

基于均匀圆阵的闭环式单基站测向算法研究

魏霖静¹ 练智超² 彭 静³ 李 广¹

(甘肃农业大学信息科学技术学院 兰州 730070)¹ (南京理工大学计算机科学与工程学院 南京 210094)²

(清华大学化学系 北京 100084)³

摘 要 为了估算基于均匀圆阵列(UCA)的三维(3D)单基站测向(方位角、仰角和区间),提出了一种改进的适用于三维场景的闭环式算法。该算法是一种计算过程较简单的通用算法,无需使用均匀圆阵列的中心对称性,没有任何传感器数量的限制,只需要一个单独的最小平程序用于估算基站的位置,并可以估算所有的三维测向参数。实验结果表明,相比多种类似算法,所提算法的性能可与三维 MUSIC 算法的性能相媲美,且计算复杂度更低,实现速度更快。

关键词 三维测向参数估算,均匀圆阵列(UCA),阵列变换,MUSIC

中图分类号 TP301.6 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.03.030

Research on Algorithm of Close-loop Single Base Station Direction-finding Based on Uniform Circular Array

WEI Lin-jing¹ LIAN Zhi-chao² PENG Jing³ LI Guang¹

(School of Information Science and Technology, Gansu Agriculture University, Lanzhou 730070, China)¹

(School of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)²

(Department of Chemistry, Tsinghua University, Beijing 100084, China)³

Abstract In order to estimate the three-dimensional (3D) single base station direction (azimuth, elevation and range) based on uniform circular array (UCA), an improved closed loop algorithm was proposed for 3D scene. The algorithm is a general method whose calculating process is simple, and there is no need to use uniform circular array of central symmetry. There are no restrictions of any number of sensors, a single least square procedure is only required for estimation of the base station location, and it can estimate all three dimensional direction parameters. The experimental results show that, compared to a variety of similar algorithms, the performance properties of algorithm and 3D MUSIC algorithm is comparable, it has low computational complexity and its implementation speed is faster.

Keywords 3D direction finding parameter estimation, Uniform circular array (UCA), Array transform, MUSIC

1 引言

在无线通信、雷达、声纳等领域中,如何快速运用大量传感器实现精确的基站测向是一个重要的研究方向^[1-2]。对于基站测向问题,均匀圆阵列(UCA)是一个具有吸引力的几何模型,因为它能提供二维(2-D)的到达方向(DOA)、360度全方位覆盖、一个几乎相同的波束宽度以及额外的仰角信息。

在二维角度估算的背景下,利用均匀圆阵列的中心对称性,文献[3]提出了一种基于相关性的最小平方(LS)算法并将其应用于单基站中,同时在参考文献[4]中提出一种基于文献[3]中算法的通用算法,用于克服偶数个传感器的限制。尽管近期的均匀圆阵列研究都集中在三维的(3D)测向上,但其

中大多数研究实现的估算测向参数仅为基站的区间以及二维的到达方向。

传统的3D MUSIC测向方法可以实现同时估算方位、仰角和区间,可以处理多个基站,但是它需要一个较复杂的3D搜索过程。基于均匀圆阵列的中心对称性和基站的非正圆性,文献[5]研发了一种解耦闭环式的估计函数用于估算二维的到达方向和区间,其计算效率更高。然而,它的实现限制在特定的情况下,即一个非圆形的基站和一个中心传感器与偶数个传感器的几何结构。吴等人^[6]基于均匀圆阵列的中心对称性提出了一种新的算法,该算法不受中心传感器和非圆形基站的限制。但是,它的应用还局限于偶数个传感器的情况,而且它需要一个序列估算过程。

到稿日期:2016-03-29 返修日期:2016-06-18 本文受国家自然科学基金项目(61063028, 31560378),江苏省自然科学基金青年基金(BK20150784),中国博士后面上资助(2015M581800),甘肃省科技支撑计划项目(1604WKCA011),陇原青年创新创业人才项目(2016-47),2016年度甘肃省高校重大软科学(战略)研究项目计划(2016F-10)资助。

魏霖静(1977—),女,博士后,副教授,主要研究方向为智能计算、算法应用、无线通信、生物信息学, E-mail: wlj@gsau.edu.cn(通信作者);练智超(1983—),男,博士后,副教授,主要研究方向为图像处理、模式识别、医学图像分析、智能算法;彭 静(1990—),女,博士生,主要研究方向为有机合成化学、算法研究;李 广(1971—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为农业系统工程、农业信息化等。

因此,本文提出一种闭环式估计函数,用于估算基于均匀圆阵列的三维单基站测向。与其他三维单基站测向的估算方法相比,所提算法的新颖之处在于它不需要使用均匀圆阵列的中心对称性,没有任何传感器数量的限制,而只需要一个单独的最小平程序用于估算基站的位置。所提算法不仅计算复杂度低,而且其性能可与三维 MUSIC 算法的性能相媲美。

2 信号建模

假设一个均匀圆阵列有 M 个相同的全向传感器,且受到一个窄带基站信号的入侵,其几何结构如图 1 所示^[7-8]。

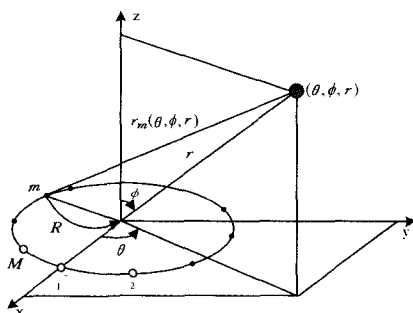


图 1 单基站的均匀圆阵列几何结构

基站位于 x 轴的逆时针方向,方位角为 $\theta \in [-\pi, \pi]$,从 z 轴向下测量仰角为 $\theta \in [-\pi, \pi/2]$,从均匀圆阵列的原点开始测量区间 r 。然后由参考文献[9-10]得出在时刻 n 第 m 个传感器观测到的阵列输出为:

$$x_m(n) = s(n)e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(r - r_m(\theta, \phi, r))} + w_m(n) \quad (1)$$

由于 $m=1, \dots, M, n=1, \dots, N$, 其中 $s(n)$ 被假设为零均值的复杂窄带信号,功率为 σ_s^2 ; $w_m(n)$ 被假设为零均值的复杂白高斯噪声,功率为 σ_w^2 ,且 $w_m(n)$ 在空间上暂时独立于 $s(n)$ 。

λ 为已知的基站波长, $r_m(\theta, \phi, r)$ 表示基站和第 m 个传感器之间的距离,由式(2)得出。

$$r_m(\theta, \phi, r) = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR\zeta_m(\theta, \phi)} \quad (2)$$

其中

$$\zeta_m(\theta, \phi) = \cos(\psi_m - \theta) \sin(\phi) \quad (3)$$

$$\psi_m = 2\pi(m-1)/M$$

其中, ψ_m 表示从 x 轴的逆时针方向测量的第 m 个传感器的角度, R 表示阵列的半径。由于 $R \leq r$, 而且根据二阶泰勒级数展开, $r_m(\theta, \phi, r)$ 可以近似为^[11]:

$$r_m(\theta, \phi, r) \approx r \left\{ 1 - \frac{R}{r} \zeta_m(\theta, \phi) + \frac{R^2}{2r^2} (1 - \zeta_m^2(\theta, \phi)) \right\} \quad (4)$$

将式(4)代入式(1)得:

$$x_m(n) = s(n)e^{j\frac{2\pi R}{\lambda}(\zeta_m(\theta, \phi) - \frac{R}{2r}(1 - \zeta_m^2(\theta, \phi)))} + w_m(n) \quad (5)$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\psi_1) - \cos(\psi_{1+l}) & \sin(\psi_1) - \sin(\psi_{1+l}) & \cos(2\psi_1) - \cos(2\psi_{1+l}) & \sin(2\psi_1) - \sin(2\psi_{1+l}) \\ \cos(\psi_2) - \cos(\psi_{2+l}) & \sin(\psi_2) - \sin(\psi_{2+l}) & \cos(2\psi_2) - \cos(2\psi_{2+l}) & \sin(2\psi_2) - \sin(2\psi_{2+l}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\psi_{M-l}) - \cos(\psi_M) & \sin(\psi_{M-l}) - \sin(\psi_M) & \cos(2\psi_{M-l}) - \cos(2\psi_M) & \sin(2\psi_{M-l}) - \sin(2\psi_M) \end{bmatrix}$$

用概数 $\hat{u}_{p,q} = \arg(\hat{R}_{p,q})$ 来代替 $u_{p,q}$, 其中有限样本概数为:

$$\hat{R}_{p,q} = \left(\frac{1}{N} \right) \sum_{n=1}^N x_p(n) x_q^*(n)$$

由二维到达方向的参数和基站测向的区间参数构成式(5)的指数。因此,提出的算法从两个传感器之间的相关函数相位来估算基站的位置。

3 提出的三维单基站测向算法

3.1 闭环式估计函数

假设相关函数定义为:

$$R_{p,q} = E\{x_p(n) x_q^*(n)\} = \sigma_s^2 e^{jk} + \sigma_w^2 \quad (6)$$

其中

$$k = \left(\zeta_p(\theta, \phi) - \frac{R}{2r} (1 - \zeta_p^2(\theta, \phi)) \right) - \left(\zeta_q(\theta, \phi) - \frac{R}{2r} (1 - \zeta_q^2(\theta, \phi)) \right)$$

其中, $(\cdot)^*$ 表示共轭复数。假设接收到的数据是无噪音的, 则相位 $R_{p,q}$ 表示为:

$$u_{p,q} = \arg(R_{p,q}) = \frac{2\pi R}{\lambda} \left\{ \left(\zeta_p(\theta, \phi) - \frac{R}{2r} (1 - \zeta_p^2(\theta, \phi)) \right) - \left(\zeta_q(\theta, \phi) - \frac{R}{2r} (1 - \zeta_q^2(\theta, \phi)) \right) \right\} \quad (7)$$

为了保证 $u_{p,q}$ 没有相位模糊度, 假设 $R \leq \lambda/4$, 以此保证 $u_{p,q} \in [-\pi, \pi]$ 。

$$\left| \left(\zeta_p(\theta, \phi) - \frac{R}{2r} (1 - \zeta_p^2(\theta, \phi)) \right) - \left(\zeta_q(\theta, \phi) - \frac{R}{2r} (1 - \zeta_q^2(\theta, \phi)) \right) \right| \leq 2 \quad (8)$$

文献[6]已经很好地解决了相位模糊度的问题。因此, 式(5)中的相位角度可以重新用公式表示为:

$$u_{p,q} = \frac{2\pi R}{\lambda} \begin{bmatrix} \cos(\psi_p) - \cos(\psi_q) \\ \sin(\psi_p) - \sin(\psi_q) \\ \cos(2\psi_p) - \cos(2\psi_q) \\ \sin(2\psi_p) - \sin(2\psi_q) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) \sin(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ (R/4r) \cos(2\theta) \sin^2(\phi) \\ (R/4r) \sin(2\theta) \sin^2(\phi) \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, $(\cdot)^T$ 表示转置运算符。假设 $q-p=l$, 式(9)以矩阵的形式表示为:

$$u = Ab \quad (10)$$

其中

$$u = [u_{1,1+l} \ u_{2,2+l} \ \dots \ u_{M-l,M}]^T \quad (11)$$

$$b = \frac{2\pi R}{\lambda} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \sin(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ (R/4r) \cos(2\theta) \sin^2(\phi) \\ (R/4r) \sin(2\theta) \sin^2(\phi) \end{bmatrix} \quad (12)$$

矩阵 A 的表达如式(13)所示。

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\psi_1) - \cos(\psi_{1+l}) & \sin(\psi_1) - \sin(\psi_{1+l}) & \cos(2\psi_1) - \cos(2\psi_{1+l}) & \sin(2\psi_1) - \sin(2\psi_{1+l}) \\ \cos(\psi_2) - \cos(\psi_{2+l}) & \sin(\psi_2) - \sin(\psi_{2+l}) & \cos(2\psi_2) - \cos(2\psi_{2+l}) & \sin(2\psi_2) - \sin(2\psi_{2+l}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\psi_{M-l}) - \cos(\psi_M) & \sin(\psi_{M-l}) - \sin(\psi_M) & \cos(2\psi_{M-l}) - \cos(2\psi_M) & \sin(2\psi_{M-l}) - \sin(2\psi_M) \end{bmatrix} \quad (13)$$

获得最优解 b 的最小平方概数为:

$$\hat{b} = [\hat{b}_1 \ \hat{b}_2 \ \hat{b}_3 \ \hat{b}_4]^T = (A^T A)^{-1} A^T \hat{u} \quad (14)$$

因此, 从式(12)可以得出 θ , ϕ 以及 r 的概率分别为:

$$\hat{\theta}=\arg(\hat{b}_1+j \hat{b}_2)$$

(15)

$$\hat{\phi}=\sin ^{-1}\left(\frac{\lambda}{2 \pi R} \sqrt{\hat{b}_1^2+\hat{b}_2^2}\right)$$

(16)

$$\hat{r}=\frac{\lambda}{8 \pi} \frac{\hat{b}_1^2+\hat{b}_2^2}{\sqrt{\hat{b}_3^2+\hat{b}_4^2}}$$

(17)

值得注意的是,在以前的方法中,尽管 $R=\lambda/4$ 时必须产生明确的基站位置,但是如果两个相关传感器之间的距离等于或者小于 $\lambda/2$,那么提出的算法允许产生不同的阵列半径。比如,一个均匀圆阵列有 $M=12$ 个传感器,两个相邻传感器之间的距离为 $R=\lambda/(4 \sin (\pi / M))$ 。假设 $l \neq M/2$ 而且 $M-l \geq 4$,在这种情况下,当 $l=1$ 时基站的位置可以明确地估算出来。

3.2 算法复杂度分析

依据文献[6],本文根据整数加法(IA)、整数乘法(IM)的数量来评估提出的优化算法的复杂度。

在计算复杂度方面,提出的算法在最小平方的计算中需要 $(M-l) N$ 个乘法以及 $(M-l)(N-1)$ 个加法,用于估算相关函数即式(6)和 $O(M)$ 。但参考文献[6]需要 $M N / 2$ 个乘法以及 $M(N-1) / 2$ 个加法用于估算二维到达方向的相关函数,且还需要 $3 M N / 4$ 个乘法以及 $3 M(N-1) / 4$ 个加法用于估算区间的相关函数。在最小平方的计算中,每次估算都需要 $O(M)$ 。同时,传统的三维 MUSIC 估算函数需要 $M^2 N$ 个乘法以及 $M^2(N-1)$ 个加法用于计算协方差矩阵, $O\left(M^2\right)$ 用于协方差矩阵的特征分解以及额外的三维检索操作。

参考文献[6]中的方法,三维 MUSIC 估算函数和提出的算法中每次估算的整体计算复杂度如表 1 所列。因此,对于大多数三维单基站闭环式测向参数估算($M>2, N>2$)来说,所提算法的复杂度明显低于其他两种算法。

表 1 三维测向参数估算的复杂度比较

算法	IA	IM
文献[6]的方法	$M(N-1) / 2+3 M(N-1) / 4$	$M N / 2+3 M N / 4$
三维 MUSIC 估算方法	$M^2(N-1)$	$M^2 N$
提出的算法	$(M-l)(N-1)$	$(M-l) N$

4 实验与分析

为评价本文方法的性能,设计了 4 组实验,将提出算法与运用文献[6]得出的方法、三维 MUSIC 估算函数以及克拉美-罗下限(CRLB)[7]相比较。实验所用计算机的配置为:

- CPU:Inter i7 3.40GHz;
- 内存:DDR3 4GB;
- 操作系统:64 位 Windows 7;
- 软件平台:MATLAB 7.0。

4.1 估算结果

针对阵列半径 $R=\lambda$ 和 $R=\lambda/4$ 这两种情况,设 $N=200$,运行 500 次蒙特卡洛,以获取位于 $(\theta, \phi, r)=(120^{\circ}, 50^{\circ}, 3 \lambda)$ 的单基站均方根误差(RMSEs)。然而,文献[5]所运用的方法仅仅在相位模糊的问题上进行实验。提出的算法和三维 MUSIC 估算函数尽管都没有任何传感器数量的限制,但还是使用了 $M=12$ 的均匀圆阵列,以便用于与文献[6]进行比较。

在提出的算法中, $l=3$ 被用于 $R=\lambda/4$,而 $l=1$ 被用于 $R=\lambda$,这是为了避免任何相位模糊。实验中实现的经典三维 MUSIC 算法使用了步长为 $(\Delta \theta, \Delta \phi, \Delta r)=(0.1^{\circ}, 0.1^{\circ}, 0.1 \lambda)$ 的搜索网格。

随着信噪比的不断增加,图 2—图 4 分别示出了这 4 种测向估算方法在方位角、仰角和区间 3 个参数上的实验结果。从图 2 和图 3 中可以看出,尽管在阵列半径 $R=\lambda/4$ 时文献[6]的方法与提出的算法产生的性能类似,但是当阵列半径扩展为 $R=\lambda$ 时,所提算法的性能明显得到提高。

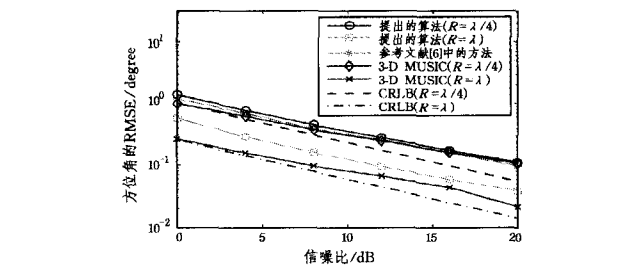


图 2 随着信噪增加,方位角的均方根误差(RMSE)对比结果($M=12$)

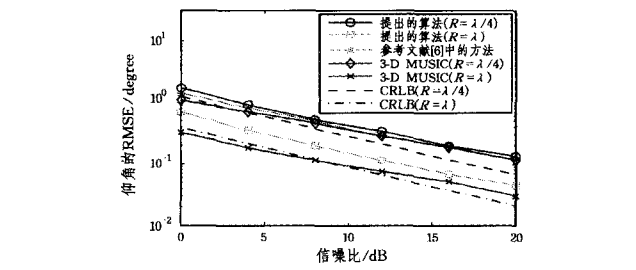


图 3 随着信噪增加,仰角的均方根误差(RMSE)对比结果($M=12$)

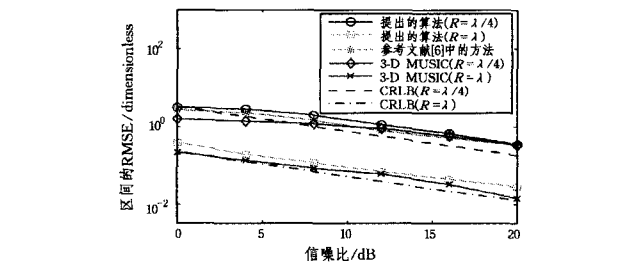


图 4 随着信噪增加,区间的均方根误差(RMSE)对比结果($M=12$)

从图 2—图 4 可以看出,在 3 种估算参数的均方根误差方面,所提算法的性能足够接近于三维 MUSIC 估算函数的性能。在区间 RMSE 方面,所提算法的值接近于两个阵列半径 R 的克拉美-罗下限。在图 4 中,通过波长 λ 对区间估算值的均方根误差进行了规范化。

4.2 计算的复杂度

关于计算的复杂度,以消耗的 CPU 时间进行比较。对于三维 MUSIC 估算函数而言,假设有 $N_{\theta}=N_{\phi}=N_r$ 个搜索网格,其中 N_{θ}, N_{ϕ} 和 N_r 分别表示在 θ, ϕ 和 r 的网格数量。

通过在配置 3.40GHz Inter i7 处理器的个人电脑上运行 MATLAB 的“tic(开始计时)”和“toc(计时结束)”来计算几种算法估算三维测向参数所占用的 CPU 时间,对比结果如表 2 所列,这些结果被均分到超过 500 次的运行中。正如预期,消耗的 CPU 时间比率表明提出的算法比文献[6]中使用

(下转第 162 页)

1999,29(14):147-160.

[3] HiPAC [EB/OL]. (2005-11-8) [2014-12-5]. <http://www.hi-pac.org>.

[4] WANG Z L, WU Z J, YI L. HigH-Dimension Large-scale Packet Matching Algorithm in IPV6 [J]. ACTA Electronica Sinica, 2013,41(11):2181-2186. (in Chinese)
王则林, 吴志健, 尹兰. IPV6 环境下的高维大规模分类算法[J]. 电子学报, 2013,41(11):2181-2186.

[5] SINGH S, BABOESCU F, VARGHESE G, et al. Packet Classification Using Multi-dimensional Cutting[C]// Proceedings of the 2003 Conference on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communications, 2003. Karlsruhe: ACM SIGCOMM, 2003:213-224.

[6] BABOESCU F, SINGH S, VARGHESE G. Packet Classification for Core Routers: Is There an Alternative to CAMs? [C]// Proc of IEEE Infocom, 2003. San Francisco, IEEE Infocom, 2003: 53-63.

[7] HAN W T, YI P, ZHANG X. Hybrid Cutting Algorithm for Packet Classification [J]. Journal of Software, 2014, 25 (11): 2616-2626. (in Chinese)
韩伟涛, 伊鹏, 张霞. 一种采用混合切分法的报文分类算法[J]. 软件学报, 2014, 25(11):2616-2626.

[8] KOGAN K, NIKOLENKO S, ROTTENSTEICH O, et al. SAX-PAC(Scalable and Expressive Packet Classification)[C]// Proceedings of the 2014 ACM Conference on SIGCOMM, 2014. Chicago, IL, USA: ACM Press, 2014:15-26.

[9] TAYLOR D E, TURNER J S. ClassBench: A Packet Classification Benchmark [J]. IEEE/ACM Trans. on Networking, 2007, 15(3):499-511.

[10] HAGER S, SELENT S, Scheuermann B. Trees in the List: Accelerating List-based Packet Classification Through Controlled Rule Set[C]//Proc of ACM CoNEXT, 2014. Sydney, Australia: ACM Press, 2014:101-107.

(上接第 139 页)

的计算方法和三维 MUSIC 估算函数更简单, 算法复杂度更低。

表 2 占用 CPU 时间对比

算法	文献[6]的方法	三维 MUSIC 方法	CRLB 方法	本文方法
时间	2.7752E-4	24.7183	2.3087E-4	1.6764E-4

结束语 本文提出一种新的闭环式算法用于估算基于均匀圆阵列的单基站三维测向。与以往测向估算的算法不同, 所提出的算法适用于任意数量的传感器, 且无需使用均匀圆阵列的中心对称性就可以估算所有的三维测向参数, 计算方法简单。相比多种类似算法, 所提算法的性能可与三维 MUSIC 算法的性能相媲美, 且其计算复杂度更低, 实现速度更快。

参 考 文 献

[1] JI Y. Research on the Direction Finding Technology of Uniform Circular Array[D]. Xi'an: Xidian University, 2009. (in Chinese)
季宇. 均匀圆阵列测向技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2009.

[2] TIAN X H, LIAO G S, WANG H Y, et al. Locating and Tracking of 3D Moving Targets Using Single Base Station[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2004, 26(9):1364-1370. (in Chinese)
田孝华, 廖桂生, 王洪洋. 利用单基站对三维运动目标测向与跟踪[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(9):1364-1370.

[3] WU Y, SO H C. Simple and Accurate Two-Dimensional Angle Estimation for a Single Source With Uniform Circular Array [J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2008, 7: 78-80.

[4] LIAO B, WU Y T, CHAN S C. A Generalized Algorithm for Fast Two-Dimensional Angle Estimation of a Single Source With Uniform Circular Arrays[J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2012, 11(2):984-986.

[5] EUN-HYON B, KYUN-KYUNG L. Closed-Form 3D Localization for Single Source in Uniform Circular Array with a Center

Sensor[J]. IEICE Transactions on Communications, 2009, 92-B (3):1053-1056.

[6] WU Y, WANG H, HUANG L, et al. Fast algorithm for three-dimensional single near-field source localization with uniform circular array[C]//2011 IEEE CIE International Conference on Radar (Radar). IEEE, 2011:350-352.

[7] WU Y, WANG H, HUANG L, et al. Fast algorithm for three-dimensional single near-field source localization with uniform circular array[C]//2011 IEEE CIE International Conference on Radar (Radar). IEEE, 2011:350-352.

[8] LI Y, XING X F, HUANG X T, et al. Design of Simulation System for Uniform Circular Array [J]. Computer Simulation, 2005, 22(12):238-241. (in Chinese)
李颖, 邢向飞, 黄晓涛, 等. 均匀圆阵列天线仿真系统设计[J]. 计算机仿真, 2005, 22(12):238-241.

[9] DING W D, MA Y L. Using MUSIC Algorithm to Estimate the DOA of Coherent Source Via Virtual Array Transformation[J]. Journal of Microwaves, 2008, 24(2):27-30. (in Chinese)
丁卫安, 马远良. 虚拟阵列变换法解相干信号 MUSIC 算法研究[J]. 微波学报, 2008, 24(2):27-30.

[10] DAN Z L, LIU F W. Study for the Localization Algorithms Based on the Antenna Array in Wireless Sensor Networks[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2014, 35(1):85-88. (in Chinese)
单志龙, 刘方伟. 天线阵列用于无线传感器网络的节点测向算法[J]. 小型微型计算机系统, 2014, 35(1):85-88.

[11] YANG H L. Research on Direction Finding Algorithm Based on Uniform Circular Array[D]. Xi'an: Xidian University, 2014. (in Chinese)
杨洪亮. 基于均匀圆阵的测向算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014.

[12] XIA T, XIE J H. On the pattern of circular antenna array configuration in electronic reconnaissance[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications(Natural Science Edition), 2011, 23(3):310-314. (in Chinese)
夏添, 谢俊好. 电子侦察中圆形天线阵列配置方式仿真分析[J]. 重邮电大学学报(自然科学版), 2011, 23(3):310-314.