

基于优势关系的概念格

王俊红 梁吉业 曲开社

(计算智能与中文信息处理教育部重点实验室 太原 030006)

(山西大学计算机与信息技术学院 太原 030006)

摘要 对基于优势关系的形式背景进行了讨论,在基于优势关系的形式背景上建立了对象偏序集、属性偏序集以及对象-属性偏序集,提出了基于优势关系的概念格的定义及构建方法。这些结论进一步丰富了概念格的理论,对研究基于优势关系的信息系统的规则提取提供了新的思路。

关键词 形式概念分析,概念格,优势关系,偏序集

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A

Concept Lattice Based on Dominance Relations

WANG Jun-hong LIANG Ji-ye QU Kai-she

(Key Laboratory of Computational Intelligence and Chinese Information Processing of Ministry of Education, Taiyuan 030006, China)

(School of Computer and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract The information system based on dominance relations is a kind of widely used information systems in real life. The formal context based on dominance relations was discussed. Three kinds of poset, objects poset, attributes poset and object-attributes poset were established, and the partial order in the posets was discussed. Then, the definition and building method of concept lattice based on dominance relations was proposed. These conclusions further enrich the concept lattice theory, and provide a new way of thinking for rules extraction for the information system based on dominance relations.

Keywords Formal concept analysis, Concept lattice, Dominance relation, Poset

1 引言

概念格,也叫形式概念分析^[1],是由德国 R. Wille 教授在 1982 年提出的。概念格作为一种具有极大潜力的、有效的知识发现工具,备受人工智能工作者的广泛关注,已在概念格的构造、规则提取、概念格的应用等方面^[2-8]取得一系列的研究成果。

传统的概念格基于形式背景,描述对象和属性之间的联系,刻画概念之间的泛化和特化关系,此时所有属性是同等对待的。然而,在实际问题中,有许多信息系统是基于优势关系的,这种信息系统中普遍蕴涵着序的特征如大与小、高与矮、多与少等,此时用的不是等价关系而是优势关系。研究基于优势关系的信息系统的知识获取具有重要的意义^[9-12]。

本文从形式概念分析的角度对优势关系进行了讨论,提出了基于优势关系的形式背景的定义,并在其上定义了 3 种偏序集:对象偏序集、属性偏序集和对象-属性偏序集,进而讨论了它们的一些性质。在此基础上,给出了基于优势关系的概念格的定义和构建方法。这些结论有利于对形式概念分析

和基于优势关系的信息系统的进一步研究和应用。

2 基本概念

2.1 基于优势关系的信息系统

下面我们引入基于优势关系的信息系统的一些基本概念,关于其更详细的介绍参见文献[13]。

一个基于优势关系的信息系统由一个四元组构成: $S=(U, A, V, f)$,其中 $U=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为对象集, $A=(a_1, a_2, \dots, a_m)$ 为属性集; $V=\cup V_a$ 为属性集值域,并且属性值 V_a 有偏好次序; $f:U \times A \rightarrow V$ 是一个信息函数,表示对每一个 $a \in A, x \in U, f(x, a) \in V_a$ 。

定义 1 设 $S=(U, A, V, f)$ 是一个基于优势关系的信息系统, $B \subseteq A$, 定义 $R_B^- = \{(x_i, x_j) \in U^2 \mid f(x_i, a) \leq f(x_j, a), (\forall a \in B)\}$, $R_B^+ = \{(x_i, x_j) \in U^2 \mid f(x_i, a) \geq f(x_j, a), (\forall a \in B)\}$ 为 S 在属性集 B 上的优势关系和劣势关系。

若 $(x_i, x_j) \in R_B^-$, 则表示对象 x_i 在属性集 B 上劣于对象 x_j , 记为 $x_i < x_j$ 。若 $(x_i, x_j) \in R_B^+$, 则表示对象 x_i 在属性集 B 上优于对象 x_j , 记为 $x_i > x_j$ 。

到稿日期:2008-08-12 返修日期:2009-04-07 本文受国家自然科学基金(60773133),国家 863 计划项目(2007AA01Z165),高等学校博士学科点专项科研基金(20050108604),教育部科学技术研究重点项目(206017),山西省重点实验室开放基金(200603023),山西省自然科学基金项目(2008011038,2007011040)资助。

王俊红(1979-),女,博士研究生,讲师,研究方向为概念格、粗糙集,E-mail:cswwjh@126.com;梁吉业(1962-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为计算智能、数据挖掘、粒计算等;曲开社(1954-),男,教授,研究方向为概念格与数据挖掘。

定义 2 设 $S=(U, A, V, f)$ 是一个基于优势关系的信息系统, $B \subseteq A$, 定义

$$[x_i]_B^> = \{x_j | (x_i, x_j) \in R_B^>\}$$

$$[x_i]_B^< = \{x_j | (x_i, x_j) \in R_B^<\}$$

$[x_i]_B^>$ 表示在属性集 B 条件下优于对象 x_i 的所有对象集合, 称为 x_i 的优势类; $[x_i]_B^<$ 表示在属性集 B 条件下, 劣于对象 x_i 的所有对象集合, 称为 x_i 的劣势类。

2.2 偏序集

定义 3 L 为一集合, $x, y, z \in L$ 。 L 上的偏序是一个二元关系 \leq , 满足:

- 1) $x \leq x$ (自反性);
- 2) $x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$ (反对称性);
- 3) $x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$ (传递性)。

具有偏序关系 \leq 的集合 L 称为偏序集, 记为 (L, \leq) 。

定义 4 设 (L, \leq) 为一偏序集, $A \subseteq L$ 是 L 的一个子集, L 的元素 s 称为 A 的一个下界, 如果 $\forall a \in A$, 有 $s \leq a$ 成立。同样有 A 上界的定义。若 A 的下界集合中存在一个最大的元素, 那么这个元素称为 A 的下确界, 记为 $\wedge A$; 若 A 的上界集合中存在一个最小的元素, 那么这个元素称为 A 的上确界, 记为 $\vee A$ 。

定义 5 偏序集 (L, \leq) 称为一个格, 若对于任意 $x, y \in L$, $x \wedge y$ 和 $x \vee y$ 均存在。若对于 L 的任意子集 X , $\wedge X$ 和 $\vee X$ 均存在, 则 (L, \leq) 称为一个完备格。

2.3 形式概念分析

关于形式概念分析的详细介绍参见文献[14]。

定义 6 形式背景(Context) 是一个三元组 (U, D, I) , 其中 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是对象的集合, $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 是属性的集合, $I \subseteq U \times D$ 是 U 和 D 之间的二元关系。 $(x, d) \in I$ 意味着对象 x 具有属性 d 。

在形式背景 (U, D, I) 中, 对于集合 $X \subseteq U$ 和 $B \subseteq D$ 定义:

$$X^* = \{d \in D | \forall x \in X, (x, d) \in I\}$$

$$B^* = \{x \in U | \forall d \in B, (x, d) \in I\}$$

对于 $x \in U$ 和 $d \in D$, 记 $x^* = \{x\}^*$, $d^* = \{d\}^*$

定义 7 设 $K=(U, D, I)$ 是一个形式背景, 对于 $X \subseteq U, B \subseteq D$, 如果二元组 (X, B) 满足 $X^* = B$ 并且 $B^* = X$, 则称 (X, Y) 是一个概念(Concept), 其中 X 称为概念的外延, Y 称为概念的内涵。

$K=(U, D, I)$ 中所有概念的集合用 $L(K)$ 表示。

定义 8 设 $K=(U, D, I)$ 为一形式背景, $C_1=(A_1, B_1)$, $C_2=(A_2, B_2)$ 是 K 的两个概念, 规定:

$$C_1 \leq C_2 \Leftrightarrow A_1 \subseteq A_2 (\Leftrightarrow B_1 \supseteq B_2)$$

此时, C_2 称为 C_1 的超概念, C_1 称为 C_2 的子概念。

显然, 关系“ \leq ”是集合 $L(K)$ 上的一个偏序, 它可诱导出 $L(K)$ 上的一个格结构, 可以证明, 它是一个完备格, 表示为 $L(U, D, I)$, 其中概念格的交和并运算定义如下:

$$(X_1, B_1) \wedge (X_2, B_2) = (X_1 \cap X_2, (B_1 \cup B_2)^*)$$

$$(X_1, B_1) \vee (X_2, B_2) = ((X_1 \cup X_2)^*, B_1 \cap B_2)$$

3 基于优势关系的形式背景与偏序集

传统的概念格的形式背景是二值的, 建格时只能针对这种二元背景建格, 而且建格时针对的是属性值而不是属性, 因此形式背景 $K=(G, M, R)$ 中 M 也可看作是一个信息系统中

的属性值的集合。

定义 9 设 $K=(G, M, R)$ 为一形式背景, $M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$, 其中 $M_i (i=1, 2, \dots, n)$ 表示多值信息系统中一个属性的取值集合。对于 $\forall m_1, m_2 \in M$, 若 $m_1 \in M_i$ 且 $m_2 \in M_i (i=1, 2, \dots, n)$, 总有 $m_1 \geq m_2$ 或 $m_1 \leq m_2$, 则称 $K=(G, M, I)$ 是一个基于优势关系的形式背景。

在基于优势关系的形式背景中, 把属性集分成了若干块 M_i , 每一块代表信息系统中一个属性的值域。因此在同一块中的两个属性, $m_1 \in M_i$ 且 $m_2 \in M_i (i=1, 2, \dots, n)$, 是可以比較的, 而其他情况属性之间是没有优势关系的。

可见在基于优势关系的形式背景中, 属性之间具有优势关系。我们将属性偏序集定义为属性之间的优势关系, 记为 (M, \leq) 。

例 1 表 1 是一个基于优势关系的信息系统, 其中 $U = \{1, 2, \dots, 6\}$, $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ 。表 2 是对应的基于优势关系的形式背景 $K=(G, M, R)$, 其中 $U = \{1, 2, \dots, 6\}$, $M = \{M_1, M_2, M_3\} = \{\{a_{11}, a_{12}, a_{13}\}, \{a_{21}, a_{22}, a_{23}\}, \{a_{31}, a_{32}, a_{33}\}\}$, 其中 a_{11} 表示 $a_1=1$, a_{12} 表示 $a_1=2$, a_{13} 表示 $a_1=3$; a_{21} 表示 $a_2=1$, a_{22} 表示 $a_2=2$, a_{23} 表示 $a_2=3$; a_{31} 表示 $a_3=1$, a_{32} 表示 $a_3=2$, a_{33} 表示 $a_3=3$, 并且 $a_{13} \geq a_{12} \geq a_{11}$, $a_{23} \geq a_{22} \geq a_{21}$, $a_{33} \geq a_{32} \geq a_{31}$, 构造的属性偏序集的结构图如图 2 所示。

表 1 例 1 的信息系统

	a_1	a_2	a_3
1	1	2	1
2	3	2	2
3	1	1	2
4	2	1	3
5	3	3	2
6	3	2	3

表 2 表 1 的形式背景

	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0	1	0
3	1	0	0	1	0	0	1	1	0
4	0	1	0	1	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	0	1	0	1	0
6	0	0	1	0	1	0	0	0	1

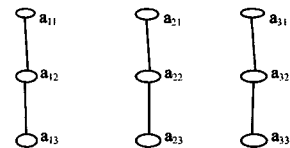


图 1 表 2 的属性偏序图

在基于优势关系的形式背景上定义对象偏序关系将有助于对优势关系的理解和刻画。

定义 10 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $M = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$, $g_1, g_2 \in G, m_1, m_2 \in M$ 。对象集合 G 上的偏序关系定义为:

$$g_1 \leq g_2 \Leftrightarrow \{(g_1^* \cap M_i) \leq (g_2^* \cap M_i) | \forall M_i \in M\}$$

相应的偏序集称为对象偏序集, 记为 (G, \leq) 。

表 2 的对象偏序集的结构如图 2 所示。

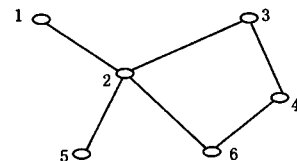


图 2 表 2 的对象偏序图

定义 11 设 (G, \leq) 是 $K=(G, M, R)$ 上的对象偏序集,

若 $g \in G, h \in G$ 满足 $g \leq h$, 则称 h 为对象 g 的对象上界, g 为对象 h 的对象下界, 其中对象 g 的对象上界记作 $\bigcirc_G(g)$ 。

类似于基于优势关系的信息系统中优势类的定义, 在基于优势关系的形式背景中对象的优势类定义为:

定义 12 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, 设 $g \in G$, g 的优势类记为 $[g]_{\bar{M}}$, 定义为 $[g]_{\bar{M}} = \{x \in G | (g^* \cap M_i) \leq ((x)^* \cap M_i) | \forall M_i \in M\}$ 。

定理 1 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $g \in G$, 则 $[g]_{\bar{M}} = \bigcirc_G(g)$ 。

证明: 设 $x \in [g]_{\bar{M}}$, 则对 $\forall M_i \in M$, 有 $(g^* \cap M_i) \leq ((x)^* \cap M_i)$, 则有 $g \leq x$, 因此 $x \in \bigcirc_G(g)$, 反之亦然。

从定理 1 可以看出, 从形式背景的对象偏序图中能很容易求出每个对象的优势类。定理 1 也给出了一种求优势类的方法。

如 $[x_1]_{\bar{D}} = \bigcirc_G(x_1) = \{x_1, x_2, x_5, x_6\}$, $[x_2]_{\bar{D}} = \bigcirc_G(x_2) = \{x_2, x_5, x_6\}$ 。

定义 13 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $g, g_1, g_2 \in G$ 。定义 K 上的对象-属性偏序集 $(G \cup M, \leq)$ 为:

- 1) $g_1 \leq g_2 : \Leftrightarrow \{(g_1^* \cap M_i) \leq (g_2^* \cap M_i) | \forall M_i \in M\}$;
- 2) $g \geq m : \Leftrightarrow m \in g^* \vee \{m | m \leq m_1, m \in M, m_1 \in g^*\}$ 。

表 1 的对象-属性偏序集的结构图如图 3 所示。

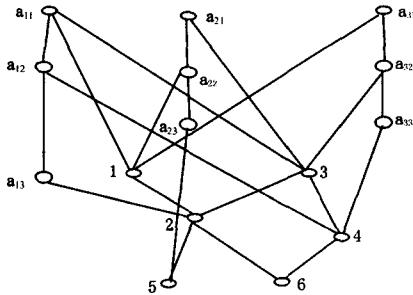


图 3 表 1 的对象-属性偏序结构图

对象偏序集的偏序关系在对象-属性偏序集中同样保持。同时, 因为 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, 所有属性偏序关系也保持。特别地, 一个对象在对象偏序集中的对象上界(对象下界)仍然是该对象在对象-属性偏序集中的对象上界(对象下界)。

由定义 13 可以看出, 不同于一般意义下的概念格, 在基于优势关系的形式背景中的对象-属性偏序集 $(G \cup M, \leq)$ 中小于某对象 g 的属性集 $\{m | m \leq g, m \in M\}$ 等于该对象在形式背景中所具有的属性 g^* 以及小于这些属性的集合 $\{m | m \leq m_1, m \in M, m_1 \in g^*\}$, 而 $\{m | m \leq m_1, m \in M, m_1 \in g^*\}$ 正好体现了该对象与其他对象的优势关系。

推论 1 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $g_1, g_2 \in G$, 设 $A = \{m | m \leq g_1, m \in M\}$, $B = \{m | m \leq g_2, m \in M\}$, 则

- 1) $g_1 \leq g_2 \Leftrightarrow A \subseteq B$;
- 2) $g_2 \in [g_1]_{\bar{D}} \Leftrightarrow A \subseteq B$ 。

4 基于优势关系的概念格

在基于优势关系的形式背景中由于属性之间的优势关系, 使得传统的形式概念分析中定义的对象集和属性集上的

映射已不再适用, 基于对象-属性偏序集的定义, 下面我们给出两个新映射。

定义 14 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $(G \cup M, \leq)$ 是对象-属性偏序集, 对于集合 $X \subseteq G, B \subseteq M$, 定义

$$X' = \bigcap \{g^* \cup \{m | m \leq m_1, m \in M, m_1 \in g^*\}, g \in X$$

$$B' = \bigcap \{m^* \cup \{m_1^* | m_1 \geq m, m_1 \in M\}, m \in B$$

对于 $g \in G$ 和 $m \in M$, 记 $g' = \{g\}'$, $m' = \{m\}'$

定义 15 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, 对于 $X \subseteq G, B \subseteq M$, 如果二元组 (X, B) 满足 $X' = B$ 并且 $B' = X$, 则称 (X, B) 是一个优势概念 (Concept)。其中 X 称为优势概念的外延, B 称为优势概念的内涵。所有概念的集合用 $D(K)$ 来表示。

定义 16 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $C_1=(A_1, B_1)$, $C_2=(A_2, B_2)$ 是 K 的两个优势概念, 规定:

$$C_1 \leq C_2 \Leftrightarrow A_1 \subseteq A_2 (\Leftrightarrow B_1 \supseteq B_2)$$

此时, C_2 称为 C_1 的超概念, C_1 称为 C_2 的子概念。

显然, 关系 " \leq " 是集合 $D(K)$ 上的一个偏序, 它可诱导出 $D(K)$ 上的一个格结构。可以证明它是一个完备格, 表示为 $DL(U, D, I)$, 称为基于优势关系的概念格。

定理 2 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $g \in G, m \in M, A \subseteq G, B \subseteq M$, 则

- 1) $g' = \{m \in M | g \geq m\}$;
- 2) $m' = \{g \in G | g \geq m\}$;
- 3) $A' = \{m \in M | m \leq g, \forall g \in A\}$;
- 4) $B' = \{g \in G | g \geq m, \forall m \in B\}$ 。

证明: 1) 由定义 14, $g' = g^* \cup \{m | m \leq m_1, m \in M, m_1 \in g^*\}$, 再由定义 13

$$g \geq m : \Leftrightarrow m \in g^* \vee \{m | m \leq m_1, m \in M, m_1 \in g^*\}, \text{ 因此 } g' = \{m \in M | g \geq m\};$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ 由定义 14, } m' &= m^* \cup \{m_1^* | m_1 \geq m, m_1 \in M\} \\ &= \{g \in G | g \geq m\} \cup \{g | g \geq m_1, m_1 \geq m, m_1 \in M\} \\ &= \{g \in G | g \geq m\}; \end{aligned}$$

3) 由定义 14, $A' =$

$$\begin{aligned} &\bigcap \{g^* \cup \{m | m \leq m_1, m \in M, m_1 \in g^*\}, g \in A \\ &= \bigcap \{\{m | m \leq g\} \cup \{m | m \leq m_1, m_1 \leq g\}, g \in A \\ &= \{m \in M | m \leq g, \forall g \in A\}; \end{aligned}$$

4) 由定义 14, $B' =$

$$\begin{aligned} &\bigcap \{m^* \cup \{m_1^* | m_1 \geq m, m_1 \in M\}, m \in B \\ &= \bigcap \{\{g \in G | g \geq m\} \cup \{g | g \geq m_1, m_1 \geq m, m_1 \in M\}, m \in B \\ &= \{g \in G | g \geq m, \forall m \in B\} \end{aligned}$$

故有结论成立。证毕。

定理 3 设 $K=(G, M, R)$ 为一基于优势关系的形式背景, $A \subseteq G, B \subseteq M$, 则下列条件等价:

- 1) (A, B) 为一个概念;
- 2) $\{m \in M | g \geq m, \forall g \in A\} = B$ 且 $\{g \in G | g \geq m, \forall m \in B\} = A$;

依据定理 2 和定理 3, 我们可以直接从对象-属性偏序图中求得表 1 的所有概念。例如对于概念 $(\{4, 6\}, \{a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{33}\})$, 比 4 小的属性集合为 $\{a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{31}, a_{32},$

(下转第 201 页)

- [5] Turtle H, Croft W B. Evaluation of an inference network-based retrieval model[J]. ACM Trans. Inf. Syst., 1991, 9(3): 187-222
- [6] Lafferty J, Zhai Chengxiang. Document language models, query models, and risk minimization for information retrieval[C]//SIGIR '01: Proceedings of the 24th annual international ACM SIGIR conference on research and development in information retrieval. New York, NY, USA: ACM, 2001: 111-119
- [7] Lavrenko V, Croft W B. Relevance based language models[C]//IGIR '01: Proceedings of the 24th annual international ACM SIGIR conference on research and development in information retrieval. New York, NY, USA: ACM, 2001: 120-127
- [8] Tao T, Zhai C. An exploration of proximity measures in information retrieval[C]//SIGIR '07: Proceedings of the 30th annual international ACM SIGIR conference on research and development in information retrieval. New York, NY, USA: ACM, 2007: 295-302
- [9] Metzler D, Croft W B. A markov random field model for term dependencies//SIGIR '05: Proceedings of the 28th annual international ACM SIGIR conference on research and development in information retrieval. New York, NY, USA: ACM, 2005: 472-479
- [10] Beigbeder M, Mercier A. An information retrieval model using the fuzzy proximity degree of term occurrences[C]//SAC '05: Proceedings of the 2005 ACM symposium on applied computing. New York, NY, USA: ACM, 2005: 1018-1022
- [11] Petkova D, Croft W B. Proximity-based document representation for named entity retrieval[C]//CIKM '07: Proceedings of the sixteenth ACM conference on conference on information and knowledge management. New York, NY, USA: ACM, 2007: 731-740
- [12] Rasolofy Y, Savoy J. Term proximity scoring for keyword-based retrieval systems[C]//ECIR '2003: Proceedings 25th European Conference on IR Research. 2003: 207-218
- [13] Lu Song, Bai Shuo. Quantitative Analysis of Context Field in Natural Language Processing[J]. Chinese Journal of Computers, 2001, 24(7): 742-747
- [14] Gao J, Zhou M, Nie J Y, et al. Resolving Query Translation Ambiguity using a Decaying Co-occurrence Model and Syntactic Dependence Relations[C]//SIGIR '02: Proceedings of the 25th annual international ACM SIGIR conference on Research and development in information retrieval. New York, NY, USA: ACM, 2002: 183-190
- [15] Guo Feng, Li Shao-zi, Zhou Chang-le, et al. Co-occurrence Word Retrieval Based On the Lexical Attraction and Repulsion Model [J]. Journal of Chinese Information Processing, 2004, 18(6): 16-22
- [16] Qiao Ya-nan, Qi Yong, He Hui. The Research on Term Field Based Term Co-occurrence Model[C]//SKG '07: Proceedings of the Third International Conference on Semantics, Knowledge and Grid. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2001: 471-474
- [17] Apache Lucene Homepage. <http://lucene.apache.org/>

(上接第 163 页)

a_{33} }, 比 6 小的属性集合为 $\{a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{32}, a_{33}\}$, 两个集合取交为 $\{a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{33}\}$, 恰为概念 $\langle\langle 4, 6 \rangle, \{a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{33}\}\rangle$ 的内涵。反过来, 求出分别比 $\{a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{33}\}$ 大的对象集合, 取交集即为概念的外延。

结束语 基于优势关系的信息系统在现实生活中有着广泛的应用。本文从形式概念分析的角度对其进行了讨论。首先给出了基于优势关系的形式背景的概念, 并在其上建立了对象偏序集、属性偏序集以及对象-属性偏序集。进一步讨论了这些偏序集上的偏序关系, 得出了一些有益的结论。在此基础上, 提出了基于优势关系的概念格的定义及构建方法。这些结论进一步丰富了概念格的理论, 对于研究基于优势关系的信息系统的规则提取提供了新的思路。

参 考 文 献

- [1] Wille R. Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts[C]//Rival I, ed. Ordered Sets. Dordrecht: Reidel, 1982: 445-470
- [2] Tonella P. Using a concept lattice of decomposition slices for program understanding and impact analysis[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2003, 29(6): 495-509
- [3] Valtchev P, Missaoui R, Godin R, et al. Generating frequent itemsets incrementally: two novel approaches based on galois lattice theory[J]. Journal Experimental Theoretical Artificial Intelligence, 2002, 14(2/3): 115-142
- [4] 张文修, 姚一豫, 梁怡. 粗糙集与概念格[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2006
- [5] 曲开社, 翟岩慧. 偏序集、包含度与形式概念分析[J]. 计算机学报, 2006, 29(2): 219-226
- [6] 曲开社, 翟岩慧, 梁吉业, 等. 形式概念分析对粗糙集理论表示及扩展[J]. 软件学报, 2007, 18(9): 214-218
- [7] 曲开社, 翟岩慧, 李德玉, 等. 信息系统同态的性质及上下近似的不变性[J]. 计算机科学, 2005, 32(12): 168-171
- [8] 梁吉业, 王俊红. 基于概念格的规则产生集挖掘算法[J]. 计算机研究与发展, 2004, 41(8): 1339-1344
- [9] Kazimierz Z. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute dominance for deterministic, stochastic and fuzzy decision problems [J]. European Journal of Operational Research, 2004, 159: 196-206
- [10] Salvatore G, Benedetto M, Roman S. Rough sets methodology for sorting problems in presence of multiple attributes and criteria[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 138: 247-259.
- [11] 徐伟华, 张文修. 基于优势关系下协调近似空间[J]. 计算机科学, 2005, 32(9): 164-165
- [12] 徐伟华, 张文修. 基于优势关系下不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机科学, 2006, 33(2): 182-184
- [13] 张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005
- [14] Ganter B, Wille R. Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations[M]. Berlin: Springer, 1999