

# 形式背景的 BAM 神经网络模型及模型上的概念生成

曲开社 田永生 翟岩慧 梁吉业

(山西大学计算机与信息技术学院 太原 030006)

**摘 要** 形式概念分析是近年来发展较为迅速的一种数据挖掘工具,它已被广泛地应用于机器学习、软件配置、信息获取等领域,而神经网络是基于模拟人脑的智能特点而发展起来的一门新兴学科。它们之间的融合将有利于智能控制、模式识别、知识处理等学科的进一步发展。通过对 BAM 神经网络的设定,建立了形式背景和  $N_K$ -BAM 神经网络之间的对应关系,论证了  $N_K$ -BAM 模型的稳定状态与形式背景的概念格的概念结点之间的对应,为概念分析和神经网络的进一步研究奠定了理论基础。同时给出了一个基于神经网络的概念生成算法,并通过实例验证了算法的有效性。

**关键词** 形式概念分析,形式背景,概念格,神经网络,双向联想记忆

**中图分类号** TP18 **文献标识码** A

## BAM Models of Formal Contexts and Generating Concepts on the Models

QU Kai-she TIAN Yong-sheng ZHAI Yan-hui LIANG Ji-ye

(School of Computing and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

**Abstract** As a tool for data mining, formal concept analysis(FCA) has get rapidly developed and been widely used in machine learning, software engineering and information retrieving. Artificial neural network(ANN) is a new field of artificial intelligence, whose evolution is founded on simulating intelligent characteristics of human brain. In fact, the synthesis between FCA and ANN will be greatly advantageous to the further development of such domains as intelligent control, pattern recognition, knowledge processing etc. Based on the enactment toward a BAM neural network, the paper presented the corresponding relation between formal contexts and  $N_K$ -BAM neural network models. Besides, we proved that the stable states of the  $N_K$ -BAM neural network are corresponding to the concept nodes of concept lattice built on the formal context, which establishes the theoretical foundation for the fusion of FCA and ANN. At the mean time, an algorithm for generating concepts on the models was brought forward and an illustrative example guarantees the availability of the algorithm.

**Keywords** Formal concept analysis, Formal context, Concept lattice, Neural network, Bidirectional associative memories

形式概念分析(Formal Concept Analysis)是由 R. Wille<sup>[1]</sup>提出的一种从形式背景(formal context)建立概念格来进行数据分析和规则提取的强有力工具,它已被广泛地研究<sup>[2-8]</sup>,并应用到机器学习<sup>[9]</sup>、软件工程<sup>[10-13]</sup>和信息获取<sup>[14-17]</sup>等领域。从数据集中生成概念格的过程实质上是一种概念聚类过程。它的 Hasse 图揭示了概念的内涵与外延之间的泛化关系与特化关系,是数据分析和知识获取的一种有效方法。

双向联想记忆 BAM(Bidirectional Associative Memory)是由 Kosko<sup>[18-20]</sup>提出的一种神经网络模型,它比较符合人脑神经网络系统的多层次双向信息传输特性,可实现异联想,具有并行性、可学习性及容错性。本文通过设定一个 BAM 神经网络,给出了对应于形式背景的神经网络模型  $N_K$ -BAM,从而建立了形式背景与  $N_K$ -BAM 神经网络的对应关系。通过形式背景对象和属性集合与神经网络输入输出向量之间的转

换,论证了  $N_K$ -BAM 模型的稳定状态与概念格的概念结点之间的一一对应,为形式概念分析和神经网络的进一步研究奠定了理论基础。

从形式背景上构建概念格是形式概念分析中的热点问题,这方面已有不少的研究成果<sup>[21-24]</sup>。本文通过  $N_K$ -BAM 神经网络模型,给出了一种从 BAM 模型上构建概念格的方法。它为从形式背景上进行概念格的构建提供了一种新的方法。

## 1 形式概念分析

形式概念分析是进行数据分析和规则提取的强有力工具,它通过提取概念来揭示形式背景中数据之间的深层次关系,而所有的概念集合依照偏序关系形成了一个代数意义下的格结构。下面给出相关的形式化定义<sup>[1]</sup>。

**定义 1** 一个形式背景  $K$  是一个三元组: $K=(G, M, I)$ ,

到稿日期:2008-11-19 返修日期:2009-03-02 本文受国家自然科学基金(70471003,60275019),高等学校博士学科点专项科研基金(2005 0108004),山西省自然科学基金(2007011040)资助。

曲开社(1954-),男,教授,主要研究方向为人工智能、粗糙集与概念格等,E-mail:quks@sxu.edu.cn;田永生(1983-),男,硕士研究生,主要研究方向为概念格;翟岩慧(1981-),男,硕士研究生,主要研究方向为概念格;梁吉业(1962-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为人工智能等。

其中  $G$  为所有对象的集合,  $M$  为所有属性的集合,  $I \subseteq G \times M$  为  $G$  和  $M$  中元素之间的关系序偶集合。对于  $g \in G, m \in M$ , 用  $gIm$  或  $(g, m) \in I$  表示“对象  $g$  具有属性  $m$ ”。

定义 2 设  $K=(G, M, I)$  为一形式背景,  $X \subseteq G, Y \subseteq M$ , 记:

$$X' = \{m \in M \mid gIm, \forall g \in X\}$$

$$Y' = \{g \in G \mid gIm, \forall m \in Y\}$$

我们称  $(X')' = X'$  为对象集  $X$  相对于  $K$  的闭包,  $(Y')' = Y'$  为属性集  $Y$  相对于  $K$  的闭包。

定义 3 设  $K=(G, M, I)$  为一形式背景,  $X \subseteq G, Y \subseteq M$ , 称  $H=(X, Y)$  为  $K$  的一个概念, 如果  $X' = Y, Y' = X$ , 此时称  $X$  为  $H$  的外延,  $Y$  为  $H$  的内涵, 记作:  $X = ex(H), Y = in(H)$ , 用  $B(K)$  记  $K$  的所有概念组成的集合。

定义 4 设  $K=(G, M, I)$  为一形式背景,  $H_1=(X_1, Y_1)$  和  $H_2=(X_2, Y_2)$  是  $B(K)$  中的两个元素, 规定:

$$H_1 \leq H_2 \Leftrightarrow X_1 \subseteq X_2$$

那么“ $\leq$ ”是  $B(K)$  中的一个偏序, 它诱导出  $B(K)$  上的一个格结构, 称为形式背景  $K=(G, M, I)$  的一个概念格, 仍记为  $B(K)$ 。

## 2 BAM 神经网络

该集合中人工神经网络是大规模的分布式并行处理系统, 它具有自组织性、自学习性。自组织是大脑信息处理的一个重要特征, 神经系统能在运行过程中自动改变其连接面而产生适合于机体生存需要的信息处理结构, 记忆和学习是脑最基本的自组织过程。神经网络的研究结果表明, 神经网络具有从部分输入信息获取已存储的完整信息的联想记忆功能。实际上, 这也是神经网络与传统的计算机之间的一个重要区别。双向联想记忆(BAM)是一种具有联想记忆功能的神经网络, 它通过双向联想记忆矩阵, 把事先概括好的样本数据存储起来, 当有新的信息输入时, BAM 通过前向信息流及后向信息流, 对输入信息进行处理。当 BAM 达到稳定时, 可以得到满意的输出<sup>[25]</sup>。BAM 神经网络的结构如图 1 所示。

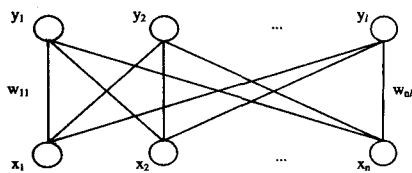


图 1 BAM 神经网络模型

BAM 是一种两层反馈型神经网络, 它的第一层  $S_1$  包括  $n$  个神经元  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 其中  $x_i = 1$  表示第  $i$  个神经元兴奋,  $x_i = 0$  表示第  $i$  个神经元抑制,  $S_1 \in (0, 1)^n$ , 第二层  $S_2$  包括  $l$  个神经元  $y_1, y_2, \dots, y_l$ , 其中  $y_j = 1$  表示第  $j$  个神经元兴奋,  $y_j = 0$  表示第  $j$  个神经元抑制,  $S_2 \in (0, 1)^l$ 。BAM 分学习过程和联想回忆过程。学习的过程需要存储  $p$  个称作模式集的二值模式对:

$$(S_1^i, S_2^i), (S_1^j, S_2^j), \dots, (S_1^p, S_2^p)$$

其中:

$$S_1^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) \in (0, 1)^n, i = 1, 2, \dots, p; S_2^i = (y_1^i, y_2^i, \dots, y_l^i) \in (0, 1)^l, i = 1, 2, \dots, p$$

将样本数据用矩阵的方式存储如下:

$$W = \sum_{k=1}^p w_k = \sum_{i=1}^p (S_1^i)^T S_2^i = (S_1^1)^T S_2^1 + (S_1^2)^T S_2^2 + \dots + (S_1^p)^T S_2^p$$

这里  $W$  是一个  $n \times l$  的矩阵, 称为神经网络模型权值矩阵。联想记忆过程就是一个向量空间的变换  $W: R^n \rightarrow R^l$  或  $W^T: R^l \rightarrow R^n$ , 其中  $W^T$  为  $W$  的转置矩阵。若  $S_1^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)$  为输入向量, 则相应的输出向量  $S_2^i = (y_1^i, y_2^i, \dots, y_l^i)$ , 其中:

$$y_j^i = f(\sum_{i=1}^n x_i^i w_{ij} - \theta_j), j = 1, 2, \dots, l$$

函数  $f(x)$  称为激励函数或变换函数,  $\theta_j$  为神经元  $y_j$  的阈值。为了方便起见形式地记为:

$$S_1^i \rightarrow W \rightarrow S_2^i$$

通常为了提高联想记忆的精度, 把输出得到的  $S_2^i$  作为输入反馈回到 BAM 中得到:

$$S_1^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i),$$

其中,  $x_i^i = f(\sum_{j=1}^l y_j^i w_{ij} - \theta_i), i = 1, 2, \dots, n, \theta_i$  为  $x_i$  的阈值, 即:

$$S_1^i \leftarrow W^T \leftarrow S_2^i$$

再把  $S_1^i$  送入到 BAM 中得到  $S_2^i$ , 重复进行, 最后会收敛到  $(S_1^i, S_2^i)$ , 此时状态  $(S_1^i, S_2^i)$  便是 BAM 神经网络的稳定状态。正是由于这种稳定状态使得我们可以和形式背景意义上概念的稳定性进行融合。上述过程可以形象表述为:

$$S_1^i \rightarrow W \rightarrow S_2^i,$$

$$S_1^i \leftarrow W^T \leftarrow S_2^i,$$

... ..

$$S_1^i \rightarrow W \rightarrow S_2^i$$

$$S_1^i = S_1^{i+1} \leftarrow W^T \leftarrow S_2^i$$

## 3 形式背景的 BAM 神经网络模型

根据 COT 压缩方法可知, 神经网络的学习问题就是神经网络的权值调整过程, BAM 神经网络的权值一般有两种情况, 一种是通过设定来确定, 另一种是网络按一定的规则通过学习得到。对于给定的形式背景  $K=(G, M, I), X \subseteq G$ , 可通过伽罗瓦连接<sup>[2]</sup>  $A \rightarrow A'$  及  $A' \rightarrow A''$  得到  $K$  上的概念  $(A'', A')$ 。而  $K$  上的概念具有  $A'' \rightarrow A''' = A'$  及  $A' \rightarrow A''$  的稳定性, 因此设定一个 BAM 神经网络模型  $N$  与形式背景  $K$  的对应关系。

设  $K=(G, M, I)$  为一形式背景, 其中  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}, M = \{m_1, m_2, \dots, m_l\}$ ,  $n$  为形式背景  $K$  的对象个数,  $l$  为形式背景  $K$  的属性个数。通过设定一个 BAM 神经网络  $N$  来建立  $N$  与  $K$  的对应关系。  $N$  的第一层神经元表示为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,  $N$  的第二层神经元表示为  $y_1, y_2, \dots, y_l$ , 并令  $x_1$  对应  $g_1, x_2$  对应  $g_2, \dots, x_n$  对应  $g_n$ , 同样地, 以  $y_1$  对应  $m_1, y_2$  对应  $m_2, \dots, y_l$  对应  $m_l$ , 则建立了第一层和第二层神经元与形式背景对象和属性之间的一一对应。设:

$$w_{ij} = \begin{cases} k, & (g_i, m_j) \in I \\ -q, & (g_i, m_j) \notin I \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $k > 0, q = \max\{kn, kl\}$ , 则  $W = (w_{ij})_{n \times l}$  为一个  $n \times l$  矩阵, 即是设定的 BAM 神经网络模型的权值矩阵。令  $N$  的激励函数(变换函数)为阶跃函数, 并设定所有神经元的阈值为零, 即:

$$f(x) = \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

这样建立了形式背景在 BAM 神经网络中的对应模型,

把相应的模型称为形式背景意义下的 BAM 神经网络模型, 简称为  $N_k$ -BAM 神经网络模型。

设  $K=(G, M, I)$  为一形式背景,  $A \subseteq G$ , 令  $S_1'=(x_1', x_2', \dots, x_n')$ , 其中

$$x_i' = \begin{cases} 1 & g_i \in A \\ 0 & g_i \notin A \end{cases} \quad (3)$$

反过来, 如果给定向量  $S_1'$ , 可以得到集合  $\{g_i \mid x_i' = 1, 1 \leq i \leq n\} = A$ , 显然向量  $S_1'$  与对象子集  $A$  对应, 为了便于叙述, 用  $S_1'=(x_1', x_2', \dots, x_n')=A$  来表示向量与相应对象集之间的对应关系。对偶地, 对任意属性集  $B \subseteq M$ , 记  $S_2'=(y_1', y_2', \dots, y_n')=B$ , 其中

$$y_j' = \begin{cases} 1 & m_j \in A' \\ 0 & m_j \notin A' \end{cases} \quad (4)$$

它表示向量  $S_2'$  与相应的属性集  $B$  之间的对应关系。显然, 给定一个形式背景, 有一个  $N_k$ -BAM 模型与其对应, 而这样的  $N_k$ -BAM 模型蕴涵了形式背景对象与属性之间的关系。

## 4 基于模型的概念生成

### 4.1 $N_k$ -BAM 模型上的概念

本节中将讨论  $N_k$ -BAM 模型的输入输出向量与形式背景上概念的外延和内涵之间的联系。

**定理 1** 设  $K=(G, M, I)$  为一形式背景,  $N_k$ -BAM 为  $K$  对应的神经网络模型, 令  $S_1^0=(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)=A \subseteq G$  为输入向量, 则其相应的输出向量  $S_2^0=(y_1^0, y_2^0, \dots, y_l^0)=A' \subseteq M$  是  $K$  的一个内涵。

证明: 由式(4)有:

$$S_2^0 = A' \Leftrightarrow (y_j^0 = 1 \Leftrightarrow m_j \in A', j=1, 2, \dots, l)$$

所以只需证明

$$(y_j^0 = 1 \Leftrightarrow m_j \in A', j=1, 2, \dots, l)$$

即可。

当  $y_j^0 = 1$  时, 来证  $m_j \in A'$ 。由于  $y_j^0 = f(\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij}) = 1$ , 所以有  $\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij} \geq 0$ 。若  $\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij} = 0$ , 则  $x_i^0 = 0, i=1, 2, \dots, n$ , 从而  $S_1^0 = A = \emptyset$ , 因此  $m_j \in M = \emptyset' = A'$ 。若  $\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij} > 0$ , 假设  $m_j \notin A'$ , 则至少存在  $g \in A$  且  $(g, m_j) \notin I$ , 用  $\tilde{A}$  来表示所有这样  $g$  组成的集合, 有  $|\tilde{A}| \geq 1$ 。由于  $x_i^0 = 1 \Leftrightarrow g_i \in A$ , 所以有:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij} &= \sum_{x_i^0=1} x_i^0 w_{ij} + \sum_{x_i^0=0} x_i^0 w_{ij} = \sum_{x_i^0=1} x_i^0 w_{ij} = \sum_{g_i \in A} x_i^0 w_{ij} = \\ &= \sum_{g_i \in A \setminus \tilde{A}} x_i^0 w_{ij} + \sum_{g_i \in \tilde{A}} x_i^0 w_{ij} = k|A \setminus \tilde{A}| - q|\tilde{A}| = \\ &= k|A \setminus \tilde{A}| - |\tilde{A}| \max\{kn, kl\} = k(|A \setminus \tilde{A}| - |\tilde{A}| \max\{n, l\}) \end{aligned}$$

因为  $|A \setminus \tilde{A}| < n$ , 而  $|\tilde{A}| \max\{n, l\} \geq n$ , 所以有:

$$\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij} = k(|A \setminus \tilde{A}| - |\tilde{A}| \max\{n, l\}) < 0$$

与  $\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij} > 0$  矛盾, 从而  $m_j \in A'$ 。

反过来, 当  $m_j \in A'$  时, 来证  $y_j^0 = 1$ 。当  $m_j \in A'$  时, 有:

$$\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij} = \sum_{x_i^0=1} x_i^0 w_{ij} + \sum_{x_i^0=0} x_i^0 w_{ij} = \sum_{g_i \in A} x_i^0 w_{ij} = k|A| \geq 0$$

由式(2)有:

$$y_j^0 = \text{sgn}(\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{ij}) = \text{sgn}(k|A|) = 1$$

所以有定理 1 成立。

如果以  $N_k$ -BAM 神经网络模型的第二层作为输入, 第一层作为输出, 有如下定理。

**定理 2** 对于  $N_k$ -BAM 神经网络模型, 设  $S_2^0=(y_1^0, y_2^0, \dots, y_l^0)=B \subseteq M$  为输入向量, 则其相应的输出向量  $S_1^0=(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)=B' \subseteq G$  为  $K$  的外延。

由定理 1 及定理 2 以下定理成立。

**定理 3** 对于  $N_k$ -BAM 神经网络模型, 当输入向量为  $S_1^0=(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)=A \subseteq G$  时, 把它的输出向量

$$S_2^0 = (\text{sgn}(\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{i1}), \text{sgn}(\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{i2}), \dots, \text{sgn}(\sum_{i=1}^n x_i^0 w_{il})) = (y_1^0, y_2^0, \dots, y_l^0) = A'$$

作为反向输入向量, 则其相应的输出向量为:

$$S_1^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1) = A'' \subseteq G$$

而  $(A'', A')$  为形式背景  $K$  的一个概念。同样, 当  $S_2^0=(y_1^0, y_2^0, \dots, y_l^0)=B \subseteq M$  为输入向量时, 把它的输出向量  $S_1^0=(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)=B'$  作为反向输入向量, 则其相应的输出向量  $S_2^1=(y_1^1, y_2^1, \dots, y_l^1)=B''$ , 而  $(B', B'')$  为形式背景  $K$  的一个概念。

由上述定理可以看到, 给定  $N_k$ -BAM 的任意一个输入向量

$$S_1^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1) = A \subseteq G$$

$$(或 S_2^1 = (y_1^1, y_2^1, \dots, y_l^1) = B \subseteq M)$$

在两步反馈之后便达到了神经网络的一个稳定状态, 而这个稳定状态正好对应于相应形式背景  $K$  的一个概念  $(A'', A')$  (或  $(B', B'')$ )。给定一个输入, 可正向传输一次, 再反向传输一次准确回忆出相应的概念, 从输入到产生概念的过程就是完整的回忆过程。

由定理 3 得到只要枚举形式背景  $K$  的所有对象子集(或所有属性子集)就可以得到  $K$  的全部概念集合。

### 4.2 基于模型的概念生成算法

首先, 本节中将利用  $N_k$ -BAM 神经网络模型来生成形式背景  $K$  的概念集合。首先假定形式背景  $K=(G, M, I)$  的对象集和属性集是有序的, 记对象集为:  $g_1, g_2, \dots, g_n$ , 属性集为:  $m_1, m_2, \dots, m_l$ , 其中  $n, l$  分别为对象集与属性集元素的个数。

**定义 5** 设  $G$  为一对象集,  $A, B \subseteq G$ 。若存  $g_i \in B \setminus A$  且  $A \cap \{g_1, g_2, \dots, g_{i-1}\} = B \cap \{g_1, g_2, \dots, g_{i-1}\}$ , 则称  $A$  字典序小于  $B$ , 记为:  $A < B$ 。为了更准确地描述  $A$  与  $B$  的字典序, 也使用符号  $A <_{g_i} B$ 。还引入下列符号:  $A \oplus_{g_i} = \{(A \cap \{g_1, g_2, \dots, g_{i-1}\}) \cup \{g_i\}\}$ 。使用下面的定理来减少枚举集合的复杂度。

**定理 4**<sup>[2]</sup> 在字典序的意义下, 对于一个给定的集合  $A \subseteq G$ , 大于  $A$  的最小概念是  $A \oplus_{g_i}$ , 其中  $g_i$  为  $G \setminus A$  中满足  $A <_{g_i} A \oplus_{g_i}$  的最大值。

可以首先得到字典序意义下的最小概念  $(\emptyset'', \emptyset')$ , 然后依据定理 4, 设定  $A = \emptyset''$ , 在  $G \setminus A$  中倒序搜索符合  $A <_{g_i} A \oplus_{g_i}$  的最大  $g_i$  值, 然后判断得到的  $A \oplus_{g_i}$  是否与  $G$  相等, 若相等则结束, 若不等, 则赋值  $A = A \oplus_{g_i}$  重复进行, 直至  $A \oplus_{g_i}$  与  $G$  相等, 此时便得到了形式背景  $K$  的全部概念  $B(K)$ 。

**算法**  $N_k$ -BAM 神经网络模型的概念生成

- (1):  $V_0 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 其中  $x_i = 0, i=1, 2, \dots, n$ ;
- (2):  $V_0 \rightarrow W \rightarrow \vec{V}_0, \vec{V}_0 \leftarrow W^T \leftarrow \vec{V}_0 //$  生成字典序意义下的最小概念  $(\emptyset'', \emptyset')$

(3):  $\Sigma = \{(\vec{V}_0, \vec{V}_0)\}$ ;  
 (4):  $V = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 其中  $x_i = 1, i = 1, 2, \dots, n$ ;  $//V = (1, 1, \dots, 1) = G$   
 (5): while  $(V \ll \vec{V}_0)$  do begin  $//$ 判断是否得到了最大概念  $(G, G')$   
 (6):  $P = V - \vec{V}_0$ ;  $//$ 若设  $\vec{V}_0 = A$ , 则  $P = (x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p) = G \setminus A$   
 (7): for  $j = n$  down to 1 do  
 (8): if  $(x_j^p = 1)$  then begin  $// x_j^p = 1 \Leftrightarrow g_j \in G \setminus A$   
 (9):  $S = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$   
 其中  $x_i^s = \begin{cases} 1 & i = 1, 2, \dots, j-1 \\ 0 & i = j, j+1, \dots, n \end{cases}$ ;  
 (10)  $T = (x_1^t, x_2^t, \dots, x_n^t)$ , 其中  
 $x_i^t = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ;  
 (11):  $S = \vec{V}_0 \wedge S \vee T$ ;  
 $//S = (\{A \cap \{g_1, g_2, \dots, g_{i-1}\}\} \cup \{g_i\})$   
 (12):  $S \rightarrow W \rightarrow \vec{S}$ ;  $\vec{S} \leftarrow W^T \leftarrow \vec{S}$   
 (13): if  $(\vec{V}_0 < \vec{S})$  then begin  $// A <_{g_i} A \oplus g_i$   
 (14):  $\vec{V}_0 = \vec{S}$ ;  $\vec{V}_0 = \vec{S}$ ;  $//\vec{S} = A \oplus g_i$   
 (15):  $\Sigma = \Sigma \cup \{(\vec{V}_0, \vec{V}_0)\}$ ; break for;  
 (16): end  
 (17): end  
 (18): end  
 (19): return  $\Sigma$ ;

注释:算法中,第(2)步  $\vec{V}_0$  为以  $V_0$  为输入向量时得到的输出向量,  $\vec{V}_0$  为以输出向量  $\vec{V}_0$  作为反向输入时得到的相应的输出向量,同样第(12)步中  $\vec{S}$  为以  $S$  为输入向量时得到的输出向量,  $\vec{S}$  为以输出向量  $\vec{S}$  作为反向输入时得到的相应的输出向量。  $W$  为  $n \times l$  阶系数矩阵,是根据(1)来进行设定的,为了计算方便,其中的  $k$  值取 1,相应的  $-q$  值为  $\max\{k, l\}$ ,  $\Sigma$  为概念集合。以向量来表示相应的对象或属性子集,而最后生成的概念集合也是以向量来表示的。算法中第(6)步的“ $-$ ”表示向量  $V$  和  $\vec{V}_0$  相减,第(11)步“ $\wedge$ ”和“ $\vee$ ”分别表示对向量各分量的“与”和“或”。

### 5 试验实例及结果

本节通过一个例子来说明上述算法的有效性。表 1 是一个生物领域的形式背景。

表 1 一个生物领域的形式背景

	incidence								
	nw	lw	ll	nc	2lg	1lg	mo	lb	sk
Le	1	1	0	0	0	0	1	0	0
Br	1	1	0	0	0	0	1	1	0
Fr	1	1	1	0	0	0	1	1	0
Dg	1	0	1	0	0	0	1	1	1
SW	1	1	0	1	0	1	0	0	0
Rd	1	1	1	1	0	1	0	0	0
Bn	1	0	1	1	1	0	0	0	0
Mz	1	0	1	1	0	1	0	0	0

objects	attributes
Le Leech	nw needs water
Br Bream	lw lives in water
Fr Frog	ll lives on land
Dg Dog	nc needs chlorophyll
SW Spike-Weed	2lg 2 leaf germination
Rd Reed	1lg 1 leaf germination
Bn Bean	mo is motile
Mz Maize	lb has limbs
	sk suckles young

通过算法可以得到  $N_K$ -BAM 神经网络模型的全部稳定状态如表 2 所列。

表 2  $N_K$ -BAM 模型的概念向量集合

no.	$\{\vec{V}_0, \vec{V}_0\}$
1	$\{(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0), (1,1,1,1,1,1,1,1,1)\}$
2	$\{(0,0,0,0,0,0,1,0), (1,0,1,1,1,0,0,0,0)\}$
3	$\{(0,0,0,0,0,1,0,0), (1,1,1,1,0,1,0,0,0)\}$
4	$\{(0,0,0,0,0,1,0,1), (1,0,1,1,0,1,0,0,0)\}$
5	$\{(0,0,0,0,0,1,1,1), (1,0,1,1,0,0,0,0,0)\}$
6	$\{(0,0,0,0,1,1,0,0), (1,1,0,1,0,1,0,0,0)\}$
7	$\{(0,0,0,0,1,1,0,1), (1,0,0,1,0,1,0,0,0)\}$
8	$\{(0,0,0,0,1,1,1,1), (1,0,0,1,0,0,0,0,0)\}$
9	$\{(0,0,0,1,0,0,0,0), (1,0,1,0,0,0,1,1,1)\}$
10	$\{(0,0,1,0,0,0,0,0), (1,1,1,0,0,0,1,1,0)\}$
11	$\{(0,0,1,0,0,1,0,0), (1,1,1,0,0,0,0,0,0)\}$
12	$\{(0,0,1,1,0,0,0,0), (1,0,1,0,0,0,1,1,0)\}$
13	$\{(0,0,1,1,0,1,1,1), (1,0,1,0,0,0,0,0,0)\}$
14	$\{(0,1,1,0,0,0,0,0), (1,1,0,0,0,0,1,1,0)\}$
15	$\{(0,1,1,1,0,0,0,0), (1,0,0,0,0,0,1,1,0)\}$
16	$\{(1,1,1,0,0,0,0,0), (1,1,0,0,0,0,1,0,0)\}$
17	$\{(1,1,1,0,1,1,0,0), (1,1,0,0,0,0,0,0,0)\}$
18	$\{(1,1,1,1,0,0,0,0), (1,0,0,0,0,0,1,0,0)\}$
19	$\{(1,1,1,1,1,1,1,1), (1,0,0,0,0,0,0,0,0)\}$

由式(3)和式(4)得到形式背景表 1 的概念集合,如表 3 所列,而相应的 Hasse 图如图 2 所示。

表 3 表 2 的集合表示

no.	$\{A', A'\}$
1	$\{\emptyset, M\}$
2	$\{(Bn), (nw, ll, nc, 2lg)\}$
3	$\{(Rd), (nw, lw, ll, nc, 1lg)\}$
4	$\{(Rd, Mz), (nw, ll, nc, 1lg)\}$
5	$\{(Rd, Bn, Mz), (nw, ll, nc)\}$
6	$\{(SW, Rd), (nw, lw, nc, 1lg)\}$
7	$\{(SW, Rd, Mz), (nw, nc, 1lg)\}$
8	$\{(SW, Rd, Bn, Mz), (nw, nc)\}$
9	$\{(Dg), (nw, ll, mo, lb, sk)\}$
10	$\{(Fr), (nw, lw, ll, mo, lb)\}$
11	$\{(Fr, Rd), (nw, lw, ll)\}$
12	$\{(Fr, Dg), (nw, ll, mo, lb)\}$
13	$\{(Fr, Dg, Rd, Bn, Mz), (nw, ll)\}$
14	$\{(Br, Fr), (nw, lw, mo, lb)\}$
15	$\{(Br, Fr, Dg), (nw, mo, lb)\}$
16	$\{(Le, Br, Fr), (nw, lw, mo)\}$
17	$\{(Le, Br, Fr, SW, Rd), (nw, lw)\}$
18	$\{(Le, Br, Fr, Dg), (nw, mo)\}$
19	$\{(Le, Br, Fr, Dg, SW, Rd, Bn, Mz), (nw)\}$

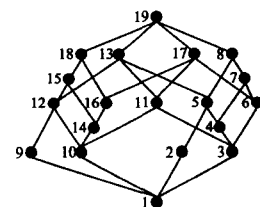


图 2 表 3 的 Hasse 图

结束语 神经网络的应用已渗透到人工智能、智能控制、知识处理等领域,而概念格也在数据挖掘、知识发现、软件配置等方面取得了广泛应用,对二者之间进行了初步融合,得到了一些有意义的结论。利用  $N_K$ -BAM 神经网络模型生成了概念格的全部概念节点,这对形式概念分析的进一步研究是有益的,而利用形式概念分析中概念的内涵与外延的关

的诸多负面问题,从而可以将最完整且最精简的信息直接提供给分类模型,实现了性能与效率的双赢。

此外,优化算法采用压缩模型的形式表示文本向量,这也为它频繁、快捷地更新训练集创造了极为有利的条件,从而可以使它在解决概念漂移等问题上发挥更大的优势与作用。

### 参考文献

- [1] Widmer G K M. Learning in the presence of concept drift and hidden contexts[J]. Machine Learning, 1996, 23(1): 69-101
- [2] Fdez-riverola F, Iglesias E L, Me'ndez F D R, et al. Applying lazy learning algorithms to tackle concept drift in spam filtering [J]. Expert Systems with Applications, 2007, 33: 36-48
- [3] Witten I H, Frank E. Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques(2 ed)[M]. Beijing: China Machine Press, 2006
- [4] Mitchell T M. Machine learning [M]. Beijing: China Machine Press, 2003: 165-178
- [5] Yang Y, Pedersen J. A comparative study on feature selection in text categorization[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1997

- [6] Delanya S J, Cunningham P. An analysis of case-base editing in a spam filtering system[J]. Computer Science, 2004, 3155: 128-141
- [7] Stone T. Parameterization of naive bayes for spam filtering[R]. Masters comprehensive exam. University of Colorado at Boulder, 2003
- [8] Tan P, Stenbach M, Kumar V. Introduction to data mining[M]. Beijing: People Posts & Telecom Press, 2006: 13-50
- [9] Zorkadis V, Karras D A, Panayotou M. Efficient information theoretic strategies for classifier combination; feature extraction and performance evaluation in improving false positives and false negatives for spam e-mail filtering[J]. Neural Networks, 2005, 18: 799-807
- [10] Delany S J, Cunningham P, Coyle L. An Assessment of case-based reasoning for spam filtering[J]. Artificial Intelligence Review. 2005, 24(3/4): 359-378
- [11] Delanya S J, Cunningham P, Tsymbal A, et al. A case-based technique for tracking concept drift in spam filtering[J]. Knowledge-based Systems, 2005, 18(4/5): 187-195

(上接第 212 页)

系,来探讨 BAM 的稳定性对神经网络的研究也将是一个有意义的课题。

### 参考文献

- [1] Wille R. Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts[M] // Rival I, ed. Ordered Sets. Dordrecht: Reidel, 1982: 445-470
- [2] Ganter B, Wille R. Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999
- [3] Yao Y Y. Concept lattices in rough set theory[C] // Proceedings of 23rd International Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society. 2004
- [4] Qu K S, Zhai Y H. Generating complete set of implications for formal contexts, Knowl. Based Syst. 2008, doi: 10. 1016/ j. kno-sys. 2008. 03. 001
- [5] Qu K S, Liang J Y, Wang J H, et al. The algebraic properties of concept lattice[J]. Journal of Systems Science and Information, Research Information Ltd UK, 2004, 2(2): 271-277
- [6] 曲开社, 翟岩慧. 偏序集、包含度与形式概念分析[J]. 计算机学报, 2006, 29(2)
- [7] Belohlavek R. Fuzzy logical bidirectional associative memory [J]. Information Sciences, 2000, 128: 91-103
- [8] 曲开社, 翟岩慧, 梁吉业, 等. 形式概念分析对粗糙集理论的表示及扩展[J]. 软件学报, 2007, 18(9): 2174-2182
- [9] Zupa B, Bohance M. Learning by discovering concept hierarchies. Artificial Intelligence, 1999, 109: 211-242
- [10] Tonella. Using a concept lattice of decomposition slices for program understanding and impact analysis[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2003, 29(6): 495-509
- [11] Dekel U. Revealing Java class structure with concept lattices [D]. Technion - Israel Institute of Technology, 2003
- [12] Arevalo G, Mens T. Analyzing object-oriented application

- frameworks using concept analysis[J]. LNCS, 2002, 2426: 53-63
- [13] Dekel U, Gil Y. Revealing Class Structure with Concept Lattices [C] // Proc. 10th Working Conference on Reverse Engineering. 2003
- [14] Valtchev P, Missaoui R, Godin R, et al. Generating Frequent Itemsets Incrementally: Two Novel Approaches Based on Galois Lattice Theory[J]. J. Expt. Theor. Artif. Intell, 2002, 14: 115-142
- [15] 谢志鹏, 刘宗田. 概念格与关联规则发现[J]. 计算机研究与发展, 2000, 37(12): 1415-1421
- [16] 梁吉业, 王俊红. 基于概念格的规则产生集挖掘算法[J]. 计算机研究与发展, 2004, 41(8): 1339-1344
- [17] Qu Kai-she, Zhai Yan-hui, Liang Ji-ye, et al. Study of decision implications based on formal concept analysis[J]. International Journal of General Systems, 2007, 36(2): 147-156
- [18] Kosko B. Adaptive Bidirectional Associative Memories[J]. Applied Optics, 1987, 26(23): 4947-4860
- [19] Kosko B. Constructing an associative memory[J]. Byte, 1987, 12(10): 137-144
- [20] Kosko B. Bidirectional Associative Memory[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1988, 18(1): 49-60
- [21] 谢志鹏, 刘宗田. 概念格的快速渐进式构造算法[J]. 计算机学报, 2002, 25(5): 490-495
- [22] 翟岩慧, 曲开社, 曹桃云. 基于矩阵秩的概念格生成算法[J]. 电脑开发与应用, 2006, 19(5): 11-12
- [23] Kuznetsov S, Obiedkov S. Comparing Performance of Algorithms for Generating Concept Lattices[J]. J. Experimental and Theoretical Artificial Intelligence, 2002, 14: 189-216
- [24] Stumme G, Taouil R, Bastide Y, et al. Computing Iceberg Concept Lattices with TITANIC[J]. Journal on Knowledge and Data Engineering, 2002
- [25] 于海斌, 薛劲松, 王浩波, 等. 双向联想记忆神经网络的一种编码策略[J]. 电子学报, 1997, 25(5): 6-10