转换为 n 个列差之和运算。若要设计一个围长为 g 的 H 矩阵,只需在列差矩阵中依据环路构造规则依次选取 $2, 3, \dots, g/2$ 个列差值,其模 p 和不为 0。因此,设计大围长 CDS-LDPC 码的关键在于基矩阵的构造及列差矩阵的生成。算法具体步骤如表 1 所列。

表 1 列差搜索算法

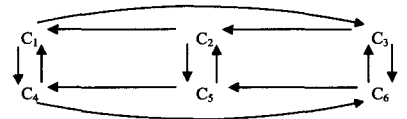
算法 A 构造行重 d_r 、列重 d_c 、围长 g 的 CDS-LDPC 码
初始化:建立 $d_v \times d_c$ 矩阵作为循环指数矩阵, $\frac{d_v(d_v-1)}{2} \times d_c$ 矩阵作为列差矩阵,列差矩阵只需确定前 d_v-1 行独立列差值即可,这里按列序从上向下搜索各列差值
for column=0 to d_c-1 do
if column=0 then
第一列不可能构成任何环,随机取值
$d_{0,0} \sim d_{d_v-2,0} \leftarrow \text{rand}()$
计算第一列其他行列差值
end if
for row=0 to d_v-2 do
label a: $d_{\text{row}, \text{column}} \leftarrow \text{rand}()$
计算其他相关列差值
for $m=2$ to $g/2$ do
for 已产生列差值所构成的所有 $2m$ 环路 do
if $\sum_{i=1}^m d_{a_i, b_i} = 0 \pmod p$ then
存在 $2m$ 环,放弃这个值, goto label a
end if
end for
end for
将确定的 $d_{\text{row}, \text{column}}$ 及其他相关值填入列差矩阵
end for
end for
由列差矩阵生成循环指数矩阵
End 由循环指数矩阵生成 H 矩阵并输出

例 1 构造围长 $g=12$,列重 $d_v=2$,行重 $d_c=3$ 的规则 CDSLDP 码。通过 CDSA 算法,可以快速(在 1.8GHz CPU,1G 内存的 PC 上执行时间为 0.8 秒)构造列差矩阵 D 和循环移位矩阵 C 如下(循环填充矩阵维数 $p=7$),用单位置换矩阵、 Q 矩阵或等差数列矩阵均可填充生成 H 矩阵。

$$D = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 6 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

这组 14×21 的 H 矩阵是目前文献中围长 12 的 H 矩阵中结构尺寸最小的。

在本文提出的算法中,是以 $d_v \times d_c$ 的全“1”矩阵作为基矩阵的。因为对于行重 d_c 列重 d_v 的规则码而言,最简单的基矩阵就是全“1”矩阵。值得注意的是,这类矩阵有一个很大的局限性,就是其生成的码围长最大为 12。这类矩阵的最小模块为 2×3 ,如图 1 所示。



$$C_2 - C_5 + C_4 - C_1 + C_3 - C_6 + C_5 - C_2 + C_1 - C_4 + C_6 - C_3 \equiv 0$$

图 1 2×3 全“1”矩阵中 12 环及其循环指数和

图中存在长为 12 的环路,其循环指数和恒为 0,故对应的

H 矩阵必有长度为 12 的环, Girth 最大为 12。所有的 $d_v \times d_c$ 的全“1”矩阵至少包含 2×3 的模块,故围长最大也为 12。要构造更大围长,必须在设计基矩阵时加入“0”元素。若适当设计基矩阵,则可以通过 CDSA 算法构造任意围长的 H 矩阵。

4 仿真实验与性能分析

本文对列差搜索法构造的 CDS-LDPC 码进行了大量数字仿真,仿真条件为: BPSK 调制方式,均值为零、方差为 σ_n^2 的加性高斯白噪声信道(AWGN),译码采用置信传播算法,最大迭代次数 50,循环填充矩阵选用单位置换矩阵。

例 2 构造围长 $g=12$,列重 $d_v=3$,行重 $d_c=6$,码率 $R=0.5$ 的规则 CDS-LDPC 码,循环填充矩阵维数 $p=1200$,码长 $N=7200$ 。通过算法 A,可得到列差矩阵 $D1$ 和相应的循环指数矩阵 $C1$ 为:

$$D1 = \begin{bmatrix} 227 & 454 & 729 & 1000 & 165 & 810 \\ 454 & 920 & 282 & 928 & 620 & 864 \\ 227 & 466 & 753 & 1128 & 455 & 54 \\ 478 & 482 & 485 & 488 & 492 & 495 \\ 251 & 28 & 956 & 688 & 327 & 885 \\ 24 & 762 & 203 & 760 & 1072 & 831 \end{bmatrix}$$

图 2 给出了其 BER 性能曲线,作为比较,图 2 也给出了相同码参数、围长为 6 的 Tanner 码、Array 码和随机码的性能。可以看到, CDS-LDPC 码在 BER 性能上明显优于 Tanner 码和 Array 码,误比特率达到 10^{-7} 级没有错误平台,而 Array 码在高信噪比区出现错误平台。与随机码相比,在低信噪比区两者性能几乎相同,随着信噪比的增加, CDS-LDPC 码 BER 曲线下降更快,性能优于随机码。在误比特率为 10^{-5} 时, CDS-LDPC 码分别优于随机码、Tanner 码、Array 码 0.1dB、2.98dB 和 3.28dB,距离香农限仅 1.332dB,这对于码率 0.5、码长 7200 的规则码而言是非常好的性能了,说明本文方法构造的 H 矩阵通过增大 girth 提高了码的性能。

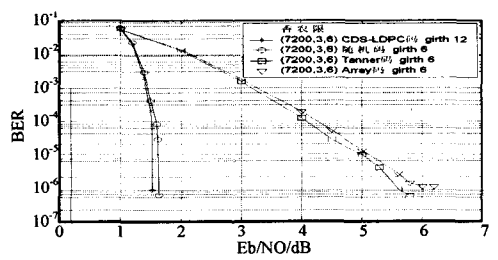


图 2 (7200, 3, 6) CDS-LDPC 码与相应随机码、Tanner 码、Array 码的性能比较

例 3 构造围长 $g=10$,列重 $d_v=3$,行重 $d_c=9$,码率 $R=2/3$ 的规则 CDS-LDPC 码,循环填充矩阵维数 $p=700$,码长 $N=6300$ 。其列差矩阵 $D2$ 和相应的循环指数矩阵 $C2$ 为:

$$D2 = \begin{bmatrix} 195 & 390 & 594 & 156 & 405 & 64 & 441 & 396 & 552 \\ 390 & 92 & 524 & 344 & 240 & 236 & 462 & 336 & 206 \\ 195 & 402 & 630 & 188 & 535 & 172 & 21 & 640 & 354 \\ 187 & 190 & 194 & 197 & 200 & 203 & 207 & 210 & 213 \\ 692 & 500 & 300 & 41 & 495 & 139 & 466 & 514 & 361 \\ 497 & 98 & 370 & 553 & 660 & 667 & 445 & 574 & 7 \end{bmatrix}$$

图 3 给出了 (6300, 3, 9) CDS-LDPC 码以及相应 Tanner 码、Array 码和随机码的 BER 性能曲线。可以看到,对于高

率码而言,CDS-LDPC 码与随机码性能几乎相当,都明显高于 Tanner 码和 Array 码,Array 码在高信噪比区还出现了错误平层。在误比特率为 10^{-5} 时,CDS-LDPC 码分别优于随机码、Tanner 码、Array 码 0.02dB、0.79dB 和 2.19dB,距离香农极限仅 1.126dB。

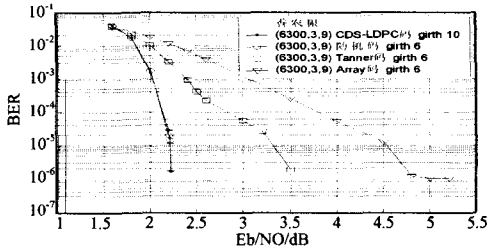


图3 (6300,3,9)CDS-LDPC 码与相应随机码、Tanner 码、Array 码的性能比较

用列差搜索法可以很容易地构造 0.9 以上的极高码率 LDPC 码。高码率系统可以显著提高通信信道使用效率,特别是在磁盘存储领域有着重要的意义。一般而言,代数结构码在长码时性能不如随机码^[9]。本文也构造了一个极高码率的长码与随机码进行比较。

例 4 构造围长 $g=8$,列重 $d_c=3$,行重 $d_r=33$,码率 $R=$

$D_3=$

100	103	107	113	130	139	159	179	201	241	270	319	378	72	128	213	311	12	162	250	345	56	236	357	55	388	190	205	161	163	174	316	207
103	107	113	130	139	159	175	198	234	263	312	368	43	115	197	291	393	100	215	316	24	200	350	38	371	128	87	96	68	83	13	12	343
3	4	6	17	9	20	16	19	33	22	42	49	65	43	69	78	82	88	53	66	79	144	114	81	316	140	297	291	307	320	239	96	136

$C_3=$

343	346	350	353	356	359	363	366	369	372	376	379	382	385	389	392	395	399	2	5	8	12	15	18	21	25	28	31	34	38	41	44	47
243	243	243	240	226	220	204	187	168	131	106	60	4	313	261	179	84	387	240	155	63	356	179	61	366	37	238	226	273	275	267	128	240
240	239	237	223	217	200	188	168	135	109	64	11	339	270	192	101	2	299	187	89	384	212	65	380	50	297	341	335	366	355	28	32	104

结束语 本文提出一种低复杂度的基于列差搜索法的高度结构化 LDPC 码,通过优化搜索列差矩阵来计算循环指数矩阵,进而构造大围长的 H 矩阵。在选取最简单的全“1”基矩阵前提下,给出 12 以内的任意围长、码率的 CDS-LDPC 码设计算法。仿真表明,CDS-LDPC 码在不同码率性能上均明显优于经典的 QC-LDPC 码:Tanner 码和 Array 码,也优于对应的随机码,并且在码长、码率等参数设计上更为灵活。如何设计非全“1”基矩阵,利用构造列差搜索法构造围长大于 12 的 H 矩阵是下一步研究的重点。

参考文献

[1] Gallager R G. Low Density Parity Check Codes [D]. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1960

[2] MacKay D J C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices [J]. IEEE Tran. Info. Theory, 1999, 45(2): 399-431

[3] Richardson T, Urbanke R. The Capacity of Low-Density Parity Check Codes under Message-Passing Decoding [J]. IEEE Trans. Info. Theory, 2001, 47(2): 599-618

[4] Luby M G, Mitzenmacher M, Shokrollahi M A, et al. Improved low-density parity check codes using irregular graphs[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 2001, 47: 585-598

[5] Chung S Y, Forney G D, Richardson T J, et al. On the design of low-density parity check codes within 0.0045 dB of the Shannon limit[J]. IEEE Commun. Lett., 2001, 5: 58-60

[6] Tanner R M. Spectral graphs for quasi-cyclic LDPC codes[C]// Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory. Washington, DC, June 2001: 226

[7] Yu K, Lin S, Fossorier M. Low density parity check codes based

on 10/11 的规则 CDS-LDPC 码,循环填充矩阵维数 $p=400$,码长 $N=13200$ 。其列差矩阵 D_3 和相应的循环指数矩阵 C_3 如下所示。

图 4 给出了 (13200, 3, 33) CDS-LDPC 码以及相应随机码的 BER 性能曲线。在低信噪比区,两种码性能几乎相同,而当 SNR 在 4dB 以上时,CDS-LDPC 码性能要好于随机码。

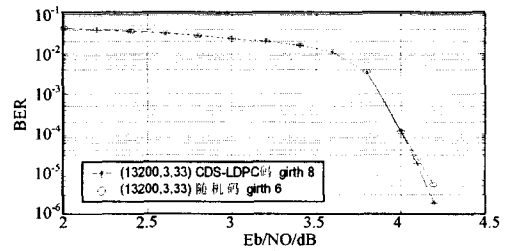


图4 (13200,3,33)CDS-LDPC 码与相应随机码的性能比较

从存储效率角度看,CDS-LDPC 码是非常高效的。以上面 (13200, 3, 33) 的码为例,普通的 H 矩阵需要存储 $13200 \times 3 = 39600$ 个“1”的行列位置,但 CDS-LDPC 码只需存储 $33 \times 3 = 99$ 个循环移位指数以及 $p=400$ 的循环填充矢量,存储效率提高约 80 倍。

on finite geometries: A discovery and new results [J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2001, 47(11): 2711-2736

[8] Tanner R M, Sridhara D, Sridharan A, et al. LDPC Block and Convolutional Codes Based on Circulant Matrices [J]. IEEE Trans. Info. Theory, 2004, 50(12): 2966-2984

[9] Fossorier M P. Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check Codes from Circulant Permutation Matrices [J]. IEEE Trans. Info. Theory, 2004, 50(8): 1788-1793

[10] Tanner R M. A recursive approach to low complexity codes [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1981, IT-27: 533-547

[11] Zhang H T, Moura J M F. The Design of Structured Regular LDPC Codes with Large Girth [C]// Proc. of 2003 IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBE-COM '03). 2003, 7: 4022-4027

[12] Xiao Y, Lee M H. Low Complexity MIMO-LDPC CDMA Systems Over Multipath Channels [J]. IEICE Trans. COMMUN, 2006, E89-B(5): 1713-1717

[13] Mao Yongyi, Banihashemi A H. A heuristic search for good low-density parity-check codes at short block lengths [C]// Proc. IEEE Int. Conf. Communications. Helsinki, Finland, 2001, 1: 11-14

[14] Ko Y J, Kim J H. Girth conditioning for construction of short block length irregular LDPC codes [J]. IEEE-electronics Letters, 2004, 40(3): 187-188

[15] Fan J L. Array codes as low-density parity-check codes [C]// Proc. 2nd Int. symp. turbo codes and related topics. brest, France, sept. 2000: 553-556

[16] 彭立,朱光喜.基于 Q-矩阵的 LDPC 码编码器设计 [J]. 电子学报, 2005, 33(10): 1734-1740

[17] 彭立,朱光喜,吴晓晓.基于等差数列的 LDPC 码编码器设计 [J]. 电子学报, 2007, 35(5): 950-954