

基于比较诊断模型的超立方网络诊断算法

陈秒江 梁家荣 张 乾

(广西大学计算机与电子信息学院 南宁 530004)

摘要 一个有效的诊断算法对多处理器系统而言极其重要。在多处理器系统中,识别所有故障节点的能力称为诊断系统的诊断度。在比较模型下,诊断的执行是通过一个比较器处理器,给与之相邻的一对处理器发送相同的输入信号,并比较两者间的响应状态。为了提高超立方网络的诊断度,提出了一种新型的基于比较模型的超立方故障诊断算法,其利用超立方网络节点连接的特性生成一个拓扑图 $ES(k;n)$,最终得出一个3位二进制的诊断症候集,从而确定系统故障节点。该算法的诊断度最优能达到 $4n$,大于传统超立方的诊断度 n 。

关键词 故障诊断,比较诊断模型,超立方网络,系统级诊断

中图法分类号 TP393 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.06.014

Hypercube Network Diagnosis Algorithm under Comparison Model

CHEN Miao-jiang LIANG Jia-rong ZHANG Qian

(School of Computer, Electronics and Information, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract An efficient diagnosis is very important for a multiprocessor system. The ability to identify all the faulty nodes in a multiprocessor system is known as diagnosability. In the comparison model, the diagnosis is performed by sending two identical signals from a processor to a pair of distinct neighbors, and comparing the responses. To improve the diagnosability of hypercube network, we presented a novel hypercube network algorithm under the comparison model, which uses the characteristic of the hypercube links to produce a topology network $ES(k;n)$ and obtains a three-binary diagnosis syndrome to determine the fault node of the system. In the optimal conditions, the diagnosability of algorithm is $4n$, which is bigger than its ordinary diagnosability n .

Keywords Fault diagnosis, Comparison diagnosis model, Hypercube network, System-level diagnosis

1 引言

超大规模集成电路(VLSI)的迅速发展,使得一个电子集成数字系统包含了成百上千个处理器单元。随着系统规模的不断扩大,将会不可避免地出现故障处理器以及故障链路。因此,如何保证这种大规模数字系统的可靠性,成为了一个重要的研究方向。

针对故障单元处理问题,早在1967年 Preparata 等人^[1]就提出了PMC模型概念。PMC模型的测试思想为:对于一个网络拓扑图 $G=(V,E)$,任意一条边 $(u,v) \in E$,表示节点 u 测试节点 v 。在节点 u 为非故障节点的前提下,节点 u 向节点 v 发送一个测试任务,节点 v 反馈一个信息,若反馈的信息与预期相符,则测试结果为0,反之,测试结果为1。当测试节点 u 为故障节点时,所有的测试结果都是不可靠的。基于PMC模型,Barsi 等人^[2]提出了BGM模型,BGM模型在PMC模型的基础上增加一个设定:一个故障处理器的检测结果总为错误的。BGM模型存在极大的缺陷性,当测试节点 u 和被测节点 v 同为故障节点时,节点 u 的故障性使得测试结

果变得不可靠。因此,在技术上无法保证节点 u 测试节点 v 的测试结果一定为错误结果。对于PMC模型而言,国内亦有比较成熟的研究成果,例如文献[3]给出的互测PMC模型的方程诊断方法,这种方法具有很强的通用性;文献[4]提出的一个基于PMC模型的条件故障诊断,其使用关系代数中的自然连接和积笛卡尔积求得条件故障模式集合的诊断算法。

Malek^[5]第一次提出了比较诊断模型概念,简称MM模型。与PMC模型的节点互测不同,比较模型通过一个中心机对与其相连的节点 i 和 j 进行输出比较。但由于这种比较模型对节点的输出比较全部通过中心处理机来进行,这将会导致中心机的比较任务过重且系统总开销过大。为弥补MM模型的缺陷,Maneng 等人^[6]提出了MM*模型,MM*模型是MM模型的一种特例。虽然MM*模型同样是基于比较的,但其任务的比较执行不在同一中心机上进行,而是由每一个节点对与其邻接的任意两个节点进行两两比较。

Armstrong 等人^[7]第一次提出了在微处理器系统中的 n 阶立方数组的故障诊断算法。Kavianpour 等人^[8]提出了一种

到稿日期:2016-05-08 返修日期:2016-08-03 本文受国家自然科学基金项目:新型互连网络的嵌入性与容错性研究(61364002)资助。

陈秒江(1991-),男,硕士生,主要研究方向为互连网络故障诊断,E-mail:879890352@qq.com;梁家荣(1966-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为网络容错性分析;张 乾(1991-),男,硕士生,主要研究方向为网络故障诊断。

基于悲观一步诊断策略的超立方诊断算法,并确定了其诊断度。在比较模型下,Sengupta 和 Dahbure^[9]根据 t -可诊断系统的一些特性,在 N 个处理机的诊断系统中提出了一种时间复杂度为 $O(N^5)$ 的多项式时间算法。而对于比较模型时间复杂度的研究,Yang 和 Tang^[10]在 N 个节点的 MM^* 模型下提出了一个时间复杂度为 $O(N \times \Delta \times \delta)$ 的算法,其中 Δ 和 δ 分别表示节点的最大度和最小度。此外,针对 hypercube-like 网络,Lai^[11]提出了一个时间复杂度为 $O(N)$ 的算法,但其不具备普遍性。Ye 和 Liang^[12]提出了一个基于比较模型的时间复杂度为 $O(N \times \log_2 N)$ 的超立方快速悲观诊断算法,其系统诊断度达到了 $2n-2$,在一定程度上提高了传统超立方的诊断度,该算法对超立方网络故障诊断的学术研究具有重要意义。在文献[13-15]中,也有研究比较模型下的超立方网络的相关算法。

在国际上,系统级故障诊断研究的主要网络拓扑结构有:超立方、环图、交换超立方及星型图等,但以超立方网络的研究居多。在国内,也有超立方的相关研究成果。文献[16]提出了一个在交换超立方网络下的条件 (t, k) 故障诊断,其诊断度达到 $\frac{2^{s+p+1}-2s}{p+1}$,大于传统诊断度 $4s-3$ 。然而国内对超立方网络的研究大多基于 PCM 模型,而针对 MM^* 模型下的超立方诊断算法并不常见。

基于前人的研究,本文针对比较模型的特性,提出一种针对超立方网络的故障诊断算法。超立方网络节点间的连接具有很强的规律性,在一定条件下,根据超立方网络节点连接的特性,可以对超立方网络进行网络拓扑变形,从而产生 3 位二进制位的诊断症候集,最终确定系统中的故障节点。传统 n -维超立方的精确诊断度只有 n ,而本文提出的基于 MM^* 模型的超立方网络诊断算法的诊断度最优可达 $4n$,且时间复杂度为 $O(n \log_2 n)$ 。因此,本文在 MM^* 模型下的超立方故障诊断研究对超立方网络的故障诊断理论的发展具有重要的学术参考意义。

2 预备知识

在系统级故障诊断中,最为常见的诊断模型为 PMC 模型,国际上对 PMC 模型的诊断研究已经非常成熟。因此,本文选择比较模型作为研究切入点。在多处理器故障系统研究中,系统的网络拓扑结构可以抽象表示为 $G=(V, E)$,其中任意 $v \in V$ 表示系统的一个处理器,每一条边 $(u, v) \in E$ 代表一条测试连接。与 PMC 的互测策略不同,在 MM^* 模型下,各节点的故障诊断是基于比较的策略。由于同一对节点 (i, j) 有可能被不同的处理器进行任务输入比较,因此比较模型下的系统拓扑图被表示为多重图 $M=(V, C)$ 结构,任意边 $(i, j) \in C$ 表示处理器 i 和 j 被其他处理器比较。

一个处理器 k 对一对处理器 i 和 j 输入相同的任务,若处理器 i 和处理器 j 反馈的结果不一致,则表示为 $r((i, j)_k)=1$;反之,则表示为 $r((i, j)_k)=0$ 。系统中的所有节点的比较结果集产生一个诊断症状。在本文中,为了与 MM 模型相一致,以下 4 点必须成立^[6]:

- (1) 系统所有的故障节点都必须是永久故障;
- (2) 对于每一个给定的任务,故障处理器产生不正确的输出;

(3) 当给定相同的输入任务时,两个故障节点不会产生相同的输出;

(4) 当比较器为故障节点时,输出结果不可靠。

在 MM^* 模型中,比较器节点 k 有可能为故障节点。当比较器为故障节点时,所有的比较结果均不可靠。当比较器 k 为非故障节点时,若 $r((i, j)_k)=0$,则说明处理器 i 和处理器 j 同时为非故障节点;若 $r((i, j)_k)=1$,则说明处理器 k 、处理器 i 和处理器 j 中必然至少有一个为故障节点。各节点在 MM^* 模型下的 3 个处理器的不同状态下的比较结果如表 1 所列。

表 1 MM^* 模型下各节点不同取值的比较结果

比较器 k	处理器 i 和 j	比较结果
非故障	全为非故障	0
非故障	至少一个为故障	1
故障	任何状态	0 或 1

超立方网络是一种常见的网络拓扑结构,在互连网络中,可以把超立方网络建模为拓扑图 $G=(V, E)$,其中所有的 $v \in V$ 为节点集, $(v_i, v_j) \in E$ 为系统的边集。超立方网络的节点间的连接具有其他网络所不具备的特性,在 n -维超立方中,拓扑网络的节点个数为 2^n ,每一个节点均用 n 位二进制编码表示,故 n -维超立方节点的编号范围为:0000...0 到 1111...1,其中每个二进制编码的位数为 n 。根据超立方的连接边性质可知,超立方网络的每一个节点的度为 n 。

图 1 为 4-维超立方拓扑图,在该拓扑图中,每个节点的邻接节点个数均为 4。在超立方网络中,任意两个相连节点的二进制位数仅有一位不同。如节点 0000,与其相连的节点为 0001,0010,0100,1000。因此,任意两个节点 $(v_i, v_j) \in E$,若 $v_i \oplus v_j=1$,则 $(v_i, v_j) \in E$ 。在本文中, n -维超立方表示为 Q_n 。

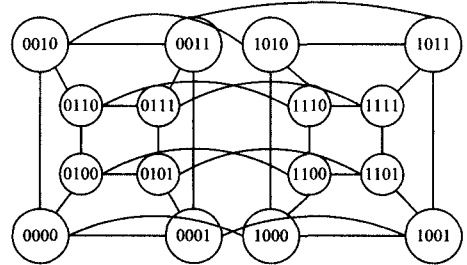


图 1 4-维超立方拓扑图

定理 1^[17] 一个 n -维超立方 Q_n 的诊断度为 n ,当且仅当 $n \geq 5$ 。

定义 1 设 k 为系统 $G(V, E)$ 中的一个节点,且 $deg_G(k) > n$,则 $H(k; n)$ 代表系统在节点 k 上的 n 阶子图。 $H(k; n)$ 的节点集为 $V1 = \{k\} \cup \{v_{i1}, v_{i2} \mid 1 \leq i \leq n\}$,边集为 $E1 = \{(k, v_{i1}), (v_{i1}, v_{i2}) \mid 1 \leq i \leq n\}$ 。

节点 k 上的 n 阶 $H(k; n)$ 图如图 2 所示。

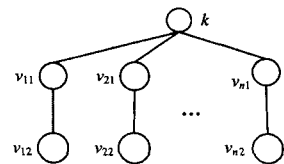


图 2 节点 k 上的 n 阶 $H(k; n)$ 图

推论 1 令 $G(V, E)$ 是在节点 k 上的一个长度为 3 的无

环子图, G 包含一个 n 阶子图 $H(k;n)$, 仅当 k 的阶至少为 n 。

证明: 令 $S1$ 和 $S2$ 分别为节点 k 上的两个距离为 1 或 2 的节点集。由于 G 中不包含长度为 3 的环, 因此 G 没有两个端点均在 $S1$ 中的边。所以, 节点 k 的阶图形成一个二分图 $(S1, S2)$ 。因为节点 k 的阶至少为 n , 意味着节点 k 的阶图的最小顶点覆盖集的基数至少为 n 。因为在二分图中的最小顶点覆盖集的基数等于该二分图的最大匹配的基数, 所以在 $S1$ 和 $S2$ 之间必有一个最大匹配为 n 的匹配。因而, 当 k 的阶大于或等于 n 时, 在 G 图的节点 k 中必包含一个 n 阶子图 $H(k;n)$ 。

定义 2 令 k 为图 $G(V, E)$ 中的一个节点, 一个 n 阶的扩展星图表示为 $E_s(k, n) = (V(k; n), E(k; n))$, 其中扩展星图 $E_s(k; n)$ 的节点集 $V(k; n) = \{k\} \cup \{v_{ij} \mid 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 4\}$, $E(k; n) = \{(k, v_{k1}), (v_{k1}, v_{k2}), (v_{k2}, v_{k3}), (v_{k3}, v_{k4}) \mid 1 \leq k \leq 4\}$ 。
 n 阶 $E_s(k; n)$ 网络拓扑图如图 3 所示。

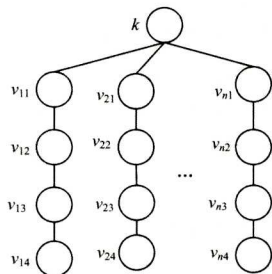


图 3 n 阶 $E_s(k; n)$ 网络拓扑图

引理 1 比较模型下的 3 个节点的比较结果有以下两种 (见图 4):

- (1) 若 $r((i, j)_k) = 0$, 则 3 个节点都为非故障节点, 或节点 k 为故障节点;
- (2) 若 $r((i, j)_k) = 1$, 则 3 个节点中必有一个为故障节点。



图 4 3 个节点的两诊断结果

图 4(a) 为 $r((i, j)_k) = 0$ 的比较结果, 在这种症状下, 节点要么均为非故障节点, 要么比较器节点为故障节点。图 4(b) 为 $r((i, j)_k) = 1$ 的比较结果, 在这种症状下, 3 个节点中至少有一个为故障节点。

在 PMC 模型下, 一个节点分配一个测试连接来测试另一个节点, 所有的测试结果集形成一个测试症状, 根据症状即可判断网络拓扑结构中故障节点的分布情况。在 MM* 模型中, 节点之间的所有比较结果集同样可以形成一个比较症状, 根据体现出来的比较症状可以推断出网络结构中的故障节点。

线性节点比较症状图如图 5 所示。

在图 5(a) 中, 比较节点路径为 $P(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$, 其中节点 v_2 比较节点 v_1 和 v_3 , 节点 v_3 比较节点 v_2 和 v_4 , 节点 v_4 比较节点 v_3 和节点 v_5 , 所有节点的症状表现为 $r((v_1, v_3)_{v_2}) = 1, r((v_2, v_4)_{v_3}) = 0, r((v_3, v_5)_{v_4}) = 1$, 根据上述症状可知节点

v_3 为故障节点。同理, 在图 5(b) 中, $r((v_1, v_3)_{v_2}) = 1, r((v_2, v_4)_{v_3}) = 0, r((v_3, v_5)_{v_4}) = 1, r((v_4, v_6)_{v_5}) = 0, r((v_5, v_7)_{v_6}) = 1$, 根据所有节点比较的比较症状可知节点 v_3 和节点 v_5 为故障节点。

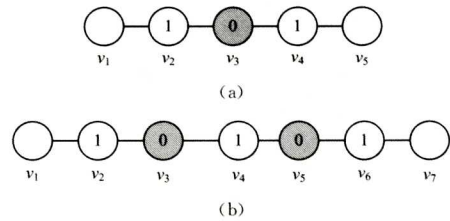


图 5 线性节点比较症状图

定理 2 连续的 3 个节点 v_{i-1}, v_i, v_{i+1} 分别使用二进制变量 x_{i-1}, x_i, x_{i+1} 来计算故障症状, 若 $r((v_{i-1}, v_{i+1})_{v_i}) = 0$, 则表示为 $(x_i \oplus \bar{x}_{i-1} \cdot \bar{x}_{i+1})$, 若 $r((v_{i-1}, v_{i+1})_{v_i}) = 1$, 则表示为 $(x_{i-1} \oplus x_i \oplus x_{i+1})$ 。

一条路径 P 上的所有节点的比较症状解码可以用 B 来表示, 根据引理 1 的 3 个连续的比较节点之间的关系, 有:

$$B = \prod_{i=1}^{n-1} B_i, B_i = (x_i \oplus \bar{x}_{i-1} \cdot \bar{x}_{i+1}) \text{ 或 } B_i = (x_{i-1} \oplus x_i \oplus x_{i+1})$$

引理 2^[11] 在一个比较路径 $P = (v_1, v_2, \dots, v_{2k})$ 中给定一个症状, 若症状中二进制全为 1 或全为 0, 则 P 中至少含有 $\lfloor k/2 \rfloor$ 个故障节点。

3 基于比较模型的超立方性质分析

超立方网络各个节点之间的相互连接具备很强的规律性, 若任意两个节点之间有连接, 则两个节点的二进制编码的异或结果为 1, 即两个节点的二进制编码仅有一位不同。

n -维超立方网络都可以拓展成为图 6 所示的拓扑结构, 一个长度为 n 的二进制串可以表示成 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的形式, 每一个二进制串表示一个超立方的节点编码。根据超立方节点间的连接特性, 每一个节点与相邻节点的二进制编码仅有一位不同, 每一个节点 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 都有 n 个相邻节点, 分别为 $\bar{x}_1, x_2, x_3, \dots, x_n, x_1, \bar{x}_2, x_3, \dots, x_n, x_1, x_2, \bar{x}_3, \dots, x_n, \dots, x_1, x_2, x_3, \dots, \bar{x}_n$ 。

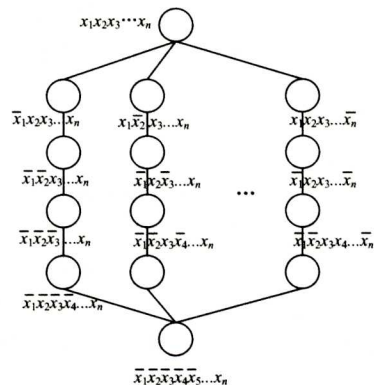


图 6 n -维 $ES(k; n)$ 图

如图 7 所示, 对于一个 5-维超立方的一个节点 00000, 与其相连的顶点分别为 10000, 01000, 00100, 00010, 00001。从图中可以明显看到, 每个节点的二进制编码恰好仅有一位不同。

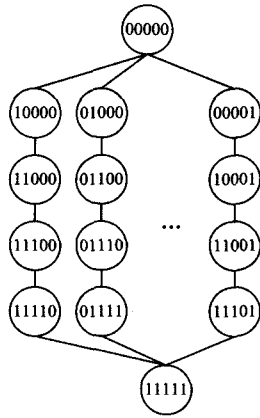


图7 5-维超立方拓展图

定义3 对于图 $G(V, E)$ 中的一个节点 $k, n \leq \text{deg}_G(k)$, 在 k 上的一个 n 阶拓展图 $ES(k; n)$ 可以表示为 $ES(k; n) = (V(k; n), E(k; n))$, 其中节点集 $V(k; n) = \{k\} \cup \{v_{ij} \mid 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq 5\}$, 连接边集 $E(k; n) = \{(k, v_{k1}), (v_{k1}, v_{k2}), (v_{k2}, v_{k3}), (v_{k3}, v_{k4}), (v_{k4}, v_{k5}) \mid 1 \leq k \leq 5\}$

由定义3可知, $ES(k; n)$ 网络结构中的每一条路径 P 的节点有6个, 由于路径 P 是对称图形, 6个节点共形成两条路径, 分别为 $P1 = (k, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4})$, $P2 = (v_{i5}, v_{i4}, v_{i3}, v_{i2}, v_{i1})$, 每条路径的长度均为5。但由于两端节点无法构成比较对, 因此 $P1$ 和 $P2$ 中的比较对均只有3对, 分别为 $(k, v_{i2})_{v_{i1}}$, $(v_{i1}, v_{i3})_{v_{i2}}$, $(v_{i2}, v_{i4})_{v_{i3}}$ 和 $(v_{i3}, v_{i5})_{v_{i4}}$, $(v_{i2}, v_{i4})_{v_{i3}}$, $(v_{i1}, v_{i3})_{v_{i2}}$ 。由于在 $P1$ 路径中, v_{i4} 的故障状态无法测量, 因此才有 $P2$ 路径的出现, $P2$ 能确定 v_{i4} 的故障状态。 $P1$ 和 $P2$ 路径共用了两个比较对, 因此 $P1$ 和 $P2$ 的实际比较对仅有4对, 但却产生了两个三位的二进制症状集。

4 算法分析与实现

在本文算法设计中, 由于一个 $ES(k; n)$ 图只包含 $4n+2$ 个节点, 而一个超立方网络有 2^n 个节点, 因此利用超立方网络节点连接的特性, 把 n -维超立方网络转化为 $2^n / (4n+2)$ 个 n 阶 $ES(k; n)$ 图。在每一个 $ES(k; n)$ 拓扑结构中, 每一列都有两条路径 $P1$ 和 $P2$ 。在 $P1$ 和 $P2$ 中, $(k, v_{i2})_{v_{i1}}$, $(v_{i1}, v_{i3})_{v_{i2}}$, $(v_{i2}, v_{i4})_{v_{i3}}$ 和 $(v_{i3}, v_{i5})_{v_{i4}}$ 都会产生一个比较结果0或1。对 $P1 = (k, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4})$ 而言, 每3个节点之间比较产生的结果的症状有8种, 分别为 $(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$ 。例如, 若 $r((k, v_{i2})_{v_{i1}}) = 0, r((v_{i1}, v_{i3})_{v_{i2}}) = 1, r((v_{i2}, v_{i4})_{v_{i3}}) = 1$, 则 $P1 = (k, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4})$ 产生的诊断症状集即为 $(0, 1, 1)$ 。

节点比较产生的8种诊断状态可以分别用 $r(0) = (0, 0, 0), r(1) = (0, 0, 1), r(2) = (0, 1, 0), r(3) = (0, 1, 1), r(4) = (1, 0, 0), r(5) = (1, 0, 1), r(6) = (1, 1, 0), r(7) = (1, 1, 1)$ 表示。令 $R(i)$ 为所有表现状态为 $r(i)$ 的集合, 例如, 在 n 阶 $ES(k; n)$ 图中, 若出现 $(0, 0, 0)$ 诊断状态的路径有2个, 则 $|R(0)| = 2$ 。显而易见, $R(0)$ 到 $R(7)$ 的基数为 n , 即为 $\sum_{i=0}^7 |R(i)| = n$ 。

接着对 $ES(k; n)$ 网络中的节点进行分析, 假设节点 k 为非故障节点, 则对于所有节点有如下8种状态。

(1) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为且 $r(0) = (0, 0, 0)$, 则故障节点数无法确定;

(2) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(1) = (0, 0, 1)$, 由于 v_{k3} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k2}, v_{k3} 和 v_{k4} 中的一个;

(3) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(2) = (0, 1, 0)$, 由于 v_{k2} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k1}, v_{k2} 和 v_{k3} 中的一个;

(4) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(3) = (0, 1, 1)$, 由于 v_{k2} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k1}, v_{k2} 和 v_{k3} 中的一个;

(5) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(4) = (1, 0, 0)$, 则故障节点数至少为2; 若 v_{k1} 为故障节点, v_{k2} 必然为故障节点; 若 v_{k1} 为非故障节点, 则 v_{k2} 和 v_{k3} 必然为故障节点;

(6) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(5) = (1, 0, 1)$, 由于 v_{k1} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k1} 和 v_{k2} 中的一个;

(7) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(6) = (1, 1, 0)$, 由于 v_{k1} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k1} 和 v_{k2} 中的一个;

(8) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(7) = (1, 1, 1)$, 由于 v_{k1} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k1} 和 v_{k2} 中的一个; 若节点 k 为故障节点, 在路径 $P1$ 中同样有8种不同的状态。

(1) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(0) = (0, 0, 0)$, 则故障节点数至少为3, 且为 v_{k1}, v_{k2} 和 v_{k3} ;

(2) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(1) = (0, 0, 1)$, 则故障节点数至少为2, 且为节点 v_{k1}, v_{k2} ;

(3) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(2) = (0, 1, 0)$, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k1} ;

(4) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(3) = (0, 1, 1)$, 则故障节点数至少为2, 且为 v_{k1} 和 v_{k2}, v_{k3} 中的一个;

(5) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(4) = (1, 0, 0)$, 则故障节点数无法确定;

(6) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(5) = (1, 0, 1)$, 由于 v_{k3} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k2}, v_{k3} 和 v_{k4} 中的一个;

(7) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(6) = (1, 1, 0)$, 由于 v_{k2} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k1}, v_{k2} 和 v_{k3} 中的一个;

(8) 对于路径 $P1$, 若诊断结果为 $r(7) = (1, 1, 1)$, 由于 v_{k3} 的不确定性, 则故障节点数至少为1, 且为 v_{k2}, v_{k3} 和 v_{k4} 中的一个。

经过上面的分析可知, 当节点 k 为非故障时, 最多仅能诊断 n 个故障节点, 并且多数节点的诊断具有不确定性。而当节点 k 为故障节点时, 在 $P1 = (k, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4})$ 路径中, 最多能诊断3个节点。例如若节点 k 为故障节点, 网络出现症状 $r(0) = (0, 0, 0)$, 则 v_{k1}, v_{k2} 和 v_{k3} 3个节点都必然为故障节点; 若出现症状 $r(1) = (0, 0, 1)$, 则也可以确定 v_{k1}, v_{k2} 都必然为故障节点。但从 $r(0)$ 到 $r(7)$ 这8种诊断状态都不可确定节点 v_{k4} 的状态, 为了确定节点 v_{k4} 的故障状态, 必须用到另一条比较路径 $P2 = (v_{i5}, v_{i4}, v_{i3}, v_{i2}, v_{i1})$ 。由于 $P1$ 和 $P2$ 的拓扑结构类似, 则两者间出现的诊断症状也必然类似, 因此在路径 $P2 = (v_{i5}, v_{i4}, v_{i3}, v_{i2}, v_{i1})$ 中同样有8种相同类型的诊断状态。

由于在路径 $P1=(k, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4})$ 中已对节点 $v_{i4}, v_{i3}, v_{i2}, v_{i1}$ 进行了比较,因此在 $P2$ 中只需要进行一次比较即可,即 $(v_{i3}, v_{i5})_{v_{i4}}$ 。当得到 $(v_{i3}, v_{i5})_{v_{i4}}$ 的诊断结果时,把 $(v_{i3}, v_{i5})_{v_{i4}}$ 的诊断结果与 $P1$ 进行比较得到节点 $v_{i4}, v_{i3}, v_{i2}, v_{i1}$ 的比较结果集合,形成一个同样为 3 位二进制位的诊断状态。

例如,在节点 k 为故障节点的状态下,若在路径 $P1$ 出现诊断状态 $r(0)=(0,0,0)$,则表示 v_{k1}, v_{k2} 和 v_{k3} 3 个节点都为故障节点;同时,若在路径 $P2$ 中出现比较状态 $r(0,0,0)$,则表明节点 v_{i4}, v_{i3}, v_{i2} 必为故障节点。根据 $P1$ 和 $P2$ 两条路径的比较,可判断节点 v_{k4} 必然为故障节点,因此节点 $v_{i4}, v_{i3}, v_{i2}, v_{i1}$ 的故障状态皆可确定。该算法的实现可分 3 步。

Step1 由于节点 k 为故障时网络的诊断度远大于节点 k 为非故障节点时的诊断度,因此首先在 n -维超立方网络结构中找到一个故障节点 k 。先输入一个超立方网络结构 $G(V, E)$,接着在 G 中构建一条路径 $(v_0, v_1, v_2, v_3, v_4)$,对 $(v_0, v_1, v_2, v_3, v_4)$ 执行比较操作,若产生了 $(1,0,1)$ 的症状状态,则 v_2 即为故障节点;若产生的是非 $(1,0,1)$ 状态,则继续构建新的节点路径,重复操作,直到找到一个故障节点 k ,Step1 结束操作。

输入: n -维超立方网络拓扑结构 $G(V, E)$

输出:一个故障节点

BEGIN

1. input an integer $n \geq 5, Q_n$.
2. Call path(n, v).
3. bulid a path $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$
4. if $((v_1, v_3)_{v_2} = 1, (v_2, v_4)_{v_3} = 0, (v_3, v_5)_{v_4} = 1)$
5. v_2 is fault
6. end if
7. return v_2 ;

Step2 通过 Step1 可以找到超立方网络拓扑结构中的一个故障节点 k ;接着以 k 为顶点构造一个 $ES(k; n)$ 图。

输入:一个故障节点 k

输出:包含节点 k 的 $ES(k; n)$ 拓扑结构

BEGIN

1. input a fault node k
2. transform k into a binary code $x_1 x_2 x_3 \dots x_n$
3. for $(1 \leq i \leq n)$ then
4. connected $x_1 x_2 x_3 \dots x_n$ to $\bar{x}_1 x_2 x_3 \dots x_n, x_1 \bar{x}_2 x_3 \dots x_n, \dots, x_1 x_2 x_3 \dots \bar{x}_n$
5. $\bar{x}_1 x_2 x_3 \dots x_n, x_1 \bar{x}_2 x_3 \dots x_n, \dots, x_1 x_2 x_3 \dots \bar{x}_n$ connected to child node.
6. bulid a $ES(k; n)$ graph
7. return 0

在 Step2 中,以故障节点 k 为顶点,先把顶点 k 转换为二进制编码 $x_1 x_2 x_3 \dots x_n$ 。根据超立方的连接性质,使 $x_1 x_2 x_3 \dots x_n$ 与其 n 个邻接节点 $\bar{x}_1 x_2 x_3 \dots x_n, x_1 \bar{x}_2 x_3 \dots x_n, \dots, x_1 x_2 x_3 \dots \bar{x}_n$ 等相连接。接着,二级节点继续根据超立方节点连接性质连接其邻接节点,直到构成 $ES\{k; n\}$ 拓扑图。

Step3 在网络拓扑图 $ES(k; n)$ 中,对各个路径上的节点进行比较,以确定各路径中的比较症状,并根据显示出来的症状确定故障节点。

输入: $ES(k; n)$ 网络拓扑图

输出:故障节点集

BEGIN

1. bulid a path $P1=(k, v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, v_{i4})$

2. for $1 \leq i \leq n$
2. let $r(j)=(r((k, v_{i2})_{v_{i1}}), r((v_{i1}, v_{i3})_{v_{i2}}), r((v_{i2}, v_{i4})_{v_{i3}}))$
3. if $(r(j)=(0,0,0))$ then $F \leftarrow \{v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}\}$
4. else if $(r(j)=(0,0,1))$ then $F \leftarrow \{v_{i1}, v_{i2}\}$
5. else if $(r(j)=(0,1,0))$ then $F \leftarrow \{v_{i1}\}$
6. else if $(r(j)=(0,1,1))$ then $F \leftarrow \{v_{i1}, v_{i2}\}$
7. else if $(r(j)=(1,0,0))$ then $F \leftarrow \{\}$
8. else if $(r(j)=(1,0,1))$ then $F \leftarrow \{v_{i2}, v_{i3}\}$
9. else if $(r(j)=(1,1,0))$ then $F \leftarrow \{v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}\}$
10. else $(r(j)=(1,1,1))$ then $F \leftarrow \{v_{i2}, v_{i3}\}$
11. return F

举例:以图 5(a)和图 6 为例。Step1 求超立方网络 $G(V, E)$ 中的一个故障节点 k ,首先生成一组线性节点 $(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$,具体如图 5(a)所示,其中图 5(a)中灰色的节点 v_3 即为故障节点,比较症状集为 $(1,0,1)$ 。在 step2 中,以节点 k 为顶点生成相应的 $ES(k; n)$ 网络, $ES(k; n)$ 中的连接基于超立方节点连接的性质,具体连接如图 6 和图 7 所示。Step3 则是根据文中所分析的 $ES(k; n)$ 网络拓扑诊断所产生的 8 种症状所对应的故障节点规则,找出对应的故障节点并保存于故障集 F 中。

结束语 在传统的 n -维超立方网络故障诊断中的精确诊断度为 n ,以 10-维超立方为例,10-维超立方共有节点 $2^{10} = 1024$ 个,但在超立方网络结构不变的情况下,最多只能诊断出 10 个故障节点,因此,这种精确诊断度不能满足现实需求。为提高超立方网络的诊断度,前人做了许多工作,例如,Ye^[12]提出了一种基于比较模型的哈密顿环下的超立方概率诊断算法,在该算法下的超立方体网络的诊断度为 $2n-2$,但是由于该算法属于悲观诊断算法,根据故障处理器所处位置在系统网络中的不同分布,该算法在一定概率下会产生误诊。

本文受文献[12]的概率性诊断算法的启发,提出了一种基于比较模型的超立方网络故障诊断算法,该算法同样属于概率性诊断算法。对所有的网络而言,在网络拓扑结构确定的情况下,该网络的精确诊断度也同时确定,因此研究提高超立方网络的精确诊断度的现实意义不大。在本文的超立方诊断算法中,网络的诊断度与节点的故障分布状态有关,在最优概率状态下,算法的诊断度可达到 $4n$ 。假设构建的 $ES(k; n)$ 网络中的 8 种诊断状态出现的概率均为 $\frac{1}{8}$,则可轻易计算出算法的平均诊断度为 $2.25n$,高于传统的超立方精确诊断度 n ,同样高于文献[12]中的概率性诊断度 $2n-2$ 。本文的算法简单有效,对超立方的故障诊断研究具有良好的启发意义。

参 考 文 献

[1] PREPARATA F P, METZE G, CHIEN R T. On the connection assignment problem of diagnosable system[J]. IEEE Trans. on Electronic Computers, 1967, 16(12): 848-854.

[2] BRASI F, GRANDONI F, MAESTRINI P. A theory of diagnosability of digital systems[J]. IEEE Trans. on Computers, 1976, 25(6): 585-593.

[3] XUAN H N, ZHANG D F, ZHANG M. The equation diagnosis on PMC fault model[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(5): 694-697. (in Chinese)

宣恒浓, 张大方, 张明. PMC 故障模型的方程诊断[J]. 电子

- 学报,2003,31(5):987-990.
- [4] GUO C, LIANG J R, LENG M. The Conditional Fault Diagnosis of PMC Model[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(11): 2331-2337. (in Chinese)
郭晨, 梁家荣, 冷明. 基于 PMC 模型的条件故障诊断[J]. *电子学报*, 2015, 43(11): 2331-2337.
- [5] MALEK M. A comparison connection assignment for diagnosis of multiprocessor systems[C]//*Proc. Seventh Int'l Symp Computer Architecture*. New York: ACM, 1980: 31-35.
- [6] MAENG J, MALEK M. A comparison connection assignment for self-diagnosis of multiprocessor systems[C]//*The 11th International Symposium on Fault Tolerant Computing*. Edinburgh, Scotland, 1981: 173-175.
- [7] ARMSTRONG J R, GRAY F G. Fault Diagnosis in a Boolean n cube array of microprocessors [J]. *IEEE Trans. Computers*, 1981, 30(8): 587-590.
- [8] KAVIANPOUR A, KIM K H. Diagnosability of hypercube under the pessimistic One-step diagnosis strategy[J]. *IEEE Trans. Computers*, 1991, 40(2): 232-237.
- [9] SENGUPTA A, DAHBURA A. On Self-Diagnosable multiprocessor systems: diagnosis by the comparison approach[J]. *IEEE Trans. Computers*, 1992, 41(11): 1386-1396.
- [10] YANG X F, TANG Y Y. Efficient fault identification of diagnosable systems under the comparison model[J]. *IEEE Trans. Computers*, 2007, 56(12): 1612-1618.
- [11] LAI P L. A system algorithm for identifying faults on hypercube-like networks under the comparison model[J]. *IEEE Trans on Reliability*, 2012, 62(4): 452-459.
- [12] YE L C, LIANG J R. A fast pessimistic diagnosis algorithm for hypercube-like network under the comparison model[J]. *IEEE Trans. on Computers*, 2016, 65(9): 2884-2888.
- [13] YE T L, HSIEH S Y. A scalable comparison-based diagnosis algorithm for hypercube-like networks[J]. *IEEE Tran. on reliability*, 2013, 62(4): 789-799.
- [14] TSAI C H. A quick pessimistic diagnosis algorithm for hypercube-like multiprocessor systems under the PMC model [J]. *IEEE Tran. on computers*, 2013, 62(2): 259-267.
- [15] HSIEH S Y, CHEN Y S. Strongly diagnosable systems under the comparison diagnosis model[J]. *IEEE Trans. on Computers*, 2008, 57(12): 1720-1725.
- [16] XIONG X, LIANG J R, MA Q. Research on (t, k) -diagnosability for exchanged hypercube network[J]. *Journal on Communications*, 2016, 37(3): 190-198. (in Chinese)
熊茜, 梁家荣, 马强. 交换超立方网络的 (t, k) 故障诊断度研究[J]. *通信学报*, 2016, 37(3): 190-198.
- [17] WANG D. Diagnosability of hypercubes and enhanced hypercubes under the comparison diagnosis model[J]. *IEEE Trans. on Computers*, 1999, 48(12): 1369-1374.

(上接第 79 页)

相比, 本文方案能够大大加快初始迭代阶段的适应度函数的收敛速度。

结束语 本文将 WMNs 中的路由部署建模成了更符合实际的几何连通圆盘覆盖问题, 对部署开销和用户覆盖效果两个目标同时进行优化求解; 设计了备选点集选择算法来将连续空间选址问题转变为离散空间选址问题, 该算法将用户覆盖和网络连通同时考虑在内, 以保证生成的备选点集既可以满足覆盖和连通需求, 又不会产生过多的冗余节点; 采用改进的多目标遗传算法对优化问题进行求解, 获得 Pareto 解集。经过仿真实验验证, 本文提出的算法可以有效降低算法复杂度, 提高收敛效率, 保持解的多样性。

参 考 文 献

- [1] AKYILDIZ I F, WANG X, WANG W. Wireless mesh networks: a survey[J]. *Computer Networks*, 2005, 47(4): 445-487.
- [2] LIN H, MA J F. Cross mechanism based secure layer reputation routing protocol for WMNs[J]. *Journal of Xidian University (Natural Science)*, 2014, 41(1): 116-123. (in Chinese)
林晖, 马建峰. 无线 Mesh 网络中基于跨层信誉机制的安全路由协议[J]. *西安电子科技大学学报(自然科学版)*, 2014, 41(1): 116-123.
- [3] JIA J, CHEN J, YU J, et al. Joint topology control and routing for multi-radio multi-channel WMNs under SINR model using bio-inspired techniques[J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 32: 49-58.
- [4] ZHANG X, LI G, HAN W. Ticket-Based Authentication for Fast Handover in Wireless Mesh Networks[J]. *Wireless Personal Communications*, 2015, 85: 1509-1523.
- [5] ROBINSON J, KNIGHTLY E W. A Performance Study of Deployment Factors in Wireless Mesh Networks[J]. *IEEE Infocom*, 2007, 2(1): 2054-2062.
- [6] ROBINSON J, SINGH M, SWAMINATHAN R, et al. Deploying Mesh Nodes under Non-Uniform Propagation[C]//*Proceedings-IEEE INFOCOM*. 2010: 1-9.
- [7] MOUNTASSIR T, NASSEREDDINE B, HAQIQ A. An efficient model for nodes deployment optimization in wireless mesh networks[C]// *IEEE INTECH12*. 2012: 81-86.
- [8] SRINIVAS A, ZUSSMAN G, MODIANO E. Construction and Maintenance of Wireless Mobile Backbone Networks[J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2009, 17(1): 239-252.
- [9] LIN C C, SHU L, DENG D J. Router node placement with service priority in wireless mesh networks using simulated annealing with momentum terms[J]. *IEEE Systems Journal*, 2016, 10(4): 1402-1411.
- [10] XU H, ZHU J, WANG B. On the Deployment of a Connected Sensor Network for Confidential Information Coverage[J]. *Sensors*, 2015, 15(5): 11277-11294.
- [11] HUANG S Q, WANG G C, ZHANG Z, et al. A Method of Geometric K-center Gateway Deployment of Wireless Mesh Networks[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2013, 36(7): 1475-1484. (in Chinese)
黄书强, 王高才, 张震, 等. 一种无线 Mesh 网络几何 K 中心网关部署求解方法[J]. *计算机学报*, 2013, 36(7): 1475-1484.
- [12] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.